

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ ПРОРЫВА В ПРИЗМАТИЧЕСКОМ РУСЛЕ

Б. Л. ИСТОРИК, В. М. ЛЯТХЕР

(Москва)

Под волной прорыва обычно понимается неустановившееся течение воды, возникающее в бьефах, при прорыве (разрушении) плотины. Характерными особенностями волны прорыва обладает также течение в нижнем бьефе на некотором удалении от плотины, при переливе через гребень плотины волны, возникающей в водохранилище.

Обычно необходимые сведения о параметрах волны прорыва при ее движении в естественных руслах получают путем численного решения на ЭЦВМ основных уравнений неустановившегося одномерного течения [1-3]. Эти расчеты весьма трудоемки и требуют достаточно подробной информации о русле. Поэтому представляет практический интерес выяснение общих закономерностей распространения волн прорыва в простых схематизированных, и в частности в призматических, руслах. В некоторых случаях на основе таких закономерностей можно дать предварительный прогноз ожидаемых масштабов явления.

Рассмотрим следующую задачу о волне прорыва. Ограничимся классом широких призматических русел так называемого обобщенного параболического сечения, для которых

$$(1) \quad \omega = Ah^m, \quad R = h/m$$

где  $\omega$  — площадь поперечного сечения,  $h$  — глубина воды,  $R$  — гидравлический радиус,  $A$  — размерная константа, а  $m$  — безразмерный показатель степени.

Движение волны прорыва в русле (1) описывается уравнениями Сен-Венана

$$(2) \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \quad Q = u\omega$$

$$(3) \quad \frac{1}{g\omega} \left[ \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Qu) \right] + \frac{\partial h}{\partial x} = i_0 - \lambda \frac{u|u|}{2gR}, \quad \lambda = \frac{2g}{C^2}$$

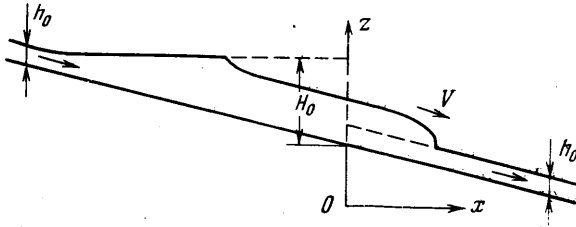
В уравнениях (2) и (3)  $u$  — средняя скорость течения,  $i_0$  — уклон дна,  $Q$  — расход потока,  $x$  — координата поперечного сечения, отсчитываемая по оси русла,  $t$  — время,  $g$  — ускорение силы тяжести, а  $\lambda$  — коэффициент гидравлического трения. Если для вычисления коэффициента  $C$  формулы Шези воспользоваться формулой Маннинга, то  $\lambda = 2gn^2R^{-1/3}$ , где  $n$  — коэффициент шероховатости русла.

В начальный момент времени  $t_0=0$  до разрушения плотины течение по всей длине русла, имеющего постоянный уклон дна  $i_0$ , принимается установившимся с постоянным по длине расходом воды  $Q_0$ . В створе плотины, пропускающей этот расход (с этим створом совмещается в дальнейшем начало отсчета расстояния  $x$ ) существует начальный разрыв уровней  $x=-0, h=H_0$ ;  $x=+0, h=h_0$ . В нижнем бьефе имеет место равномерный режим с глубиной наполнения русла  $h_0$ , а в верхнем бьефе — кривая подпора, координаты которой получаются из уравнения (3) при упомянутых начальных условиях (см. фиг. 1). Разрушение плотины считается мгновен-

ным и полным. В верхнем бьефе при  $x \rightarrow -\infty$  ставится граничное условие  $Q_{-\infty} = Q_0$ , а в нижнем бьефе при  $x \rightarrow +\infty$  принимается граничное условие вида  $Q_{+\infty} = \omega C \sqrt{R i_0}$ , имеющее место при установившемся течении.

Аналитическое решение рассматриваемой задачи имеется только для прямоугольного русла ( $m=1$ ) при  $i_0=0$ , отсутствии сил трения ( $\lambda=0$ ) и  $Q_0=0$  [4]. Однако такие исходные предпосылки непригодны для исследования трансформации волны на больших расстояниях от плотины и поэтому решения были получены путем численного интегрирования уравнений (2), (3) на ЭЦВМ.

Расчеты выполнялись на машине БЭСМ-4 по программе [5], в которой использовался метод сквозного счета прерывных волн, возникающих в ниж-



Фиг. 1

нем бьефе в начальной стадии разлива воды из водохранилища. При сравнении численного и аналитического решений для упомянутого выше частного случая было установлено, что вертикальный фронт прерывной волны при численном расчете «размазывается» на длине, приблизительно равной  $5\tau V$ , где  $\tau$  — шаг численного интегрирования по времени, а  $V$  — скорость движения фронта. Высота и скорость движения «размазанного» и теоретического вертикальных фронтов прерывной волны получаются одинаковыми.

Было также получено хорошее совпадение результатов расчетов на ЭЦВМ с данными систематических экспериментальных исследований волн прорыва на длинных открытых лотках, проводившихся в последние годы в Научно-исследовательском секторе Гидропроект.

Постановка и обработка результатов численных и физических экспериментов требует проведения предварительного анализа на основе теории размерности и подобия и выбора системы определяющих параметров. Поэтому перейдем в уравнениях (1)–(3), а также в начальных и граничных условиях к безразмерным величинам по формулам

$$(4) \quad h = H_0 h', \quad x = \frac{H_0}{i_0} x', \quad u = \frac{\sqrt{g H_0}}{\sqrt{\beta}} u', \quad \omega = A H_0^m \omega'$$

$$Q = \frac{\sqrt{g H_0}}{\sqrt{\beta}} A H_0^m Q', \quad t = \frac{\sqrt{\beta H_0}}{i_0 \sqrt{g}} t', \quad \beta = \frac{\lambda_0 m}{2 i_0}$$

Коэффициент  $\lambda_0$  берется при глубине  $h = H_0$ .

После замены переменных уравнения (1)–(3) примут следующий вид:

$$(5) \quad \frac{\partial \omega'}{\partial t'} + \frac{\partial Q'}{\partial x'} = 0, \quad Q' = u' \omega', \quad \omega' = (h')^m$$

$$(6) \quad \frac{1}{\beta \omega'} \left[ \frac{\partial Q'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'} (Q' u') \right] + \frac{\partial h'}{\partial x'} = 1 - \frac{u' |u'|}{(h')^{3/2}}, \quad \beta = \frac{g n^2 m^{1/3}}{i_0 H_0^m}$$

Начальные и граничные условия преобразуются следующим образом:

$$x' = -0, \quad h' = 1, \quad u' = (h_0')^{m+2/3}; \quad x' = +0, \quad h' = h_0', \quad u' = (h_0')^{2/3}$$

$$Q'_{-\infty} = Q_0' = (h_0')^{m+2/3}, \quad Q'_{+\infty} = (h')^{m+2/3}$$

В результате решения уравнений (5), (6) при рассматриваемых начальных и граничных условиях будут зависеть от значений трех определяющих параметров ( $\beta$ ,  $h_0'$ ,  $m$ ).

Параметр  $\beta$  характеризует главным образом тип реки и может меняться в очень широком диапазоне. Для больших равнинных рек со средне- и низконапорными плотинами для средних значений  $n$  и  $m$  величина  $\beta$  с изменением уклонов от  $10^{-4}$  до  $10^{-5}$  колеблется от 50 до 500. Для рек предгорий с уклонами дна  $10^{-3}$ — $10^{-4}$  характерно изменение  $\beta$  от 5 до 50, а для горных рек с уклонами больше  $10^{-3}$  этот параметр, как правило, меньше 5.

По степени начального наполнения русла в нижнем бьефе практический интерес представляют случаи  $0 < h_0' < 0.5$ .

Анализ форм осредненных по длине поперечных сечений естественных русел, приближенно аппроксимируемых с помощью зависимости (1), показывает, что для них в большинстве случаев показатель степени  $m$  находится между 1 и 2. Поэтому расчеты проводились для двух крайних форм русла — прямоугольной и треугольной.

При проведении расчетов на ЭЦВМ с достаточной для практических целей точностью верхнее граничное условие ставилось в створе  $x' \approx -1.5$ , где первоначальный подпор от плотины уже не сказывается. Нижнее граничное условие ставилось в створе  $x' \approx 6$ .

Прежде чем переходить к рассмотрению решений, полученных на ЭЦВМ с использованием преобразования (4), отметим еще одну замену переменных

$$(7) \quad h = H_0 h'', \quad x = \frac{H_0}{\lambda_0} x'', \quad u = \sqrt{g H_0} u''$$

$$\omega = A H_0^m \omega'', \quad Q = A H_0^m \sqrt{g H_0} Q'', \quad t = \frac{\sqrt{H_0}}{\lambda_0 \sqrt{g}} t''$$

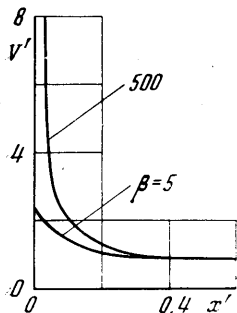
При использовании замены (7) решения преобразованных уравнений также зависят от трех названных параметров, за исключением частного случая  $i_0 = 0$ , когда они от  $\beta$  не зависят. Это преобразование представляет интерес при определении расстояния  $x_L''$  от плотины, на котором высота прерывной волны при распространении волны прорыва по мокрому руслу ( $h_0'' \neq 0$ ) становится пренебрежимо малой величиной. По результатам расчетов было установлено, что величина  $x_L''$  слабо зависит от  $\beta$  и  $h_0''$  и по крайней мере для  $\beta > 0.5$  и  $0.05 < h_0'' < 0.4$  в прямоугольном русле  $x_L'' \approx 10$ .

Результаты расчетов с использованием (4) приводятся ниже также для русел прямоугольной формы. О том, как влияет на решения параметр  $m$ , будет сказано в конце статьи.

На фиг. 2 показаны зависимости изменения скорости движения фронта волны  $V'$  от расстояния  $x'$  при  $h_0' = 0.05$  для  $\beta = 500$  и 5. Для достаточно больших  $x'$  после исчезновения лба прерывной волны графики  $V'$  показывают, с какой скоростью распространяется уже не само возмущение, что трудно зафиксировать, а характерная точка начала ощутимого подъема уровня в данном створе. (За начало ощутимого подъема уровня воды условно принимался момент времени, когда превышение уровня воды над начальным достигало  $\sim 0.5\%$  разности между максимальной и начальной глубинами в данном створе нижнего бьефа.)

Интересно сравнить эту скорость со скоростью  $c'$  распространения малых возмущений по Лангранжу вниз по течению при равномерном режиме в нижнем бьефе с глубиной  $h_0'$ .

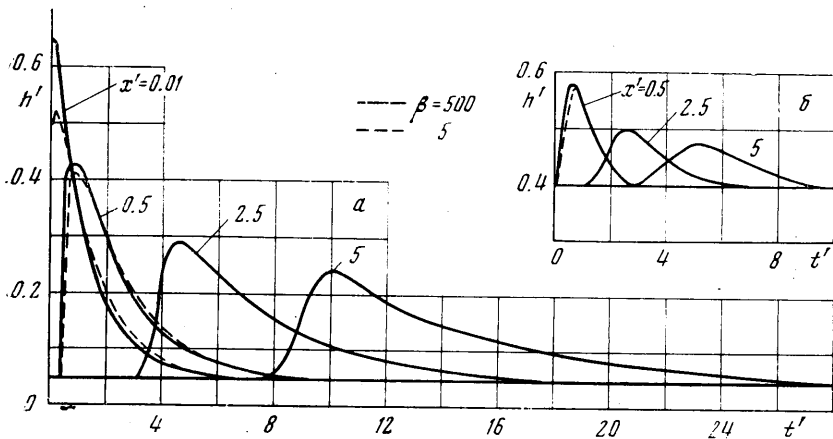
В соответствии с (4)  $c' = (h_0')^{2/3} + \sqrt{\beta h_0'}$ . В то же время из фиг. 2 видно, что при достаточно больших  $x'$  величины  $V'$  при одном и том же  $h_0' = 0.05$  перестают зависеть от  $\beta$ . Так как в момент исчезновения прерывной волны  $V' = c'$ , а величина  $V'$  продолжает после этого заметно убывать (при  $x' = 3$   $V' \approx 0.5$ ), то возможна ситуация, при которой для достаточно больших  $\beta$  скорость распространения начала ощутимого подъема уровней становится существенно меньше скорости распространения малых возмущений.



Фиг. 2

Отмеченное выше уменьшение влияния  $\beta$  на скорость  $V'$  по мере удаления от плотины является следствием того, что при  $x' > 0.5$  решения уравнений (5), (6) для рассматриваемых значений  $\beta$  практически перестают зависеть от этого параметра. Это видно из фиг. 3, где показано изменение глубин  $h'$  в зависимости от времени  $t'$  в четырех створах нижнего бьефа ( $x' = 0.01, 0.5, 2.5$  и  $5$ ) при  $h_0' = 0.05$  (фиг. 3, а) и  $0.4$  (фиг. 3, б) для значений  $\beta = 5$  и  $500$ . То же самое можно сказать о скоростях течения, графики которых имеют аналогичный вид.

Вблизи плотины изменение параметра  $\beta$  тем слабее будет сказываться на решении, чем больше его величина, т. е. чем меньше роль инерционных членов по сравнению с силами трения. Иллюстрация этого дана на фиг. 4, где показано изменение максимальных глубин и максимальных скоростей течения в волне прорыва вблизи плотины и по длине нижнего бьефа при изменении  $\beta$  от  $0.5$  до  $500$  для  $h_0' = 0.05$ .



Фиг. 3

При моделировании волны прорыва вместе с требованиями геометрического соответствия ( $m = idem, h_0' = idem$ ) необходимо требовать выполнения условия  $\beta = idem$  или, замечая, что  $i_0 \sim H/x$ , получим критерий  $\lambda x / H = idem$ , важная роль которого в динамике русловых потоков была показана в [6].

Приведенные результаты численных экспериментов показывают, однако, что по критерию  $\beta$  имеется широкая область, в пределах которой

влияние этого критерия на параметры течения достаточно мало. Это позволяет в случае необходимости принять искажение масштабов моделей (отношение масштаба глубины к плановому масштабу) большее, чем это могло быть допущено условием  $\beta = idem$ . При этом формулы пересчета модельных результатов в натуру получаются непосредственно из равенств (4), в которых безразмерные величины для природы и модели одинаковы. Например,

$$M_u = u_1/u_2 = M_h^{1/2} M_\beta^{-1/2}$$

$$M_t = t_1/t_2 = M_h^{1/2} M_\beta^{-1} M_\beta^{1/2}$$

Здесь  $M_j$  обозначает масштаб величины  $j$ , а нижние индексы 1 и 2 относятся соответственно к модели и натуре.

Обратим внимание на два обстоятельства: во-первых, масштаб уклона модели для реальных русел в общем случае не может быть произвольным. При выбранных условиях нормировки (4)  $M_{i_0} = M_h M_x^{-1}$ . Во-вторых, искажение масштабов

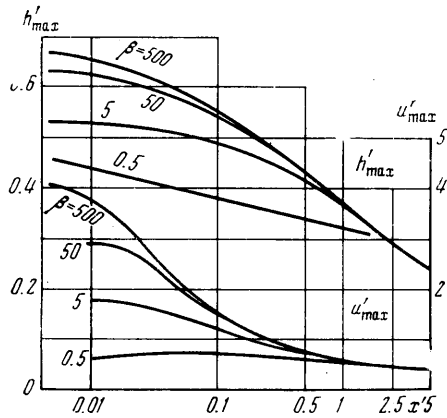
( $M_h / M_x$ ) не должно быть настолько сильным, чтобы явления, не учтенные при выводе уравнений (2), (3) и искажающиеся при искажении масштабов, не проявились бы слишком сильно. Имеющийся практический опыт лабораторных исследований волны прорыва показывает, что искажение масштабов  $M_h / M_x = 5 \div 7$  и  $M_\beta = 1.5 \div 2$  (в области независимости решений от критерия  $\beta$ ) в исследованиях крупных равнинных рек приводит к удовлетворительным результатам.

Особенности изменения решений с изменением начального наполнения нижнего бьефа видны из фиг. 3. С увеличением  $h_0'$  увеличиваются максимальные глубины в нижнем бьефе в одноименных створах и скорость движения фронта, но уменьшается превышение максимальным уровнем начального и длительность прохождения волны прорыва. Характерно, что уменьшение длительности затопления происходит за счет ветви спада уровней воды, а время от момента прихода фронта до наступления максимума уровней почти не зависит от  $h_0'$ .

При изучении по результатам расчетов влияния параметра  $m$  на решения уравнений (5), (6) было установлено, что оно может быть существенно уменьшено, если в преобразованиях (4) характерный линейный размер по глубине выбрать с учетом положения центра тяжести площади поперечного сечения русла (1), ограниченной сверху глубиной  $H_0$ , а снизу — глубиной  $h_0$ . Практически при  $x' < 0.5$  можно пренебречь влиянием параметра  $m$  на решения уравнений (5), (6), если величину  $H_0$  в формулах (4) заменить величиной  $H_1$

$$H_1 = \frac{2m}{m+1} \left( \frac{H_0^{m+1} - h_0^{m+1}}{H_0^m - h_0^m} \right) - h_0$$

Для  $x' > 0.5$  при такой замене расхождения в максимальных безразмерных глубинах и скоростях течения также невелики и не превышают 5–10%.



Фиг. 4

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильев О. Ф.* Неустановившиеся потоки в открытых руслах. Генеральный доклад по теме 3. Междунар. ассоц. гидравл. исслед. XI Междунар. конгресс. Л., 1965.
2. *Васильев О. Ф., Гладышев М. Т., Привец Н. А., Судобичер В. Г.* Численные методы расчета движения прерывных волн. Междунар. ассоц. гидравл. исслед. XI Междунар. конгресс. Докл. 3.44. Л., 1965.
3. *Pritwiis N. A., Sudobicher V. G., Istorik B. L.* Application of numerical methods to problems of flush wave propagation in dam rupture XV Congress JANR, vol. 5. Istanbul, 1973.
4. *Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В.* Теоретическая гидромеханика, ч. 1, М., Физматгиз, 1963.
5. *Историк Б. Л.* Программа для расчета неустановившегося движения воды в открытых руслах (описание). Материалы к симпозиуму «Применение электронно-вычислительных машин для решения задач, связанных с научными исследованиями, проектированием, строительством и эксплуатацией гидросооружений ГЭС». Л., 1975.
6. *Лятгер В. М., Прудовский А. М.* Исследование открытых потоков на напорных моделях. М., «Энергия», 1971.