УДК 538.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В КАНАЛЕ ПЛАЗМОТРОНА

А. М. ГОНОПОЛЬСКИЙ, Ф. А. СЛОБОДКИНА

(Москва)

Рассматривается влияние профилирования канала и вдува холодного рабочего газа через боковые стенки на стационарное течение газа вдоль положительного столба дуги постоянного тока. Проводится анализ условий перехода через скорость звука и приводятся результаты численных расчетов.

1. Рассмотрим в одномерном приближении стационарное течение идеального электропроводного газа в канале заданного переменного сечения $F(x)$. Энергия к газу подводится равномерно по сечению за счет джоулевой диссипации в электрической дуге постоянного тока, направление которого совпадает с направлением скорости течения и направлением оси x. Приэлектродные области дуги находятся вне рассматриваемого канала. Через стенки канала производится вдув более холодного газа с целью тепловой защиты стенок, а также для увеличения градиента напряжения вдоль дуги [1, 2]. Вдув холодного газа осуществляется из ресивера, окружающего канал. Полное давление p_1 и теплосодержание газа i_1 в ресивере считаются постоянными.

Запишем уравнения неразрывности, движения и энергии для одномерного течения газа в канале с проницаемыми стенками, учитывая джоулеву диссипацию

$$L_1 \equiv (\rho u F)' - g = 0, \qquad L_2 \equiv \rho u u' + p' + ug/F = 0$$

$$L_3 \equiv h' + uu' + \frac{g}{\rho u F}\left(h + \frac{u^2}{2} - i_1\right) - \frac{\eta I^2}{\rho u F^2 \sigma} = 0 \tag{1.1}$$

$$g = g(\rho, h, p_1, i_1, f), \qquad \sigma = (h/h_*)^\alpha, \quad \alpha = \mathrm{const}$$

$$p = \rho h^\beta, \qquad \beta = \mathrm{const}, \qquad 0 < \beta \leqslant 1, \qquad \eta = I_m{}^{\circ 2} l^\circ \sqrt{\rho_a{}^\circ} / \sigma_*{}^\circ p_a{}^\circ F_a{}^\circ \sqrt{p_a{}^\circ}$$

Здесь ρ, u, p, h – плотность, скорость, давление и энтальпия газа соответственно; g – расход газа, вдуваемого через стенки на единице длины канала (g – заданная функция своих аргументов); f – геометрический параметр вдува (при $f=0$ имеем также $g=0$); σ – электропроводность среды; зависимость $\sigma(h)$ взята из [3]; I – сила тока ($I=\mathrm{const}$); η – безразмерный параметр. Штрихом обозначена производная по x.

Зависимость $p(\rho, h)$ получена аппроксимацией уравнения состояния воздуха при температуре T° от 1000 до 12 000° К и давлении от 0.01 до 1000 *ата* [4]. Система (1.1) записана относительно безразмерных переменных. Размерные величины отнесены к соответствующим величинам при $T^\circ = 1000°$ К и $p_a{}^\circ = 1$ *ата*, поэтому $h \geqslant 1$ везде в канале, $F_a{}^\circ$ – ширина канала на входе, l° – длина канала, $I_m{}^\circ$ – максимально допустимая сила тока, $\sigma_*{}^\circ = 1$ *ом·см*.

2. Для качественного анализа полученной системы уравнений (1.1), а также для проведения численных расчетов запишем дифференциальные уравнения в нормальной форме

$$u' = \frac{u}{1-M^2}\left\{\frac{\beta\eta I^2}{h\sigma\rho u F^2} + \frac{g}{\rho u F}\left[1 + \frac{u^2}{h^\beta} - \frac{\beta(h + u^2/2 - i_1)}{h}\right] - \frac{F'}{F}\right\} \tag{2.1}$$

$$h' = \frac{1}{1-M^2}\left\{\left(1 - \frac{u^2}{h^\beta}\right)\frac{\eta I^2}{\sigma\rho u F^2} - \frac{g}{\rho u F}\left[\left(1 - \frac{u^2}{h^\beta}\right)\left(h + \frac{u^2}{2} - i_1\right) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + u^2 + \frac{u^4}{h^\beta}\right] + \frac{u^2 F'}{F}\right\}$$

$$\rho' = \frac{\rho}{1-M^2}\left\{-\frac{\beta\eta I^2}{h\sigma\rho u F^2} - \frac{g}{\rho u F}\left[\frac{2u^2}{h^\beta} - \frac{\beta u^2}{h} - \frac{\beta(h + u^2/2 - i_1)}{h}\right] + M^2\frac{F'}{F}\right\}$$

$$M^2 = u^2\left(\frac{1}{h^\beta} - \frac{\beta}{h}\right)$$

Из (2.1) видно, что электрический подогрев разгоняет дозвуковой поток. Энтальпия потока при малых скоростях растет, а при M, близких к единице, убывает. Вдув газа ($g>0$) приводит к дополнительному разгону газа, уменьшению роста энтальпии и падению плотности. При сверхзвуковом течении в канале джоулева диссипация уменьшает скорость, увеличивает энтальпию и плотность течения. Вдув газа тормозит сверхзвуковое течение.

Течения с непрерывным переходом через скорость звука возможны, если одновременно с обращением M в единицу, обратится в нуль числитель правой части выражения для u' (см. (2.1)), что приведет к обращению в нуль числителей правой части выражений для h' и ρ'. Условие перехода через скорость звука имеет вид [5]

$$1-M^2=0 \tag{2.2}$$

$$\frac{\beta\eta I^2}{h\sigma\rho uF^2}+\frac{g}{\rho uF}\left[1+\frac{u^2}{h^\beta}-\frac{\beta}{h}\left(h+\frac{u^2}{2}-i_1\right)\right]-\frac{F'}{F}=0 \tag{2.3}$$

Учитывая, что при вдуве газа ($g>0$) оба первых слагаемых в равенстве (2.3) положительны, для обращения левой части равенства (2.3) в нуль необходимо, чтобы канал был расширяющимся, т. е. $F'>0$. В сужающемся или прямом канале при вдуве газа и при электроподогреве непрерывный переход через скорость звука невозможен.

Для определения характера перехода через скорость звука и устойчивости такого режима течения [5] необходимо выяснить тип особой точки системы дифференциальных уравнений (2.1). Выпишем выражение для $(M^2)'$, положив для простоты $g=0$

$$(M^2)'=\frac{2M^2\psi(\beta k-\sigma hF')+\beta ku^2\varphi(1-M^2)}{\sigma hF(1-M^2)} \tag{2.4}$$

$$\varphi=\frac{1}{h}-\frac{1}{h^\beta}<0 \quad \text{при } h>1, \qquad \psi=1-\frac{\beta u^4\varphi}{2hM^2}, \qquad k=\frac{\eta I^2}{\rho uF}=\text{const}$$

Положение особой точки определяется двумя равенствами

$$M^2=1, \quad \beta k/\sigma h=F' \tag{2.5}$$

Произведем линеаризацию числителя и знаменателя правой части выражения для $(M^2)'$

$$(M')^2-AM'-B=0, \qquad M'_{1,2}={}^1/_2A\pm\sqrt{{}^1/_4A^2+B} \tag{2.6}$$

$$A=\frac{\beta ku^2}{2\sigma hF}\left(\varphi-\frac{\sigma+\sigma_h'h}{\sigma h}\right)<0 \quad \text{при } \sigma_h'>0$$

(σ_h' – производная от σ по h)

$$B=\frac{\beta k^2(\sigma+\sigma_h'h)}{2\sigma(\sigma hF)^2}+\frac{\psi F''}{2F}>0 \quad \text{при } F''>0$$

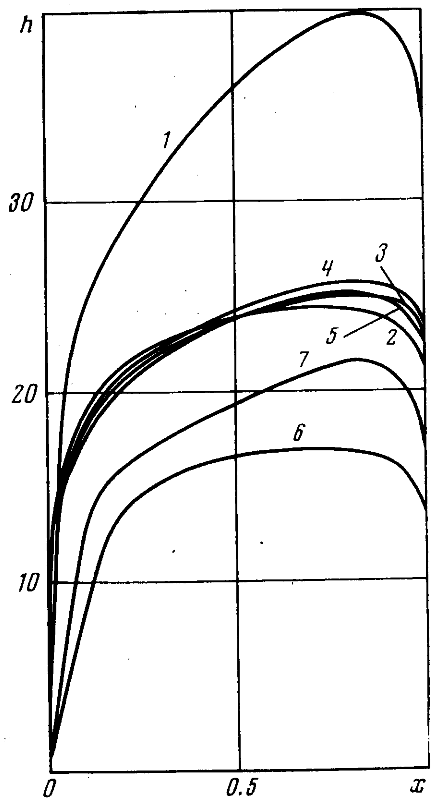
Из (2.6) следует, что при $B>0$, что, в частности, осуществляется при $F''>0$, особая точка оказывается седлом, т. е. через такую особую точку проходят две интегральные кривые. Одна из них ($M'>0$) соответствует решению с переходом от дозвуковой скорости к сверхзвуковой, а другая ($M'<0$) – решению с переходом от сверхзвуковой скорости к дозвуковой. Заметим, что оба эти решения устойчивы [5], так как $A<0$ при $h>1$ и $\sigma_h'>0$. Если $F''<0$ (при $F'>0$), то особенность остается седлом до тех пор, пока $B>0$, т. е. при $F''>-\beta k^2(\sigma+\sigma_h'h)/(\sigma h)^2\sigma\psi F\equiv F_k''$. При $F''<F_k''$, но ${}^1/_4A^2+B>0$, особая точка представляет собой узел с отрицательными собственными направлениями. Вдоль интегральных кривых, проходящих через такой узел, осуществляются решения с переходом через скорость звука от $M>1$ к $M<1$, причем все эти решения устойчивы [5].

Особенность типа фокуса будет появляться в (2.1) при $F''<-A^2F/2\psi+F_k''A^2/4+B>0$. В окрестности такой особенности течения с непрерывным переходом через скорость звука невозможны. Возможны лишь полностью дозвуковые, сверхзвуковые или течения с ударными волнами. Постановка граничных условий для различных режимов течений дана в [6].

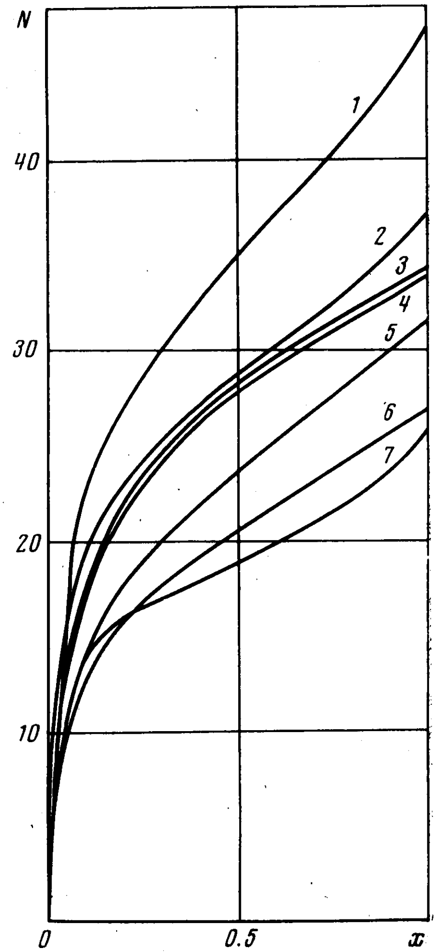
3. Расчеты проводились для дозвуковых течений со звуковым истечением, т. е. решалась система уравнений (2.1) при следующих граничных условиях: $h=h_a$, $\rho=\rho_a$ при $x=0$ и $M_b{}^2=1$ при $x=1$. На фиг. 1, 2 приводятся результаты расчетов при $\alpha=4$, $\beta={}^5/_6$. На фиг. 1 показано влияние вдува, критерия η и формы канала на изменение статической энтальпии потока вдоль канала. На фиг. 2 представлено распределение удельной мощности по длине канала для различных значений критерия η, параметра вдува и формы канала. Кривые соответствуют следующим значениям параметров:

1 – $\eta=10$, $h_a=1$, $f(x)=0$, $F_a/F_b=1/0.25$; *2* – $\eta=10$, $h_a=1$, $f(x)=0.1$, $F_a/F_b=1/1$; *3* – $\eta=10$, $h_a=1$, $f(x)=0$, $F_a/F_b=1/1.1$; *4* – $\eta=10$, $h_a=1$, $f(x)=0$, $F_a/F_b=1/1$; *5* – $\eta=10$, $h_a=6$, $f(x)=0.1$, $F_a/F_b=1/1$; *6* – $\eta=2$, $h_a=6$, $f(x)=0.1$, $F_a/F_b=1/1$; *7* – $\eta=10$, $h_a=1$, $f(x)=0$, $F_a/F_b=4/1$ (F_a/F_b – отношение площадей на входе и выходе канала).

Из фиг. 1 следует, что статическая энтальпия в канале растет, достигая некоторого максимального значения, и затем при M, близких к единице, убывает, что соответствует предварительным качественным выводам.



Фиг. 1



Фиг. 2

Сопоставление зависимостей $h(x)$ для течений со вдувом (кривая *2*) и без него (кривая *4*) показывает, что максимальные значения $h(x)$ в канале со вдувом ниже, а следовательно, удельная мощность выше

$$N=\frac{1}{\rho u F}\int_0^1 \frac{\eta I^2}{\sigma F}\,dx$$

Это подтверждается ходом зависимостей $N(x)$, приведенных на фиг. 2. Сравнение величин $N(x)$ на фиг. 2 для каналов различной геометрии при одинаковых условиях на входе в канал (см. кривые *1*, *3*, *4*, *7*) показывает, что при интенсивном обжатии потока стенками канала (кривая *1*) можно, например, при вдвое меньшей длине получить те же значения N, что и в цилиндрическом канале (кривая *4*). Из анализа кривых *2* и *5* видно, что уменьшение энтальпии газа на входе в канал также приводит к увеличению мощности.

Поступила 26 X 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Watson Velvin R.* Comparasion of detailed numerical, solutions with simplified theories for the characteristics of the constricted-arc plasma generator. Proc. 1965 Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Los Angeles, Calif. Stanford Calif., Univ. Press., 1965.
2. *Залесский А. М.* Электрическая дуга отключения. М.— Л., Госэнергоиздат, 1963.
3. *Ватажин А. Б.* Развитие магнитогидродинамического пограничного слоя при внезапном возникновении движения или внезапном торможении сверхзвукового потока на границе полупространства. ПМТФ, 1965, № 2.
4. *Голубев В. А.* Исследование турбулентной струи высокой температуры. В сб. «Исследование турбулентных струй воздуха, плазмы и реального газа». М., «Машиностроение», 1967.
5. *Куликовский А. Г., Слободкина Ф. А.* Об устойчивости произвольных стационарных течений в окрестности точек перехода через скорость звука. ПММ, 1967, т. 31, вып. 4.
6. *Слободкина Ф. А.* Оптимизация одномерных течений с непрерывным переходом через нуль одной из характеристических скоростей. ПММ, 1968, т. 32, вып. 3.

О РЕЦЕНЗИИ В. П. МЯСНИКОВА НА МОНОГРАФИЮ П. М. ОГИБАЛОВА, А. Х. МИРЗАДЖАНЗАДЕ «НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ СРЕД» ИЗД. МГУ, 1970 г., 26 П. Л., ТИР. 3500 ЭКЗ.

Не вступая в пререкания с рецензентом, который допускает безапелляционные негативные утверждения, вольно используя те или иные места из нашей книги и не обращая внимания на необъективность и спекулятивные приемы типа «подробный разбор всех ошибок занял бы объем, соизмеримый с объемом книги», мы, оставаясь строго в рамках научной дискуссии, ограничимся лишь некоторыми фактическими справками и разъяснениями по поводу тех замечаний, которые содержатся в рецензии, ибо именно они, видимо, по мнению рецензента, являются наиболее яркими и показательными.

В п. 1 рецензент пишет, что «монография не обладает четкой научной направленностью. Значительная ее часть посвящена изучению механически неестественных задач, выбранных лишь потому, что соответствующие им краевые задачи для уравнения теплопроводности с помощью автомодельной замены переменных можно свести к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Связи между этими задачами и приложениями нет». Рецензент, в частности, подвергает сомнению целесообразность включения в книгу содержание тех глав, в которых изложены точные решения некоторых автомодельных задач о нестационарных движениях вязкопластичных сред. По этому поводу отметим следующее.

1. В книге наряду с автомодельными задачами и их решениями приведен ряд других точных решений и все они имеют самое непосредственное отношение к теме книги — нестационарные движения вязкопластичных сред.

2. Математические задачи, возникающие при исследовании нестационарных движений нелинейных сред, сложны и потому наличие точных решений представляет интерес даже вне связи с непосредственными приложениями.

3. Включенный в книгу материал, например, гл. III и VII, дает технику построения автомодельных решений, технику решения задач механики обратными методами.

4. Наличие точных решений дает возможность эффективно оценивать различные приближенные решения. И об этом ясно написано в книге. Так, например, на стр. 134 книги читаем: «Приводимое ниже автомодельное решение частной задачи о вращении круглого цилиндра исчезающе малого радиуса в безграничной среде представляет некоторый самостоятельный интерес и, кроме того, может быть использовано как пример для проверки правильности различных приближенных способов, в частности способа Швеца, способа Слезкина — Тарга и др.»

Отметим также, что, как известно, общая постановка задачи о стационарном движении вязкопластичных систем определяется принятой моделью, которых можно