

О РАСЧЕТЕ ТЕПЛОБМЕНА НА ЛИНИЯХ РАСТЕКАНИЯ ТРЕХМЕРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В НЕОДНОРОДНОМ ВНЕШНЕМ ПОТОКЕ

Б. А. ЗЕМЛЯНСКИЙ

(Москва)

Эффективным способом учета влияния поперечной неоднородности внешнего невязкого потока на пограничный слой является метод среднemasовых величин [1, 2], основанный на локальной замене неоднородного внешнего потока равноценным однородным. Ниже предложено обобщение этого метода для окрестности линии растекания трехмерного пограничного слоя, развивающегося вдоль холодной поверхности тела в неоднородном невязком потоке. В качестве примера приведены результаты (и сравнение с экспериментом) для наветренной образующей тонкого затупленного конуса.

1. Влиянием вторичных течений в пограничном слое будем пренебрегать, так как оно мало для холодной стенки на наветренных, наиболее теплонапряженных участках тел [3-5]. Тогда для однородного внешнего потока трехмерные эффекты обусловлены лишь растеканием невязких линий тока на поверхности тела и для каждой из них можно построить эквивалентное тело вращения [3, 4]. Для неоднородного трехмерного течения осесимметричная аналогия затрудняется тем, что не существует ортогональных к стенке поверхностей тока (кроме плоскостей растекания), так как пристеночные низконапорные струйки газа отклоняются под действием бокового градиента давления больше внешних высоконапорных.

Рассмотрим течение в окрестности плоскости растекания. Построим на теле $y=0$ криволинейную ортогональную сетку x, z (с метрическими коэффициентами $h_x=1, h_z=r_\psi(x)$), выбирая (указанным ниже способом) за ось x в каждой точке x_0 направление внутри пучка проекций на стенку невязких линий тока между телом и поверхностью тока $y=y_\psi(x)$. Составим баланс массы для примыкающего к плоскости растекания $z=0$ объема $y_\psi r_\psi dz dx$, ограниченного сверху поверхностью тока y_ψ

$$(1.1) \quad \frac{d}{dx} \int_0^{y_\psi} \rho^{(0)} u^{(0)} dl dy + \int_0^{y_\psi} \rho^{(0)} dw^{(0)} dy = 0$$

$$dw^{(0)} = u^{(0)} d\varepsilon, \quad d\varepsilon = (Q^{(0)} - Q_\psi) dl, \quad Q = \frac{1}{u_1 h} \frac{\partial w_1}{\partial \zeta},$$

$$dl = r_\psi dz = h d\zeta, \quad dx \approx d\eta$$

$$(1.2) \quad r_\psi = Ah \exp \int_{x_0}^x Q_\psi dx$$

Здесь ρ — плотность газа; u, w — проекции скорости на оси x, z ; верхний индекс нуль относится к параметрам неоднородного невязкого потока; η, ζ — ортогональная сетка на теле с известными метрическими коэффициентами $h_\eta=1, h_\zeta=h(\eta)$; u_1, w_1 — проекции скорости на оси η, ζ ; Q_ψ — некоторое среднее при $0 < y < y_\psi$ значение параметра растекания $Q^{(0)}$ невязкого потока, определяющее коэффициент Ламэ $r_\psi(x)$ (и всю сетку x, z) соотношением (1.2), которое записано по аналогии с выражением для радиуса поперечного сечения эквивалентного тела вращения для линии растекания при однородном внешнем потоке (константа A определяется условием в точке x_0).

Выберем теперь параметр Q_ψ так, чтобы второй член в (1.1) равнялся нулю. Тогда можно ввести функцию тока ψ , постоянную согласно (1.1) вдоль поверхности тока y_ψ , и записать

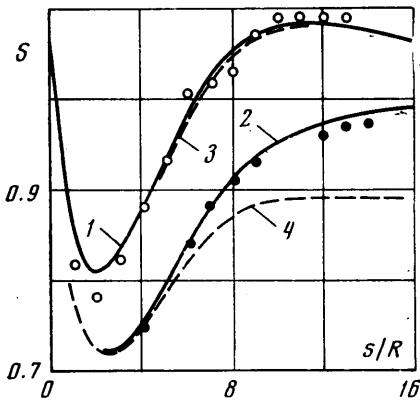
$$(1.3) \quad Q_\psi = \frac{1}{\psi} \int_0^\psi Q^{(0)} d\psi, \quad \psi = \int_0^y \rho^{(0)} u^{(0)} r_\psi dy$$

Таким образом, каждой поверхности тока $y_\psi(x)$ вблизи плоскости растекания можно поставить в соответствие такую ортогональную сетку x, z на теле, что поверхности $z = \text{const}$ при $0 < y < y_\psi$ можно условно считать поверхностями тока (суммарный перенос импульса или энергии через них в общем случае имеется).

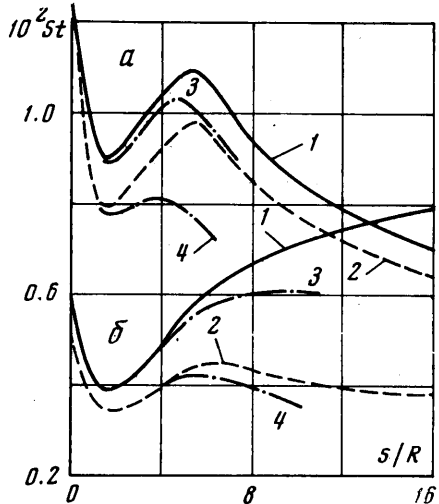
В задаче о развитии пограничного слоя в завихренном потоке осреднение параметров последнего следует проводить по массе $\psi_\delta(x)$ [1], поглощаемой пограничным слоем в данном сечении, так что определяющим для пограничного слоя растеканием такого потока является $Q_0(x) = Q_\delta$, где $Q_\delta = Q_\psi$ при $\psi = \psi_\delta$. Эффективный выбор координатной сетки x, z на теле при $x > x_0$ (в этих координатах приближенно справедлива осесимметричная аналогия) достигается решением системы

$$(1.4) \quad \psi(x_0) = \psi_\delta(x), \quad d \ln \frac{r}{h} = Q_0 dx, \quad Q_0(x) = Q_\delta, \quad \psi = \int_0^y \rho^{(0)} u^{(0)} r dy$$

Запишем интегральные уравнения импульса и энергии для пограничного слоя на линии растекания (здесь \tilde{H} — полная энтальпия, p — давление, τ, q — напряжение



Фиг. 1



Фиг. 2

трения и тепловой поток на стенке, δ^* — толщина вытеснения)

$$(1.5) \quad \int_0^{\psi_\delta} [u^{(0)} - u] d\psi + u_1 \psi_\delta = \int_{x_0}^x \left(\tau + \delta^* \frac{\partial p}{\partial x} \right) r dx,$$

$$\int_0^{\psi_\delta} ((H^{(0)} - H) d\psi + H_2 \psi_\delta = \int_{x_0}^x qr dx$$

$$a_{i1} \psi_\delta = \int_{x_0}^x \int_0^{\psi_\delta(x')} a_{(i)}^{(0)} (Q^{(0)} - Q_0) d\psi dx', \quad a_1 \equiv u, \quad a_2 \equiv H$$

К этой же форме сводятся уравнения для однородного в каждом сечении $x > x_0$ внешнего потока с параметрами

$$(1.6) \quad u_*(x) = u_0 + u_1, \quad H_*(x) = H_0 + H_1, \quad u_0 \psi_\delta = \int_0^{\psi_\delta} u^{(0)} d\psi, \quad H_0 \psi_\delta = \int_0^{\psi_\delta} H^{(0)} d\psi$$

отличающимися от обычных среднemasовых u_0, H_0 добавками, учитывающими потери импульса и энергии в невязком потоке за счет локального массообмена через поверхность $z = \text{const}$. Обычно $u_1 \ll u_0, H_1 \ll H_0$, так что в первом приближении примем $u_* = u_0, H_* = H_0$.

Заменяя неоднородный внешний поток равноценным по расходу, импульсу, энергии и растеканию однородным, для расчета теплопередачи при $x > x_0$ можно использовать согласно [1, 2] соотношения для пограничного слоя нулевой толщины. остано-

вмесь на методе локального подобия. Тогда при $x > x_0$ для ламинарного (l) и турбулентного (t) режимов имеем (μ — вязкость газа, σ — число Прандтля, индекс ∞ относится к невозмущенному потоку)

$$(1.7) \quad \psi_{\delta l} \approx 3.3 \xi_l^{0.5}, \quad \psi_{\delta t} \approx 0.4 \xi_t^{0.8}, \quad \xi_j = \int_{x_0}^x F_j dx \quad (j=l, t)$$

$$F_l = \rho_0 \mu_0 u_0 r^2, \quad F_t = \rho_* u_0 \mu_*^{1/4} r^{5/4} \left(\frac{H_{at} - i_w}{H_\infty - i_w} \right)^{3/4}, \quad \mu_0 = \mu(p, i_0)$$

$$(1.8) \quad \begin{aligned} \rho_0 &= \rho(p, i_0), \quad \mu_* = \mu(p, i_*), \quad \rho_* = \rho(p, i_*), \quad i_0 = H_0 - 1/2 u_0^2 \\ i_* &= 0.5(i_0 + i_w) + 0.22(H_a - i_0), \quad H_a = i_0 + 1/2 \kappa_i u_0^2 \quad (\kappa_l = \sigma^{1/2}, \kappa_t = \sigma^{1/3}) \\ q_l &= 0.332 \sigma^{-2/3} (\rho_* u_0 \mu_*)^{0.5} x_l^{-0.5} (H_{at} - i_w) \quad (x_l F_l = \xi_l) \\ q_t &= 0.0296 \sigma^{-0.6} (\rho_* u_0)^{0.8} \mu_*^{0.2} x_t^{-0.2} (H_{at} - i_w) \quad (x_t F_t = \xi_t) \end{aligned}$$

2. В качестве примера рассмотрим навстречную образующую тонкого (с углом полураствора θ) затупленного по сфере конуса, обтекаемого под углом атаки α сверхзвуковым потоком воздуха. Здесь пограничный слой развивается в высокэнтропийном завихренном потоке, прошедшем через сильно искривленную в окрестности затупления головную ударную волну. Структура течения в высокэнтропийном слое определяется в результате численного расчета обтекания тела. Здесь $H^{(0)} = H_\infty$ и $H_1 = 0$ в силу выбора Q_0 , а u_1 , как показывают расчеты, не превышает $0.05 u_0$. На сфере в поточной системе координат течение сохраняет осевую симметрию и учет внешней неоднородности до сопряжения с конусом (x_c) производится согласно [1, 2], а ниже по течению проявляется трехмерность и решается обеспечивающая правильный учет растекания система (1.4) ($h(x)$ — радиус поперечного сечения конуса, $h(x_c) = R \cos(\theta + \alpha)$, R — радиус сферы).

Результаты расчетов теплообмена при $\theta = \alpha = 10^\circ$ для совершенного газа (сплошные кривые) и сравнение с экспериментом (точки) для ламинарного (l — число Маха $M_\infty = 8.3$, число Рейнольдса $Re = \rho_\infty V_\infty R / \mu_\infty = 2 \cdot 10^3$, энтальпия газа у стенки $i_w = 0.1 H_\infty$) и турбулентного ($2 - M_\infty = 6$, $Re = 8.3 \cdot 10^5$, $i_w = 0.6 H_\infty$) режимов показаны на фиг. 1 (s — расстояние вдоль оси конуса от сопряжения с носком). Для исключения систематических ошибок экспериментальные данные по тепловым потокам $q = St \rho_\infty V_\infty (H_\infty - i_w)$ обработаны в виде отношения S чисел Стантона St на затупленном и остром конусах (измерения проводились на модели со сменным носком). Там же показаны результаты расчетов без учета завихренности (соответственно кривые 3, 4). Как видно, для ламинарного режима эффект отсутствует, а для турбулентного достигает $\sim 10\%$, что хорошо согласуется с экспериментом.

На фиг. 2 для скорости $V_\infty = 7500$ м/сек, $i_w = 0.1 H_\infty$ показаны результаты расчетов теплообмена по предлагаемому методу (кривые 1) для равновесного воздуха также для ламинарного ($a - \rho_\infty = 3.3 \cdot 10^{-7}$ г/см³, $Re = 1.5 \cdot 10^4$) и турбулентного ($b - \rho_\infty = 1.8 \cdot 10^{-5}$ г/см³, $Re = 9 \cdot 10^5$) режимов. Там же, приведены результаты расчетов без учета завихренности (кривые 2) и результаты расчетов по схеме местного конуса с учетом (3) и без учета завихренности (4). Видно, что для турбулентного пограничного слоя влияние завихренности существенное, а для ламинарного небольшое. Это связано с тем, что учет завихренности, с одной стороны, повышая характерную плотность тока $\rho_* u_0$ невязкого потока, увеличивает теплообмен на стенке, а с другой, уменьшая эффективное растекание, снижает его. Так как роль растекания значительно существеннее для ламинарного режима, суммарный эффект здесь гораздо меньше. Схема местного конуса заметно занижает теплообмен.

Автор благодарит В. В. Лулева за полезные обсуждения и В. А. Карпова, предоставившего экспериментальные результаты.

Поступила 3 VII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Лулев В. В. Метод средних массовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
2. Карпов В. А. О турбулентном пограничном слое на поверхности затупленных конусов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 3.
3. Vaglio-Laurin R. Laminar heat transfer on three-dimensional blunt nosed bodies in hypersonic flow. ARS Journal, 1959, vol. 29, No. 2.
4. Авдеевский В. С. Приближенный метод расчета трехмерного ламинарного пограничного слоя. Изв. АН СССР, ОН, Механика и машиностроение, 1962, № 2.
5. Reshotko E., Beckwith I. E. Compressible laminar boundary layer over a yawed infinite cylinder with heat transfer and arbitrary Prandtl number. NACA Rept, 1958, No. 1379.