

Так, при скорости движения бегущей волны $0.5v_\infty$ и v_∞ пелены на верхней половине контура имеют циркуляцию, направленную по часовой стрелке, а на нижней — против часовой стрелки.

Интенсивность отрыва потока, характеризующая завихренностью в точках отрыва (скорость жидкости относительно гребней волны), и напряженность вихревых пелен при увеличении скорости движения волны с $0.5v_\infty$ до v_∞ уменьшаются на порядок. При дальнейшем увеличении скорости волны до $2v_\infty$ картина обтекания приобретает иной характер: срыв потока происходит с граней волн, обращенных в сторону, обратную набегающему потоку, изменяется направление схода вихревых пелен, а их циркуляция меняет знак на обратный. Это должно сопровождаться реверсом силы, действующей со стороны жидкости на контур вдоль оси x , т. е. при соответствующей скорости движения бегущей волны должна возникнуть сила тяги.

Полученные результаты теоретического расчета свидетельствуют о том, что бегущая волна, если будут найдены удовлетворительные конструктивные решения, может быть использована в качестве эффективного средства для изменения гидродинамического сопротивления обтекаемых тел.

Поступила 27 XII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Меркулов В. И. Движение вязкой несжимаемой жидкости вдоль бегущей волны. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1967, № 8, вып. 2.
2. Калугин В. Н., Меркулов В. И., Фердигалов Л. Ю. Численный расчет одного течения вязкой несжимаемой жидкости в области с подвижной границей. Изв. СО АН СССР, Сер. техн. н., 1967, № 13, вып. 3.
3. Постоловский С. Н. К расчету вихревого обтекания тел плоским потоком идеальной несжимаемой жидкости. Тр. Центр. научн.-исслед. и проекти.-констр. котло-турбинного ин-та им. И. И. Ползунова, 1970, вып. 102.
4. Ильичев К. П., Постоловский С. Н. Расчет нестационарного отрывного обтекания тел с плоским потоком невязкой жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.

УДК 532.5.032

О ВОЗМОЖНОЙ ПРИЧИНЕ КОЛЕБАНИЙ ФРОНТА СНЕЖНЫХ ЛАВИН

А. В. ОСТРОУМОВ

(Москва)

Исследуется развитая в [1] гидравлическая модель движения снежных лавин и предлагается усовершенствование этой модели, позволяющее описать ряд наблюдаемые при движении лавин специфических эффектов.

Уравнения движения снежной лавины в рамках модели [1] имеют вид

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial s} = g \sin \psi - \mu a - \frac{ku^2}{h} - \frac{1}{2h} \frac{\partial}{\partial s} (ah^2) \\ \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial (uh)}{\partial s} = 0 \end{cases}$$

Здесь t — время, s — координата, отсчитываемая вниз по склону, $u(s, t)$ — скорость частиц снега в лавине, осредненная вдоль перпендикуляра к склону, $h(s, t)$ — глубина снега в лавине, $\psi(s)$ — угол, характеризующий крутизну склона, g — ускорение силы тяжести, a — проекция полного ускорения частиц снега в лавине на перпендикуляр к склону, μ — коэффициент кулоновского трения, k — коэффициент турбулентного сопротивления.

Область, где ищется решение системы (1), заключена между точкой отрыва лавины ($s=s_-$) и ее фронтом ($s=s_+(t)$). Граничными условиями при $s=s_-$ будут $h=0$,

$u=0$. Условия сохранения массы и импульса на фронте лавины имеют вид

$$(2) \quad \begin{cases} \rho_0 h_0 w = \rho h_+ (w - u_+) \\ \rho_0 h_0 w u_+ = -F\rho + \rho a h_+^2 / 2 \end{cases}$$

где ρ — плотность снега в лавине, ρ_0 — плотность неразрушенного снега на склоне, h_0 — толщина снежного покрова, вовлекаемого в движение на участке фронта лавины, $w(t)$ — скорость перемещения фронта; при этом считается, что все величины в (2) берутся для $s=s_+(t)$. Через F обозначена совокупность всех сил, препятствующих продвижению фронта. Во всех предшествующих работах с точностью до обозначений полагалось

$$(3) \quad F = p\rho_0 h_0 / \rho$$

где p — некоторая константа ($p > 0$), и считалось, что весь лежащий на склоне снег захватывается на фронте лавины.

Начальные условия определяются заданием значения $w(0)$ и распределений $u(s, 0)$, $h(s, 0)$ на некотором отрезке $[s_-, s_+(0)]$.

Численное исследование поставленной задачи на ЭВМ, проведенное в работе [2] показало, что принятая схематизация явления позволяет достаточно хорошо описать такие основные характеристики лавины, как дальность выброса, средние скорости и высоты движущегося слоя снега. Вместе с тем при достаточно больших скоростях движения лавины рассчитанные высоты в области фронта заметно превышали наблюдаемые в эксперименте, хотя в целом по лавине высоты снега были близки к реальным. Кроме того, практически во всех промеренных натуральных лавинах имели место ярко выраженные колебательные режимы перемещения фронта, тогда как расчеты давали для скорости фронта плавные зависимости от времени, соответствующие ее среднему значению.

В данной работе предпринята попытка устранить отмеченные недостатки модели [1] при сохранении основных предположений, положенных в ее основу.

Проанализируем условия на фронте лавины и попытаемся выяснить причины отмеченного выше расхождения теории и эксперимента.

Уравнения (2) содержат три неизвестные функции: h_+ , u_+ , w . Дополнительное соотношение, замыкающее систему граничных условий на фронте, можно получить, используя, например, зависимость между искомыми функциями, переносимую из тела лавины на ее фронт вдоль соответствующей характеристики системы (1).

Будем считать, что процедура замыкания осуществлена и полученная система разрешена относительно w . Считая теперь w известной, можно с помощью условий (2) вычислить h_+ из уравнения

$$(4) \quad v w^2 (h_+ - v) = -F h_+ + a h_+^3 / 2$$

и затем определить u_+ по формуле

$$(5) \quad u_+ = w (h_+ - v) / h_+, \quad v = h_0 \rho_0 / \rho$$

Решения h_+ , u_+ , w системы уравнений на скачке, которые могут отвечать реальным движениям лавин, должны удовлетворять некоторым ограничениям, вытекающим из самой постановки задачи.

Прежде всего, как следует из (5), реальным движениям лавин ($u_+ > 0$, $w > 0$) могут отвечать лишь значения

$$(6) \quad h_+ > v$$

Далее, так как интерес представляют только действительные значения искомых функций, то, как видно из (4), необходимо потребовать, чтобы было

$$(7) \quad F \leq a h_+^2 / 2$$

Единственность решения сформулированной выше задачи для системы (1) имеет место только в случае, когда существуют характеристики этой системы, догоняющие фронт. Таким образом, на фронте должно выполняться условие $u_+ + c > w$, где $c = \sqrt{a h}$ — скорость распространения слабых возмущений для системы (1). Отсюда, принимая во внимание (4) и (5), получаем

$$(8) \quad F > \frac{a h_+^2}{2v} (3v - 2h_+) \quad \text{или} \quad w < (a h_+^3 / v^2)^{1/2}$$

Кроме того, необходимо считать, что

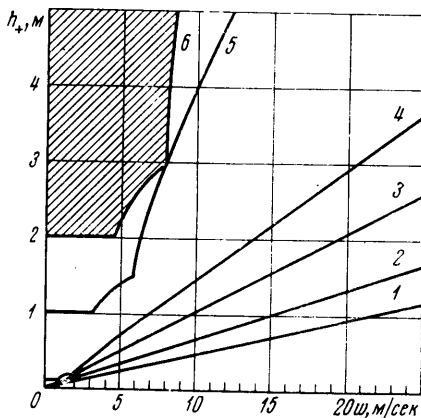
$$(9) \quad F > 0, \quad \text{т. е.} \quad w < \left(\frac{ah_+^3}{2\nu(h_+ - \nu)} \right)^{1/2}$$

так как величина F есть сопротивление.

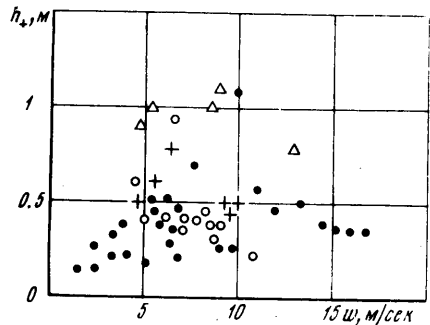
Подчеркнем, что все приведенные ограничения должны выполняться только для $h_+(w)$ и $u_+(w)$, являющихся решениями системы соотношений на скачке. Вне этих траекторий поведение F как функции переменных h_+ , u_+ , w ничем не ограничено. В связи с этим, не уменьшая общности, можно принять, что F явно зависит только от w , и, как легко видеть, полагая формально

$$F = aH^2(w)/2 - \nu[H(w) - \nu]w^2/H(w)$$

обеспечить любой заранее заданный вид $h_+ = H(w)$ решения системы (2). При этом, однако, необходимо контролировать выполнение условий (6)–(9). Заметим, что вы-



Фиг. 1



Фиг. 2

бор F в форме (3) при $\nu = \text{const}$, как можно показать, приводит только к монотонно возрастающим зависимостям $h_+(w)$.

На фиг. 1 указаны границы областей допустимых значений h_+ и w , определяемые условиями (6)–(9), при различных значениях ν (1–6 соответствуют $\nu = 0.01, 0.02, 0.05, 0.1, 1, 2$). Для $\nu = 2$ м соответствующая область выделена штриховкой. Как показывают натурные промеры, в первом приближении $\rho_0 \sim \rho$, т. е. грубо можно считать $\nu \sim h_0$.

Обратимся теперь к фиг. 2, на которой изображены экспериментальные зависимости высоты фронта лавины от его скорости, приведенные в работе [3].

Сопоставляя полученные выше диаграммы с экспериментальными данными, видим, что для обеспечения требуемого поведения $h_+(w)$ в рамках принятой модели необходимо допустить, что при больших скоростях движения лавины сдирают на фронте только очень тонкие слои снега независимо от фактической мощности снежного покрова на склоне и от характера сопротивления на фронте. Доразрушение снега, которое, по-видимому, имеет место в теле лавины, можно смоделировать введением подходящих источников массы в уравнение неразрывности и дополнительных сил сопротивления в уравнение импульсов.

Предположение о том, что h_0 зависит от w и уменьшается с ростом w , во-первых, позволяет получить малые высоты h_+ при больших w и, во-вторых, как показали расчеты, приводит к возникновению автоколебательных режимов движения фронта лавины, что хорошо согласуется с натурными наблюдениями. Для выбора конкретной реализации описанной схемы необходимо провести дополнительные эксперименты, направленные на выявление закономерности захвата лавиной покоящейся снежной массы.

Автор благодарит С. С. Григоряна за руководство работой и стимулирующие обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорян С. С., Эглит М. Э., Якимов Ю. Л. Новая постановка и решение задачи о движении снежной лавины. Тр. Высокотгорн. геофиз. ин-та, 1967, вып. 12.
2. Григорян С. С., Остроумов А. В. Методика расчета движения снежной лавины лоткового типа. Ин-т механ. МГУ, 1972, Отчет № 1375.
3. Брюханов А. В. Механизм движения снежных лавин и его изучение в различных географических условиях методом специальной скоростной стереосъемки. В сб. «Снег и лавины Хибин». М., Изд. МГУ, 1967.

УДК 532.5:622.244.6:621.315

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДВУХФАЗНОГО ПРИТОКА К ОПРОБОВАТЕЛЮ ПЛАСТОВ НА КАБЕЛЕ

В. А. ИСЯКАЕВ, М. П. КАРЧЕВСКАЯ, А. Ф. КЛЕМЕНТЬЕВ,
Г. Д. ЛИХОВОЛ

(Уфа)

Исследуется процесс двухфазного притока к опробователю пластов на кабеле в газожидком пласте путем решения начально-краевой задачи фильтрации газированной жидкости [1].

1. Пусть имеем однородный бесконечный недеформируемый пористый пласт, насыщенный одновременно газом и жидкостью. Газ в пласте находится в свободном состоянии и растворен в жидкости согласно закону Генри. Жидкость в газе не растворяется. Первоначально давление и значения фазовых насыщенныхностей во всем пласте одинаковы. С нулевого момента времени через полусферический сток жидкость и газ отбираются из пласта в замкнутый баллон опробователя, содержащий вначале воздух под атмосферным давлением (в скважине из-за влияния температуры начальное давление в баллоне может несколько превышать атмосферное). По мере заполнения баллона давление в нем возрастает, приближаясь к пластовому, и одновременно снижается расход газожидкостной смеси.

Считаем газ идеальным, жидкость несжимаемой, вязкости газа и жидкости постоянными, процессы в пласте и баллоне изотермическими, фильтрацию протекающей по закону Дарси, а ее геометрию одномерной сферически-радиальной. Влиянием капиллярных и гравитационных сил пренебрегаем.

Математическая задача в безразмерных переменных формулируется так:

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left\{ [cP_{c0}k_l^*(S) + \mu^*k_g^*(S)] \rho^2 \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right\} = m \frac{\partial}{\partial \tau} \{ [1 - (1 - cP_{c0})S] \Phi \}$$

$$\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[k_l^*(S) \rho^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \right] = m \frac{\partial S}{\partial \tau}$$

$$\tau=0: \quad \Phi=1 \quad (\rho>1), \quad \Phi=\Phi_{c0} \quad (\rho=1)$$

$$S(\rho)=S_0, \quad V_g^*=0, \quad V_l^*=0$$

$$\tau>0: \quad \Phi=1 \quad (\rho \rightarrow \infty), \quad S=S_0 \quad (\rho \rightarrow \infty)$$

$$(V_0^* - V_l^* + cP_{c0}V_l^*)\Phi_c = (V_0^* + V_g^*)\Phi_{c0}$$

$$[cP_{c0}k_l^*(S) + \mu^*k_g^*(S)] \rho^2 \Phi \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = \Phi_{c0} \frac{dV_g^*}{d\tau}$$

$$k_l^*(S) \rho^2 \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = \frac{dV_l^*}{d\tau}$$

Здесь

$$\Phi = \frac{P}{P^0}, \quad \rho = \frac{r}{r_c}, \quad \mu^* = \frac{\mu_l}{\mu_g}, \quad \tau = \frac{kP^0 t}{\mu_l r_c^2}, \quad V^* = \frac{V}{2\pi r_c^3}$$