

где $\Gamma = V_g/V_l$ — газовый фактор пробы, Γ' — растворимость газа в воде в пластовых условиях (в данной задаче $\Gamma' = cP^0$).

Для $S_0 = 0.7$ и, особенно, 0.8 наблюдается некоторый разброс значений Γ^* , однако в пределах этого разброса отклонения S_0 от даваемых таблицей не превышают $\pm 1.25\%$. Подобные зависимости, построенные для конкретных зависимостей k_g^* и k_l^* от S можно использовать для оценки величины водонасыщенности газовых пластов по результатам опробования. При этом следует иметь в виду, что достаточно уверенные определения водонасыщенности возможны, по-видимому, только для ее значений, больших 0.5, так как лишь в таких случаях отбираются заметные количества жидкости. Кроме того, значения водонасыщенности могут оказаться завышенными вследствие отклонения режима фильтрации от закона Дарси.

Поступила 9 VII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенберг М. Д., Кундин С. А., Курбанов А. К., Суворов Н. И., Шавкринский Г. Ю. Фильтрация газированной жидкости и других многокомпонентных смесей в нефтяных пластах. М., «Недра», 1969.
2. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.
3. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.

УДК 532.5:532.135

О КОЛЕБАНИЯХ ГАЗОНАПОЛНЕННОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКИХ И ДИЛАТАНТНЫХ ЖИДКОСТЯХ

В. Б. ЕВЧЕНКО, С. П. ЛЕВИЦКИЙ, А. Т. ЛИСТРОВ

(Воронеж)

Вопросы динамики пузырьков в жидкости связаны с проблемами кавитации [1]. В связи с кавитационными явлениями в не-newтоновских средах, в частности в полимерных жидкостях [2, 3], ниже исследуется пульсация пузырька в полимерной жидкости со степенным реологическим законом. Уравнение движения границы газовой полости интегрируется численно, при этом отдельно рассматриваются случаи псевдопластической и дилатантной жидкостей. Полученные результаты могут быть использованы при анализе акустической кавитации в водных растворах полимеров.

Рассмотрим газонаполненную сферическую полость радиуса R_0 , покоящуюся в неограниченной несжимаемой среде с реологическим уравнением [4]

$$\sigma_{ij} = 2k_n |2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij}|^{(n-1)/2} \varepsilon_{ij}$$

$$(1) \quad \varepsilon_{ij} = 1/2 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3$$

Здесь σ_{ij} и ε_{ij} — девиатор тензора напряжений и тензор скоростей деформаций соответственно; v_i — проекции вектора скорости на координатные оси x_i ; k_n и n — реологические константы степенной жидкости.

Давление газа p_{10} в покоящейся полости удовлетворяет условию равновесия

$$(2) \quad p_{10} = p(\infty, 0) + 2\sigma R_0^{-1}$$

где $p(\infty, 0)$ — давление на бесконечности, σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Пусть в некоторый момент времени $t=0$ давление на бесконечности начинает изменяться по закону

$$(3) \quad p(\infty, t) = p(\infty, 0) - p_0 \sin \omega t$$

где p_0 и ω — соответственно амплитуда и частота акустического давления. Исследуем радиальные колебания полости в акустическом поле (3).

Введем сферическую систему координат (r, θ, φ) с началом в центре полости и запишем проекцию на ось r уравнения движения сплошной среды в напряжениях [5]

$$(4) \quad \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{3\sigma_{rr}}{r}$$

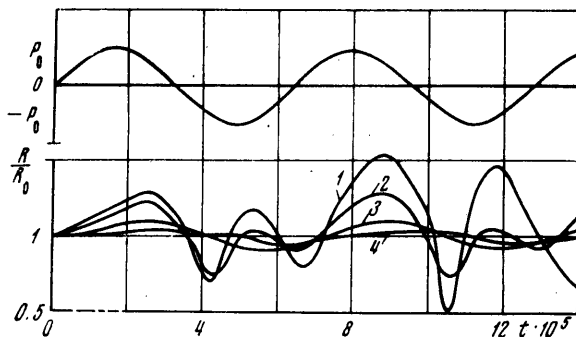
Здесь ρ – плотность, p – давление, v_r – радиальная компонента скорости. В уравнении (4) учтено, что в силу сферической симметрии $\sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi}$.
Из уравнения неразрывности

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 v_r) = 0$$

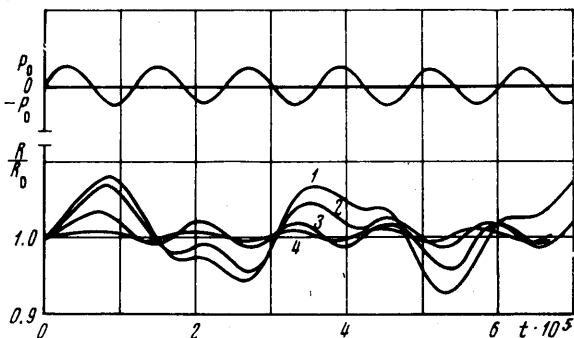
находим

$$(5) \quad v_r = R^2 \dot{R} r^{-2}, \quad \dot{R} = dR/dt$$

где $R=R(t)$ – радиус полости в произвольный момент времени.



Фиг. 1



Фиг. 2

Подставляя (5) в (4) и интегрируя полученное соотношение по r от R до ∞ , находим уравнение движения границы полости

$$(6) \quad \rho(R\dot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2) = \sigma_{rr}(\infty) - \sigma_{rr}(R) - p(\infty, t) + p(R, t) + 3 \int_R^{\infty} \frac{\sigma_{rr}}{r} dr$$

Примем, что давление p_1 внутри полости в процессе колебаний изменяется по политропическому закону [6]

$$(7) \quad p_1 = p_{10} (R_0 R^{-1})^{3\gamma}$$

Здесь γ – показатель политропы. Тогда величина $p(R, t)$ определяется из граничного условия на поверхности полости

$$(8) \quad p(R, t) = p_1 - 2\sigma R^{-1} + \sigma_{rr}(R)$$

Используя (5), из (1) находим

$$(9) \quad \sigma_{rr} = - (2)^{n+1} (3)^{(n-1)/2} k_n r^{-3n} R^{2n} \dot{R} | \dot{R} |^{n-1}$$

Подставляя (7) – (9) в (6) и учитывая, что $\sigma_{rr}(\infty) = 0$, получим уравнение для $R(t)$

$$(10) \quad R + \frac{3}{2} R^2 R^{-1} = -(\rho R)^{-1} \{ p(\infty, 0) - p_0 \sin \omega t - [p(\infty, 0) + 2\sigma R_0^{-1}] (R_0 R^{-1})^{3\gamma} + 2\sigma R^{-1} + (2)^{n+1} (3)^{(n-1)/2} k_n n^{-1} R^{-n} R |R|^{n-1} \}$$

Уравнение (10) интегрировалось методом Рунге-Кутты на ЭЦВМ БЭСМ-4 при следующих значениях параметров: $R_0 = 10^{-2}$ см, $\rho = 1$ г/см³, $p(\infty, 0) = 10^6$ дин/см², $p_0 = 5 \cdot 10^5$ дин/см², $\sigma = 72$ дин/см, $\gamma = 1.4$, $k_n = 1$, $\omega_{1,2} = 10^5$, $5 \cdot 10^5$ гц, $n = 0.1, 0.5, 1, 1.25, 1.5$. Значения $n < 1$ соответствуют, в частности, растворам высокополимеров, подобных производным целлюлозы. При $n > 1$ уравнение (10) описывает колебания полости в жидкости типа крахмального клейстера [4]. Значение $\gamma = 1.4$ соответствует адиабатическому поведению газа внутри полости.

Результаты расчетов представлены в виде графиков на фиг. 1, 2, в верхней части которых приведена зависимость акустического давления от времени. При этом фиг. 1 соответствует $\omega_1 = 10^5$ гц, фиг. 2 – $\omega_2 = 5 \cdot 10^5$ гц. Кривые 1–4 соответствуют значениям $n = 0.5, 1, 1.25, 1.5$. Отметим, что поведение пузырька в средах с $n = 0.1$ и 0.5 описывается практически одной и той же кривой 1.

Из графиков следует, что для частоты $\omega_2 = 5 \cdot 10^5$ гц амплитуда колебаний значительно меньше, чем для частоты $\omega_1 = 10^5$ гц. Это объясняется тем, что частота ω_2 намного превышает резонансную частоту [7], тогда как ω_1 близка к ней. Отметим также, что при удалении частоты звукового поля от резонансной (фиг. 2), колебания полости принимают различный вид для $n < 1$ и $n > 1$. В случае псевдопластической жидкости ($n < 1$) на кривой $R = R(t)$, так же как и в ньютоновской жидкости ($n = 1$), появляются локальные максимумы в области сжатия полости и минимумы в области расширения, тогда как для дилатантной жидкости ($n > 1$) этого не наблюдается.

Как видно из графиков, амплитуда колебаний полости в псевдопластической жидкости больше, чем в ньютоновской и дилатантной. Увеличение n приводит к уменьшению амплитуды колебаний. Таким образом, в псевдопластических жидкостях кавитационные явления должны развиваться интенсивнее, чем в дилатантных.

Поступила 2 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Неустановившиеся течения воды с большими скоростями. Тр. Междунар. симпозиума в Ленинграде, 22–26 июня 1971. М., «Наука», 1973.
2. Fogler H. S., Goddard J. D. Oscillations of a gas bubble in viscoelastic liquids subject to acoustic and impulsive pressure variations. J. Appl. Phys., 1971, vol. 42, No. 1.
3. Аванесов А. М., Аветисян И. А. Динамика кавитационной полости в неньютоновской жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 4.
4. Уилкинсон У. Л. Неньютоновские жидкости. М., «Мир», 1964.
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды, т. 1. М., «Наука», 1970.
6. Перник А. Д. Проблемы кавитации. Л., «Судостроение», 1966.
7. Флиин Г. Физика акустической кавитации в жидкостях. Сб. «Физическая акустика», т. 1, ч. Б. М., «Мир», 1967.

УДК 532.517.2

ДОЗВУКОВОЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ СЛЕД В ВЯЗКОМ ГАЗЕ

Б. Д. КОВАЛЕВ, В. И. МЫШЕНКОВ

(Москва)

Рассматривается задача о дозвуковом осесимметричном течении сжимаемого вязкого совершенного газа в следе за цилиндрическим телом с плоским донным срезом при условии, что параметры потока заданы на бесконечности и на некотором расстоянии x_0 вверх по потоку от донного среза. (Заметим, что возможность существования осесимметричного следа при умеренных числах Рейнольдса была показана экспериментально [1].) Задача решается на основе уравнений Навье – Стокса численно методом установления в цилиндрической системе координат x, y по методике, изложенной в работах [2, 3]. На оси симметрии используются уравнения, получающиеся из основной системы предельным переходом с учетом условий симметрии на оси $y = 0$.