

Подставляя (7) – (9) в (6) и учитывая, что $\sigma_{rr}(\infty) = 0$, получим уравнение для $R(t)$

$$(10) \quad R + \frac{3}{2} R^2 R^{-1} = -(\rho R)^{-1} \{ p(\infty, 0) - p_0 \sin \omega t - [p(\infty, 0) + 2\sigma R_0^{-1}] (R_0 R^{-1})^{3\gamma} + 2\sigma R^{-1} + (2)^{n+1} (3)^{(n-1)/2} k_n n^{-1} R^{-n} R |R|^{n-1} \}$$

Уравнение (10) интегрировалось методом Рунге-Кутты на ЭЦВМ БЭСМ-4 при следующих значениях параметров: $R_0 = 10^{-2}$ см, $\rho = 1$ г/см³, $p(\infty, 0) = 10^6$ дин/см², $p_0 = 5 \cdot 10^5$ дин/см², $\sigma = 72$ дин/см, $\gamma = 1.4$, $k_n = 1$, $\omega_{1,2} = 10^5$, $5 \cdot 10^5$ гц, $n = 0.1, 0.5, 1, 1.25, 1.5$. Значения $n < 1$ соответствуют, в частности, растворам высокополимеров, подобных производным целлюлозы. При $n > 1$ уравнение (10) описывает колебания полости в жидкости типа крахмального клейстера [4]. Значение $\gamma = 1.4$ соответствует адиабатическому поведению газа внутри полости.

Результаты расчетов представлены в виде графиков на фиг. 1, 2, в верхней части которых приведена зависимость акустического давления от времени. При этом фиг. 1 соответствует $\omega_1 = 10^5$ гц, фиг. 2 – $\omega_2 = 5 \cdot 10^5$ гц. Кривые 1–4 соответствуют значениям $n = 0.5, 1, 1.25, 1.5$. Отметим, что поведение пузырька в средах с $n = 0.1$ и 0.5 описывается практически одной и той же кривой 1.

Из графиков следует, что для частоты $\omega_2 = 5 \cdot 10^5$ гц амплитуда колебаний значительно меньше, чем для частоты $\omega_1 = 10^5$ гц. Это объясняется тем, что частота ω_2 намного превышает резонансную частоту [7], тогда как ω_1 близка к ней. Отметим также, что при удалении частоты звукового поля от резонансной (фиг. 2), колебания полости принимают различный вид для $n < 1$ и $n > 1$. В случае псевдопластической жидкости ($n < 1$) на кривой $R = R(t)$, так же как и в ньютоновской жидкости ($n = 1$), появляются локальные максимумы в области сжатия полости и минимумы в области расширения, тогда как для дилатантной жидкости ($n > 1$) этого не наблюдается.

Как видно из графиков, амплитуда колебаний полости в псевдопластической жидкости больше, чем в ньютоновской и дилатантной. Увеличение n приводит к уменьшению амплитуды колебаний. Таким образом, в псевдопластических жидкостях кавитационные явления должны развиваться интенсивнее, чем в дилатантных.

Поступила 2 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. Тр. Междунар. симпозиума в Ленинграде, 22–26 июня 1971. М., «Наука», 1973.
2. Fogler H. S., Goddard J. D. Oscillations of a gas bubble in viscoelastic liquids subject to acoustic and impulsive pressure variations. J. Appl. Phys., 1971, vol. 42, No. 1.
3. Аванесов А. М., Аветисян И. А. Динамика кавитационной полости в неньютоновской жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 4.
4. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. М., «Мир», 1964.
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1970.
6. Перник А. Д. Проблемы кавитации. Л., «Судостроение», 1966.
7. Флиин Г. Физика акустической кавитации в жидкостях. Сб. «Физическая акустика», т. 1, ч. Б. М., «Мир», 1967.

УДК 532.517.2

ДОЗВУКОВОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ СЛЕД В ВЯЗКОМ ГАЗЕ

Б. Д. КОВАЛЕВ, В. И. МЫШЕНКОВ

(Москва)

Рассматривается задача о дозвуковом осесимметричном течении сжимаемого вязкого совершенного газа в следе за цилиндрическим телом с плоским донным срезом при условии, что параметры потока заданы на бесконечности и на некотором расстоянии x_0 вверх по потоку от донного среза. (Заметим, что возможность существования осесимметричного следа при умеренных числах Рейнольдса была показана экспериментально [1].) Задача решается на основе уравнений Навье – Стокса численно методом установления в цилиндрической системе координат x, y по методике, изложенной в работах [2, 3]. На оси симметрии используются уравнения, получающиеся из основной системы предельным переходом с учетом условий симметрии на оси $y = 0$.

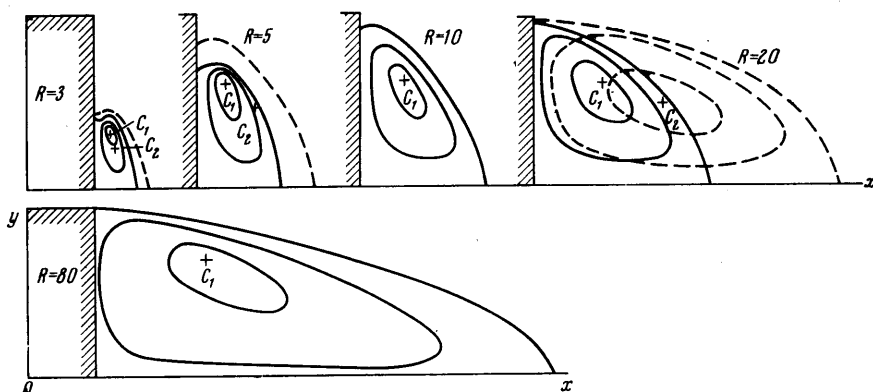
Решение задачи ищется в правом верхнем квадранте плоскости xy , который для удобства интегрирования отображается с помощью преобразования

$$\xi = x/\sqrt{x^2+1}, \quad \eta = y/\sqrt{y^2+1}$$

в прямоугольную область с координатами $0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1$.

Граничные условия задаются естественным образом: прилипание и температура на поверхности тела и параметры набегающего потока на внешней границе области счета. В качестве начальных данных обычно принималось полученное ранее решение для некоторого числа Рейнольдса R .

Решение рассматриваемой задачи было получено при следующих значениях характерных параметров: температура на стенке и бесконечности $T_w = T_\infty = 300^\circ \text{K}$, показатель адиабаты $\gamma = 1.4$, число Прандтля $P = 0.71$, число Маха $M = 0.3$ и числа Рейнольдса $2 \leq R \leq 100$. Шаги сетки по времени и пространству выбирались равными $\Delta t = 0.0005$, $\Delta \xi = \Delta \eta = 0.05$. Решение считалось установившимся, если норма разности векторов продольной составляющей скорости для всей области счета, взятых в различные моменты времени $t = k\Delta t$, удовлетворяла условию $\|u^{k+50} - u^k\| \leq 1.5 \cdot 10^{-4}$. Для контроля точности



Фиг. 1

расчетов проводилась проверка выполнения законов сохранения по характерным контурам; погрешность во всех случаях не превышала 1%.

Расчеты показали, что при $R \leq 2$ течение в следе за цилиндром безотрывное. С увеличением числа R в окрестности критической точки дна цилиндра при некотором R_0 возникает, как и в плоском случае [2, 3], область возвратного отрывного течения, но момент возникновения донного отрыва по числу R в осесимметричном случае наступает несколько позже, чем в плоском. Так, для цилиндра $R_0 \approx 2.5$, а для пластины $R_0 = 1.7$. При этом размеры отрывной области и донное давление (давление в критической точке дна), как видно из фиг. 1, оказываются меньшими, чем в плоском случае. (Кривые, относящиеся к плоскому случаю, изображаются пунктирными линиями.) Такое соотношение величин донного давления за цилиндром и пластиной качественно согласуется с результатами [4, 5], полученными при решении подобной задачи в рамках уравнений Стокса.

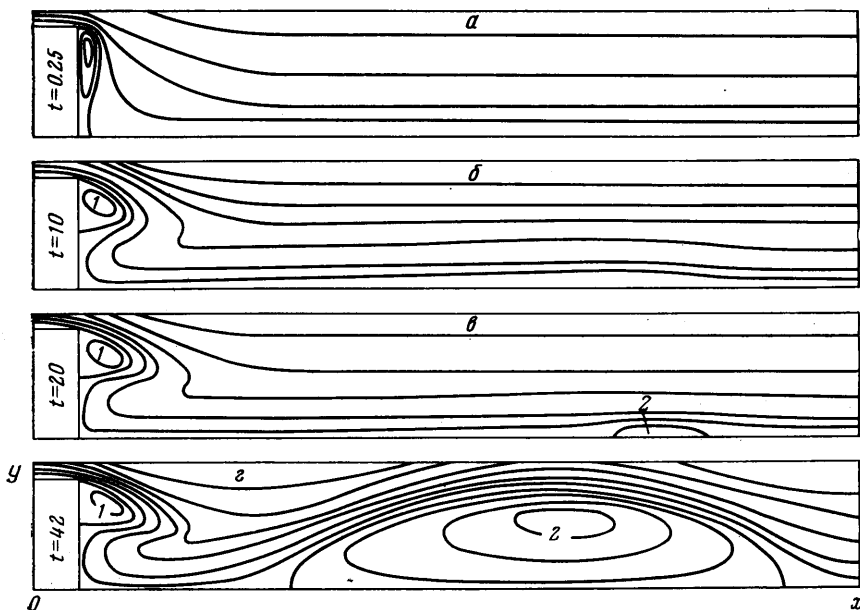
С дальнейшим увеличением числа R продольные и поперечные размеры донной отрывной области растут, но медленнее, чем в плоском случае (например, при $R = 20$ у цилиндра она почти вдвое меньше, чем у пластины (фиг. 1)). При этом центр вихря отрывной области в осесимметричном случае C_1 находится всегда ближе ко дну и выше от оси симметрии, чем в плоском случае (C_2). Донное давление с числом R растет более интенсивно, чем в плоском случае, и уже при $R > 80$ отличие от p_∞ мало. Равенство донных давлений в плоском и осесимметричном случаях наступает при $R \approx 10$, после чего давление за цилиндром всегда больше.

Давление по дну цилиндра, как и в плоском случае, изменяется наиболее сильно при малых числах R , когда существует еще безотрывное течение. С увеличением числа R и образованием области возвратного течения распределение давления сглаживается и при $R = 80$ становится почти постоянным и близким к p_∞ . Лишь в окрестности угловой точки остается заметным некоторое понижение давления, обусловленное «волной разрежения».

Давление на оси симметрии течения в зависимости от ξ изменяется плавно от величины давления на дне до давления на бесконечности p_∞ с едва заметным минимумом в области возвратных течений. Выравнивание давления в следе, т. е. восстановление давления до p_∞ , в осесимметричном случае происходит на более близком расстоянии от донного среза, чем в плоском. Аналогично ведет себя и продольная составляющая скорости в следе.

Расчет варианта $R=100$ проводился при задании во всей области счета в качестве начальных условий параметров потока на бесконечности, что моделировало физический процесс в задаче о цилиндре, внезапно приведенном в равномерное движение из состояния покоя.

В начальный момент времени, как показали расчеты, в окрестности дна довольно быстро формируется узкая по x область возвратных течений, покрывающая все дно



Фиг. 2

целиком (фиг. 2, а). Затем этот вихрь (1), увеличиваясь в длину (в направлении x), отходит от оси симметрии к угловой кромке дна и в таком положении стабилизируется («замораживается») вплоть до окончания счета. Внешний поток при этом обходит образовавшийся у угловой кромки вихревой тор (1), присоединяется к поверхности донной стенки и движется вдоль нее до задней критической точки, где, столкнувшись со встречным потоком, разворачивается на 90° и направляется вниз по течению, образуя довольно «вялый» поток со скоростями, на порядок меньшими u_∞ , и давлением несколько ниже p_∞ (фиг. 2, б).

Такая картина течения, естественно, не может сохраняться сколь угодно долго: вязкое взаимодействие вялого следа с внешним потоком, имеющим большее давление и существенно большие скорости, приводит к повторному присоединению внешнего потока на оси симметрии и образованию второго вихря (2 на фиг. 2, в). При дальнейшем счете размеры этого вихря увеличиваются, однако из-за слабой сходимости итерационного процесса при больших числах R и недостатка машинного времени полностью установившейся картины течения получено не было (фиг. 2, г). Результаты расчета при $R=100$ качественно согласуются с экспериментальными данными, полученными в работе [1].

Поступила 5 XII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Winnikow S., Chao B. T. Droplet motion in purified systems. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 1.
2. Мышенков В. И. Дозвуковое и трансзвуковое течение вязкого газа в следе плоского тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 2.

3. Мышенков В. И. Численное исследование течения вязкого газа в следе плоского тела. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 3.
4. Viviani H., Berger S. A. The base-flow and near-wake problem at very low Reynolds numbers, pt 1. The Stokes approximation. J. Fluid Mech., 1965, vol. 23, pt 3.
5. Viviani H., Berger S. A. The base-flow and near-wake problem at very low Reynolds numbers, pt 2. The Oseen approximation. J. Fluid. Mech., 1965, vol. 23, pt 3.

УДК 532.517.4

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ТЕЛА НА ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ОСЕСИММЕТРИЧНОМ СЛЕДЕ

В. И. БУКРЕЕВ, А. В. ГУСЕВ, В. А. КОСТОМАХА,
Ю. М. ЛЫТКИН

(Новосибирск)

Приводятся экспериментальные данные о распределении коэффициента перемежаемости γ турбулентного течения несжимаемой жидкости в осесимметричных следах за сферой и за телом вращения с удлинением 8:1. Измерения выполнялись при числе Рейнольдса $Re = U_\infty D / \nu = 10^4$ (U_∞ — скорость набегающего потока, D — диаметр миделевого сечения). Показано, что форма тела существенно влияет на характер перемежаемости дальнего автомоделльного следа.

1. Особенностью свободных турбулентных потоков, в частности следов за телами, являются извилистость и хаотичные перемещения границы, отделяющей область турбулентного течения от окружающей нетурбулизованной жидкости. В зоне флуктуаций этой границы имеет место перемежаемость течения, т. е. чередование турбулентного и нетурбулентного движений. Важной характеристикой перемежаемости является коэффициент перемежаемости γ , который в рассматриваемом здесь случае статистически стационарного движения равен относительной доле времени, в течение которого в данной точке пространства движение является турбулентным. Измерения коэффициента перемежаемости в осесимметричных следах за телами выполнялись ранее в [1-4].

Экспериментальное оборудование и условия проведения опытов в настоящей работе были такими же, как и в работах [5, 6]. Коэффициент перемежаемости γ определялся следующим образом. Выходной сигнал термоанемометра с линеаризатором, пропорциональный продольной компоненте скорости u , дифференцировался (при постоянной времени 0,5 мсек), пропускался через фильтр нижних частот (с полосой прозрачности 0-8 кгц и с крутизной -30 дб на октаву) и фиксировался на экране запоминающего осциллографа. Дифференцирование имеет своей целью более четкое выделение флуктуаций турбулентного происхождения [7]. Однако при дифференцировании происходит значительное усиление высокочастотных электронных шумов аппаратуры, для подавления которых использовался фильтр. Как показал спектральный анализ флуктуаций скорости, выполненный с помощью аппаратуры фирмы «Брюль и Кьер», спектральная плотность производной du/dt в данных опытах не выходила за пределы указанной выше полосы пропускания фильтра.

Коэффициент перемежаемости γ подсчитывался по фотоснимкам реализаций с экрана запоминающего осциллографа как относительная доля времени, в течение которого флуктуации имели турбулентный характер. Аналогичная методика оценки γ применялась в [2]. Общее время анализа перемежающегося сигнала выбиралось экспериментально из тех соображений, чтобы при оценке γ среднее квадратичное значение абсолютной ошибки, связанной с недостаточной длительностью наблюдения, не превышало 0,01.

2. Результаты измерения коэффициента перемежаемости в следах за удлиненным телом вращения и за сферой приведены на фиг. 1 и 2 соответственно. На этих фигурах $r' = r/l_c$, где r — радиальная координата цилиндрической системы отсчета x, r, φ , связанной с телом (ось x направлена вниз по потоку и совпадает с осью симметрии следа); l_c — характерная ширина следа, определяемая формулой

$$l_c = \sqrt{c_x S} [(x - x_0) / \sqrt{c_x S}]^{1/2}.$$

Здесь c_x — коэффициент сопротивления, определенный с использованием площади $S = \pi D^2/4$; $x_0 = \text{const}$ — начало автомоделльного следа, которое согласно [5] можно при-