Интересно, что если бы пузырь имел форму, целиком определяющуюся контуром (2), то в формуле (8) первый член отсутствовал бы, а величина $\eta_c=(-{}^1/_2\lambda^2)$ соответствовала бы верхушке этого фиктивного пузыря. Легко видеть, что при этом (8) автоматически выполняется при любом λ. Отсюда следует, что объем действительного пузыря должен быть равновеликим с объемом фиктивного, построенного целиком согласно (2). Можно получить все величины η_c, a, λ из условия удовлетворения (8) и общности координат и касательных в точке сращивания. Опуская промежуточные выкладки, приведем окончательные результаты

$$\eta_c^2=\frac{1+\sqrt{33}}{16},\qquad a=-\frac{1+5\eta_c^2}{6\eta_c},\qquad \lambda^2=-\frac{8}{9}\eta_c(1-\eta_c^2)^2$$

Следует отметить, что контур и параметры, полученные в [1], не соответствуют величинам, при которых удовлетворяется закон количества движения.

На фиг. 2 представлены контуры головной части пузыря с учетом (кривая *1*) и без учета (кривая *2*) выполнения равенства (8).

Поступила 20 IX 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dumitrescu D. T.* Strömung an einer Luftblase in senkrechten Rohr. ZAMM, 1943, Bd 23, Nr 3.
2. *Davies R. M., Taylor G.* The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, 1950, vol. 200, No. 1062.
3. *Гриффит П., Уоллис Г. Б.* Двухфазное снарядное течение. Тр. Америк. об-ва инж.-мех. Сер. С, Теплопередача, 1961, т. 83, № 3.
4. *Мойссис Р., Гриффит П.* Влияние входных условий на снарядный режим течения двухфазной смеси. Тр. Америк. об-ва инж.-механ., Сер. С., Теплопередача, 1962, т. 84, № 1.

УДК 532.539

РАЗДЕЛЕНИЕ ДВУХКОМПОНЕНТНОГО ПОТОКА В МЕЖТАРЕЛОЧНОМ ЗАЗОРЕ СЕПАРАТОРА

Л. С. СКВОРЦОВ

(Москва)

Рассматривается осаждение тяжелых твердых частиц в коническом межтарелочном зазоре центробежного сепаратора. Для расчета остаточной концентрации на выходе из межтарелочного зазора используется уравнение сохранения массы для твердого компонента. Получены формулы для расчета остаточной концентрации для случаев осаждения монодисперсной и полидисперсной фракций твердого компонента с известным начальным распределением концентрации.

В отличие от предшествовавших исследований [1], где определялось время осаждения одной твердой частицы, рассмотрим осаждение группы частиц, входящих в межтарелочное пространство с начальной концентрацией C_0. Тогда, имея решение для остаточной концентрации, его можно использовать в случае осаждения частиц с произвольным распределением концентрации на входе.

Схема одного межтарелочного зазора и принятая система координат показана на фигуре.

Предполагается, что вследствие малости межтарелочного зазора движение жидкости в направлении, перпендикулярном плоскости тарелок, отсутствует, течение в канале осесимметричное и установившееся. Объемная концентрация твердых частиц в потоке мала и существенно не сказывается на физических свойствах несущего потока. Вследствие предполагаемой малости начального участка принимается, что скорость потока в направлении образующей тарелок на всем участке определяется согласно (2) выражением

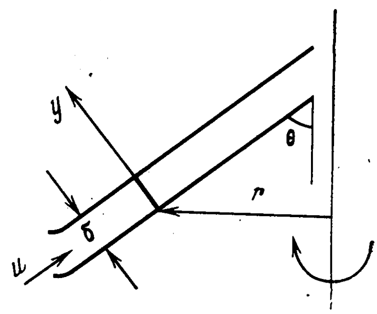
$$U_l=3q\gamma(1-\gamma)/\pi\delta r \tag{1}$$

Здесь q – расход жидкости в межтарелочном зазоре, δ – толщина межтарелочного зазора, r – радиус рассматриваемого сечения, $\gamma=y/\delta$ – безразмерная координата точки в сечении межтарелочного зазора, y – расстояние по нормали от нижней тарелки.

Согласно [2] окружная скорость жидкости в межтарелочном зазоре мало отличается от окружной скорости тарелок, поэтому с достаточным для практики приближением можно считать их одинаковыми.

Допустим далее, что движение твердой частички в потоке в любой момент времени установившееся. Приняв стоксовский закон сопротивления, для относительной радиальной скорости движения частицы размером d имеем

(2) $$V_r=(\rho_1-\rho_0)\rho_0^{-1}d^2\omega^2r/18\nu=br$$



Здесь ρ_1 и ρ_0 – плотность твердого компонента и жидкости, ω – угловая скорость вращения тарелок сепаратора. Скорость движения твердых частиц в межтарелочном зазоре равна векторной сумме скоростей U_l и V_r.

В принятой системе координат уравнение сохранения массы для твердого компонента можно записать в виде

(3) $$\frac{\partial(rCU_l)}{\partial r}-\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial(rCV_r)}{\partial r}-$$
$$-\operatorname{ctg}\theta\frac{\partial(rCV_r)}{\partial y}=0$$

где C – безразмерная концентрация твердого компонента в смеси, θ – угол наклона образующей тарелки к оси вращения.

Решение (3) с учетом (1) и (2) имеет вид

(4) $$C=\Phi[Pr^3+\gamma^2(3-2\gamma)],\qquad P=2\pi br^2\operatorname{ctg}\theta/2q$$

где Φ – произвольная дифференцируемая функция, вид которой определяется условиями на границе.

Рассмотрим два случая: в начальном сечении межтарелочного зазора имеет место равномерное распределение частиц одинакового размера, в начальное сечение поступает твердый компонент с известным дифференциальным законом распределения. В том и другом случае начальная концентрация твердого компонента известна.

Пусть в первом случае на входе $r=R$, $C=C_0=\psi(\gamma)$. Тогда из (4) для начального сечения имеем

$$\psi(\gamma)\equiv\Phi(z),\qquad z=PR^3+\gamma^2(3-2\gamma)$$

Функция $C_0=\Phi(z)$ тождественно равна нулю для всех γ, меньших нуля и больших единицы, или $C_0=0$, если $z\leqslant PR^3$. Отсюда следует, что концентрация в зазоре равна нулю, если

(5) $$PR^3\geqslant Pr^3+\gamma^2(3-2\gamma)$$

Знак равенства в (5) определяет уравнение кривой, разделяющей межтарелочное пространство на области с нулевой и ненулевой концентрацией.

Таким образом, на выходе из межтарелочного зазора ($r=r_0$) поток делится на два: один с концентрацией C_0 между верхней тарелкой и кривой, определяемой (5), а другой – поток с нулевой концентрацией между этой же кривой и нижней тарелкой. При этом концентрация на выходе равна

(6) $$C=C_0[1-P(R^3-r_0^3)]$$

Определим теперь остаточную концентрацию для случая, когда дифференциальный закон распределения концентрации частиц в потоке на входе в межтарелочный зазор определен функцией $f(d)$ такой, что концентрация частиц с диаметром d, находящимся в пределах $d_1\leqslant d\leqslant d_2$, равна

$$C[d_1,d_2]=\int_{d_1}^{d_2}f(d)\Delta d$$

где Δd – дифференциал диаметра. Суммарная концентрация на входе в межтарелочный зазор в этом случае равна

$$C_0[d_{\min}, d_{\max}] = \int\limits_{d_{\min}}^{d_{\max}} f(d)\Delta d = \varphi(d) \tag{7}$$

Суммарная концентрация на выходе из межтарелочного зазора в соответствии с (6)

$$C[d_{\min}, d_{\max}] = \int\limits_{d_{\min}}^{d_{\max}} [1-P(R^3-r_0^3)]f(d)\Delta d = \psi(d) \tag{8}$$

Относительная концентрация

$$C/C_0 = \psi(d)/\varphi(d) \tag{9}$$

Можно показать, что (9) приводится к виду

$$\begin{gathered} C = C_0\{\alpha - \beta M(\xi) - \varepsilon[D(\xi) + M^2(\xi)]\} \\ \alpha = 1 - a(R^3 - r_0^3)d_0^2, \qquad \beta = 2ad_0(d_{\max} - d_{\min})(R^3 - r_0^3), \\ \varepsilon = a(d_{\max} - d_{\min})^2(R^3 - r_0^3), \qquad d_0 = (d_{\max} + d_{\min})/2 \end{gathered} \tag{10}$$

Здесь $M(\xi)$ и $D(\xi)$ – математическое ожидание и дисперсия закона распределения соответственно, a – постоянный коэффициент.

Поступила 19 XI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бремер Г. И.* Жидкостные сепараторы. М., Машгиз, 1957.
2. *Гольдин Е. М.* Движение однородного потока между тарелками сепаратора. Молочная пром-сть, 1956, № 12.

УДК 532.546

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА О ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ БЕЗ УЧЕТА КАПИЛЛЯРНЫХ СИЛ

Г. П. ЦЫБУЛЬСКИЙ

(Краснодар)

Первые предложения по описанию плоских двухфазных потоков [1, 2] содержали приближенные методы, основанные на использовании решений одномерных задач [3–5]. Строгое обоснование постановки плоских задач и их исследования аналитическими методами до сих пор не даны, хотя отдельные аспекты и затрагивались, например в [1, 6].

В данной работе приводится систематическое изложение плоской задачи Бакли – Леверетта о двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей. С помощью метода характеристик исследуется система уравнений, описывающая рассматриваемый процесс, дается обоснование необходимых начальных и граничных условий при постановке краевых задач, строится общее решение для функции насыщенности. Приводятся условия сопряжения на возможных линиях разрыва – скачках насыщенности. Более подробно рассмотрен случай закачки воды через совершенную нагнетательную скважину в нефтеносный пласт, содержащий связанную воду. Показывается, что в этом случае фронтовая насыщенность удовлетворяет соотношению Бакли – Леверетта, полученному ранее для одномерных потоков.

1. Пусть $\mathbf{V}_j$ – скорость фильтрации j-й фазы, $k=k(x, y)$, $m=m(x, y)$, $H=H(x, y)$ – абсолютная проницаемость, пористость и мощность пласта, $k_j(s)$ и μ_j – относительная фазовая проницаемость и динамическая вязкость j-й фазы, p – давление, s – насы-