

Коэффициент продольной диффузии в этом уравнении может быть представлен в виде

$$(2.9) \quad \frac{K}{D} = 1 + 64Y^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^6 (1 + \lambda_n^{-2}\Gamma)} \approx 1 + \frac{Y^2}{48(1 + 3.83^{-2}\Gamma)}, \quad \lambda_1 = 3.83$$

Из (2.8) и (2.9) следует, что одномерная модель продольной диффузии радиоактивного вещества отличается от тейлоровской модели дисперсии пассивной примеси [3]. Это отличие проявляется не только в существовании дополнительного слагаемого, учитывающего радиоактивный распад, но и в том, что величина эффективного коэффициента диффузии через параметр $\Gamma = \beta a^2/D$ зависит от постоянной распада.

Величина параметра Γ характеризует отношение двух масштабов времени: диффузионной постоянной a^2/D и времени распада $1/\beta$. Если параметр $\Gamma \ll (3.83)^2$, то коэффициент продольной диффузии совпадает с коэффициентом в тейлоровской модели дисперсии вещества. Если $\Gamma \sim (3.83)^2$, то коэффициент дисперсии в (2.9) существенно отличается от тейлоровского. Последнее обстоятельство необходимо принимать во внимание при определении дисперсии кривой распределения вещества примеси и размеров области смеси.

3. Вычислим дисперсию кривой распределения порции радиоактивной примеси, впрыснутой в поток в трубе

$$(3.1) \quad \sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - Y\tau)^2 \theta(\tau, \xi) d\xi \bigg/ \int_{-\infty}^{+\infty} \theta(\tau, \xi) d\xi$$

Используя уравнение (2.8), записанное в подвижной системе координат, получаем

$$(3.2) \quad \frac{d\sigma^2}{d\tau} + \Gamma\sigma^2 = 2 \frac{K}{D}$$

Отсюда

$$(3.3) \quad \sigma^2 = \frac{2K}{\Gamma D} (1 - \exp(-\Gamma\tau))$$

Закон изменения дисперсии во времени отличается от линейного, как это имеет место для нерадиоактивной примеси.

Для небольших значений комплекса $\Gamma\tau$ дисперсия равна $\sigma^2 = 2K\tau/D$.

По такому же закону возрастает дисперсия «пассивной» примеси. Из формулы (2.9) видно, что в случае радиоактивной примеси, когда параметр $\Gamma \sim (3.83)^2$, дисперсия кривой распределения будет существенно меньше, чем для пассивной примеси.

Поступила 8 II 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Соколовский Э. В. Применение радиоактивных изотопов для контроля за разработкой нефтяных месторождений. М., «Недра», 1968.
2. Hull D. E., Kent J. W. Radioactive tracers to mark interfaces and measure intermixing in pipelines. Ind. Engng. Chem., 1955, vol. 44, p. 2745.
3. Taylor G. Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube. Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1953, vol. 219, No. 1137.
4. Марон В. И. Распространение примеси в ламинарном потоке в круглой трубе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 3.

УДК 533.6.011.55

ОБТЕКАНИЕ ОСТРЫХ И ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ С ВОГНУТОЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

С. Л. ВИШНЕВЕЦКИЙ, З. С. ПАХОМОВА

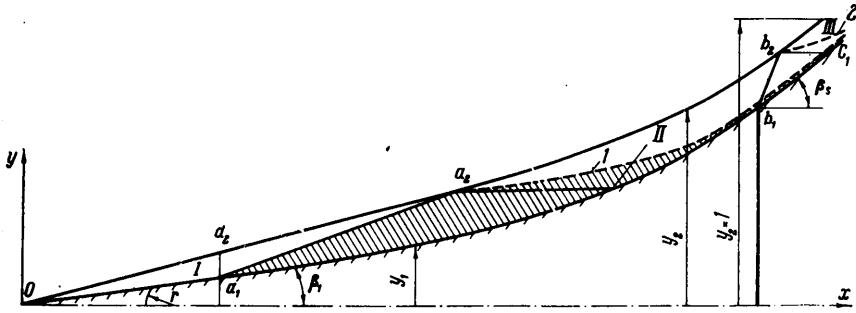
(Москва)

В статье в отличие от работ [1-4] рассматривается обтекание класса тел сложной формы (фиг. 1), образующая которых состоит из трех участков: прямолинейного Oa_1 , вогнутого a_1b_1 и второго прямолинейного b_1c_1 (острые тела) — или четырех участков, когда тело описанной формы имеет впереди сферическое затупление радиуса r .

Рассчитывалось неизэнтропическое течение невязкого совершенного газа ($\kappa = c_p/c_v = \text{const} = 1.4$) между ударной волной и поверхностью плоского или осесимметричного тела заданной формы при гиперзвуковых числах $M_\infty > 5$.

На фиг. 1 изображены границы основных областей и некоторые характерные особенности рассматриваемого течения. Прямолинейный участок ударной волны Oa_2 , прямолинейный участок стенки Oa_1 и плюс-характеристика a_1a_2 ограничивают область I, криволинейные участки ударной волны a_2b_2 , стенки a_1b_1 и плюс-характеристики a_1a_2 и b_1b_2 — область II. Вверх по потоку от характеристики b_1b_2 расположена область III.

Основная часть расчетов течения в области II (фиг. 1) проведена методом сеток [1]. Исходные данные на начальном слое a_1d_2 для расчета методом сеток были по-



Фиг. 1

лучены в области I в случае острых тел из решения задачи обтекания клина или конуса, а в случае осесимметричных затупленных тел предварительно рассчитывалось обтекание конуса со сферическим затуплением по методу [3].

Решение в области II осуществлялось в цилиндрической системе координат $(x, \xi = (y - y_1)/(y_2 - y_1), \varphi)$, связанной с телом (фиг. 1). Расстояние от тела до ударной волны нормировано: значение $\xi = 0$ соответствует поверхности тела ($y = y_1$), значение $\xi = 1$ — поверхности ударной волны ($y = y_2$). Нормирующий множитель для координаты x связан с формой тела и будет определен ниже. Компоненты вектора скорости W в цилиндрической системе координат $u = W \cos \theta$, $v = W \sin \theta$ отнесены к критической скорости звука a_* , плотность ρ — к плотности набегающего потока ρ_∞ , а давление — к величине $\rho_\infty a_*^2$.

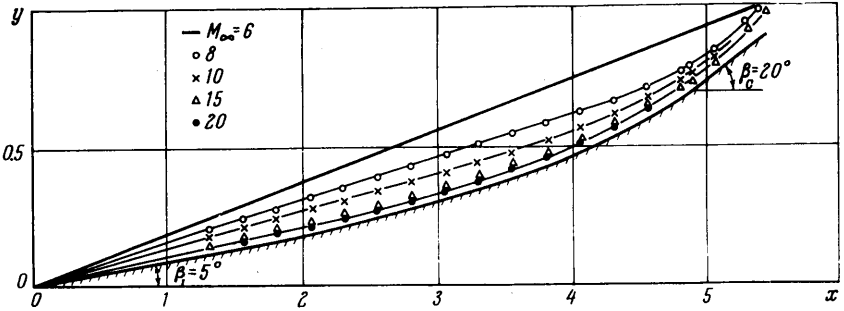
Через θ обозначен угол наклона вектора скорости к оси x . Индексом 1 отмечены параметры на поверхности тела, индексом 2 — параметры на ударной волне. Поле параметров определялось в области $0 \leq x \leq X$ и $0 \leq \xi \leq 1$ (фиг. 1). Величина X будет указана позже.

С помощью контроля выполнения уравнения расхода и условия постоянства энтропии на поверхности тела, анализа распространения и затухания возмущений, вызванных наличием разрывных характеристик a_1a_2 , b_1b_2 (фиг. 1), и сравнения с результатами контрольного расчета, сделанного численным методом характеристик [2], установлено, что шаг, равный 0,05 по переменной ξ (20 точек на слое), и шаг, равный 0,005 по переменной x , обеспечивают необходимую точность расчета параметров течения в областях II и III.

Форма криволинейной части контура a_1b_1 выбиралась такой, чтобы при обтекании его потоком с некоторым заданным числом $M_\infty = M_p$ все волны сжатия от вогнутой части контура пересекались в одной точке, лежащей на присоединенном к острому носку тела косом скачке уплотнения. Расстояние этой точки от оси течения (или нижней плоскости клина) принималось за единицу (координата x и все линейные размеры отнесены к этому расстоянию). Как правило, расчет течения в области II производился до такого сечения $x = X$, в котором $y_2 = 1$. Расчет формы криволинейной части контура, отвечающей поставленному выше условию пересечения всех волн сжатия в точке, где $y_2 = 1$, производился численным методом характеристик [2]. Прямолинейные участки контура в точках a_1 и b_1 (фиг. 1) касательны к его криволинейной части.

Рассчитано обтекание семейств таких контуров потоком с различными числами $M_\infty \geq M_p$. Все варианты расчетов сведены в таблицу. Некоторые результаты расчетов представлены ниже в виде графиков. На фиг. 1 изображена схема течения. В точках a_2b_2 пересечения разрывных характеристик a_1a_2 , b_1b_2 с поверхностью ударной волны происходит изменение ее кривизны. Из точек a_2 , b_2 исходят линии тангенциального разрыва 1, 2. Из области носка тела вниз по течению распространя-

ется узкий вихревой слой газа (заштрихован на фиг. 1) с резким изменением энтропии и других параметров поперек слоя. Внутри этого слоя происходит многократное отражение возмущений давления от поверхности тела и ударной волны. Величина энтропии в этом слое мала по сравнению с энтропией в остальной части потока. Существование низкоэнтропийного слоя вблизи поверхности характерно для обтекания острых вогнутых тел.



Фиг. 2

На фиг. 2 показано положение ударных волн около осесимметричного тела (контур 1) при разных числах M_∞ , указанных в таблице. С увеличением скорости набегающего потока от числа $M_\infty=6$ до $M_\infty=20$ ударная волна приближается к поверхности тела и при $M_\infty=20$ (нижняя кривая) практически принимает форму стенки. При удалении от носка тела интенсивность ударной волны при всех числах $M_\infty > M_p$ увеличивается до тех пор, пока волна не встретит разрывную характеристику.

№ контура	β_1°	β_c°	M_p	r	M_∞
-----------	-----------------	-----------------	-------	-----	------------

Осесимметричные вогнутые тела

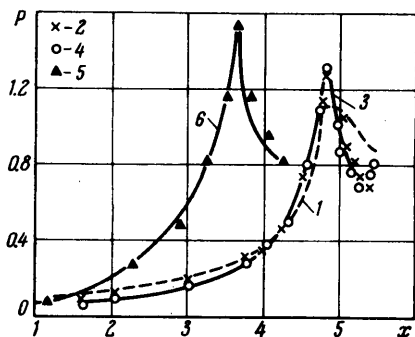
1	5	20	6	0, 0.01, 0.02, 0.05, 0.10.	6, 8, 10, 15, 20, 100.
2	5	20	8	0	8, 10, 15, 20
3	5	20	10	0	10, 15, 20
4	5	20	15	0	15, 20
5	5	20	20	0	20
6	5	25	6	0	10, 15, 20
7	1)	20	6	0, 0.01, 0.02, 0.05, 0.10.	10, 15, 20
8	10	20	10	0	10, 15, 20
9	10	20	15	0	15, 20
10	10	20	20	0	20

Плоские вогнутые тела

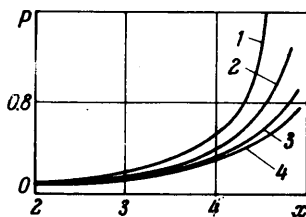
11	5	15	5	0	10, 15, 20
12	5	15	10	0	10, 15, 20
13	5	20	5	0	10, 15, 20
14	5	20	6	0	10, 15, 20
15	5	20	10	0	10, 15, 20
16	5	20	15	0	15, 20
17	5	25	5	0	10, 15, 20
18	5	25	10	0	10, 15, 20
19	5	25	15	0	15, 20
20	10	20	5	0	10, 15, 20
21	10	20	6	0	10, 15, 20
22	10	20	10	0	10, 15, 20
23	10	20	15	0	15, 20
24	10	25	5	0	10, 15, 20
25	10	25	10	0	10, 15, 20
26	10	25	15	0	15, 20

ку b_1, b_2 (фиг. 1). Точка b_2 встречи с разрывной характеристикой является точкой перегиба фронта ударной волны, и за этой точкой интенсивность ударной волны несколько уменьшается. Относительная плотность за ударной волной в точке ее максимальной интенсивности с ростом числа M_∞ и угла β_c стремится к предельному значению, равному $(\kappa+1)/(\kappa-1)$, и уже при $M_\infty=20$ отличается от него всего на 10%.

Пример распределения относительного давления p_1 на поверхности тела при различных числах M_∞ приведен на фиг. 3 (контур 1 $M_\infty=8, 15, 20, 100$ — данные



Фиг. 3



Фиг. 4

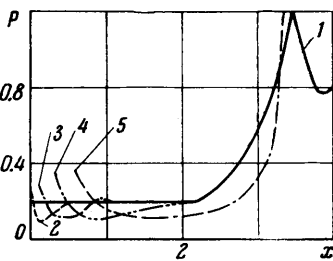
1, 2, 3, 4, контур 14 $M_\infty=15, 20$ — данные 5, 6). Точка излома на кривых давления соответствует разрыву производной при переходе через характеристику b_1, b_2 (фиг. 1). Фиг. 3 иллюстрирует также автомодельность (по числу M_∞) распределения давления на поверхности вогнутых тел при $M_\infty \geq 15$.

На фиг. 4 (контур 1, $r=0, M_\infty=20$) представлено сравнение полученных распределений давления с приближенными расчетами. Кривая 1 соответствует расчету изэнтропического течения сжатия Праудтля — Майера в области II (коническое течение в области I рассчитано точно), кривая 2 — расчету численным методом сектор («точное решение»), кривая 3 — расчету давления по методу касательных конусов, кривая 4 — расчету по методу Ньютона. Расхождение между точными и приближенными значениями давления объясняется воздействием отражения от ударной волны возмущений давления. Отраженные возмущения в данном случае в соответствии с [5] имеют отрицательный знак. Если отраженные возмущения не попадают на обтекаемый контур, что имеет место в случае $M_\infty = M_p$, точные значения давления мало отличаются от приближенных, рассчитанных по методу скачков-разрежений.

С увеличением числа M_∞ разница между точными и приближенными значениями давления при $M_\infty > M_p$ возрастает как в осесимметричном, так и в плоском случаях. Анализ параметров потока между поверхностью ударной волны и телом показывает, что при $M_\infty=8$ и 10 (контур 1) поведение величин M, θ, p и ρ в зависимости от ξ около вогнутой части тела качественно такое же, как в области конического течения (сечение $x=2.5$). Значение M , например, увеличивается по направлению от тела к ударной волне, а угол наклона вектора скорости θ уменьшается. С увеличением числа M_∞ характер зависимости M от ξ изменяется. При $M_\infty=20$ до начала второго прямолинейного участка контура (сечение $x=4.87$) течение перестраивается полностью, т. е. на стенке величина M становится больше, чем на ударной волне в том же поперечном сечении.

Разница между значениями θ на стенке и на ударной волне с ростом M_∞ уменьшается. С удалением от носка тела неравномерность параметров p и θ в поперечном сечении уменьшается, а неравномерность параметров p и M увеличивается. Величина $\sigma = p_0/p_{0\infty}$, характеризующая потери полного давления (возрастание энтропии), изменяется для контура 1 при $M_\infty=20$ от 0.66 на стенке (в низкоэнтропийном слое) до 0.0085 за ударной волной, т. е. интенсивность ударной волны, измеренная в долях давления, возрастает почти в 80 раз!

Для контура 7 при $M_\infty=20$ фиг. 5 иллюстрирует влияние величины затупления носка осесимметричного вогнутого тела на распределение давления по его поверх-



Фиг. 5

ности. Кривая 1 характеризует обтекание тела с острым носком ($r=0$), а кривые 2, 3, 4, 5 соответственно — обтекание тела с затупленным носком при относительной величине затупления $r=0.01, 0.02, 0.05$ и 0.10 . Возмущения параметров u, v, p, ρ вызванные затуплением, практически полностью затухают к концу второго прямолинейного участка контура ($x=X$), если $r \leq 0.02$. При $r=0.1$ влияние затупления на параметры течения вблизи поверхности тела остается заметным вплоть до сечения $x=X$. Непосредственно на поверхности тела при всех величинах затупления значения плотности и скорости отличаются от случая обтекания остроугольного тела из-за наличия высокоэнтропийного слоя, образующегося от затупления носка. Положение ударной волны относительно затупленного вогнутого тела в случаях $r \leq 0.05$ совпадает при $x \geq X$ с ее положением для случая $r=0$ (острое тело).

Поступила 31 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом, М., «Наука», 1964.
2. Кацкова О. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д., Шулишнина Н. П. Опыт расчета плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений газа методом характеристик. М., ВЦ АН СССР, 1961.
3. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Метод расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел с отсепедшей ударной волной. Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1964, № 4.
4. Дьяконов Ю. Н., Пахомова Э. С., Пчелкина Л. В., Сандомирская И. Д., Усков В. И. К расчету пространственных течений невязкого газа методом сеток. III съезд по теоретической и прикладной механике, М., 1968.
5. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью, М., Физматгиз, 1959.

УДК 536.25

ТЕРМОКОНВЕКТИВНЫЕ ВОЛНЫ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОЛОСТИ

Б. М. БЕРКОВСКИЙ, А. К. СИНИЦЫН

(Минск)

В [1, 2] впервые было указано, что в вязких теплопроводных, термически сжимаемых жидкостях при наличии параллельного силе тяжести градиента температуры (нагрев снизу) возможно слабое затухание термоконвективных волн. Анализируя условия, при которых данное явление имеет место, авторы ранее [3] показали, что горизонтальные границы слоя, в котором поддерживается заданный градиент температуры, оказывают существенное влияние на распространение этих волн. В данной работе приводятся результаты численных экспериментов, проведенных с целью выяснения механизма и особенностей распространения термоконвективных волн в полуограниченном слое жидкости.

Рассматривается плоский горизонтальный полуограниченный слой жидкости толщиной h , нижняя и верхняя границы которого поддерживаются при постоянных температурах T_1 и T_2 соответственно ($T_1 > T_2$). На боковой стенке температура изменяется со временем по гармоническому закону. Температурные колебания при определяющих условиях генерируют слабозатухающие термоконвективные волны, которые описываются уравнениями естественной конвекции. Оси x и y выбираются в плоскости сечения, ось x направлена горизонтально, ось y — вертикально вверх. Тогда безразмерные уравнения в приближении Буссинеска [4] и граничные условия имеют вид

$$(1) \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla \varphi = \Delta \varphi + Gr \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad Gr = \frac{\beta g h^3 (|\gamma h| + A_0)}{\nu^2},$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \mathbf{V} \nabla \theta = \frac{1}{Pr} \Delta \theta + \alpha v_y, \quad Pr = \frac{\nu}{a}, \quad \varphi = \text{rot } \mathbf{V} = -\Delta \psi,$$