

**ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОНИКАНИЕ ЖИДКОЙ СТРУИ В ПРЕГРАДУ**

**С. С. ГРИГОРЯН, Н. С. САНАСАРЯН**

(Москва)

В рамках гидродинамической теории проникания жидкой струи в преграду при заданной энергии струи находятся распределения скорости и площади сечения вдоль струи, обеспечивающие максимальную глубину проникания.

Находится также распределение скорости вдоль струи, обеспечивающее предельное растяжение ее элементов при подходе к преграде.

Показана возможность применения изложенной теории для конструированиякумулятивных зарядов с повышенной пробивной способностью.

Пусть к преграде подходит осесимметричная или плоская жидкая несжимаемая струя с некоторым распределением скорости вдоль струи и постоянной скоростью в поперечном сечении.

Длину струи, скорость и площадь поперечного сечения головной части струи, а также плотность преграды примем за единицу.

Элемент струи  $dx$  с отсчитываемой от головной части струи координатой  $x$ , подойдя со скоростью  $v(x)$  ко дну пробитого отверстия длиной  $y$ , пробивает в преграде, по гидродинамической теории, отверстие длиной

$$(1) \quad dy = \sqrt{\rho} \left( dx - \frac{x+y}{v} dv \right)$$

Здесь  $\rho$  — плотность струи.

Решение уравнения (1) при начальных условиях  $x=0, y=0, v=1$  имеет вид

$$(2) \quad y = (1 + \sqrt{\rho}) v^{-\sqrt{\rho}} \int_0^x v^{\sqrt{\rho}} dx - x$$

Полная длина пробитого отверстия равна

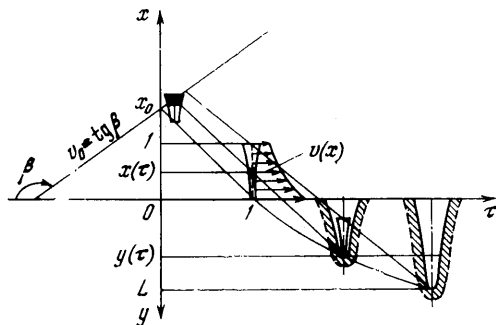
$$(3) \quad L = (1 + \sqrt{\rho}) v_1^{-\sqrt{\rho}} \int_0^1 v^{\sqrt{\rho}} dx - 1$$

где  $v_1$  — скорость хвостовой части струи. Процесс пробивания схематически показан на фиг. 1.

Среди всех функций  $v(x)$ , для которых энергия струи  $E$  имеет заданное значение

$$(4) \quad E = \frac{1}{2} V_0^2 \int_0^1 S(x) v^2(x) dx = \frac{1}{2} V_0^2 W_0$$

( $V_0$  — размерное абсолютное значение скорости головной части струи,  $S(x)$  — безразмерная площадь сечения), определим ту, которая дает экстр-



Фиг. 1

ремум интегралу (3) (изопериметрическая задача вариационного исчисления).

Согласно (3) и (4) имеем

$$L + \lambda W_0 = \int_0^1 \left[ (1 + \sqrt{\rho}) \left( \frac{v}{v_1} \right)^{\sqrt{\rho}} - 1 + \lambda S v^2 \right] dx = \int_0^1 \Phi(x) dx$$

Подставляя  $\Phi(x)$  в уравнение Эйлера

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial v'} \right) - \frac{\partial \Phi}{\partial v} = 0$$

получим распределение скорости

$$(5) \quad v = \left[ - \frac{2\lambda v_1 S}{\sqrt{\rho}(1 + \sqrt{\rho})} \right]^{1/(\sqrt{\rho}-2)}$$

Параметр  $\lambda$  найдем, подставляя (5) в (4)

$$\lambda = - \frac{\sqrt{\rho}(1 + \sqrt{\rho})}{2v_1} W_0^{(\sqrt{\rho}-2)/2} \left[ \int_0^1 S^{\sqrt{\rho}/(\sqrt{\rho}-2)} dx \right]^{-(\sqrt{\rho}-2)/2}$$

Окончательно согласно (5) выражение искомой функции  $v(x)$  примет вид

$$(6) \quad v(x) = S(x)^{1/(\sqrt{\rho}-2)}, \quad V_0 = \sqrt{\frac{2E}{W_0}}$$

Так как  $\partial^2 \Phi / \partial v^2 < 0$  при  $\sqrt{\rho} < 2$  и  $\partial^2 \Phi / \partial v^2 > 0$  при  $\sqrt{\rho} > 2$ , то полученное распределение  $v(x)$  дает  $\max L$  при  $\sqrt{\rho} < 2$  и  $\min L$  при  $\sqrt{\rho} > 2$ .

Зависимость площади сечения отверстия от глубины можно определить, исходя из закона сохранения массы и известного из эксперимента факта, что площадь сечения пропорциональна градиенту энергии струи [1]

$$(7) \quad S(y) = k S_1(x) v^2 = k \sqrt{\rho} S(x) v^2 \frac{dx}{dy}$$

где  $S_1(x)$  — площадь сечения струи у дна отверстия.

Так как правая часть (7) и глубина отверстия  $y$  являются функциями  $x$ , то при известном распределении  $S(x)$  и коэффициенте  $k$  согласно (2) и (6) можно получить распределение площади сечения  $S(y)$  вдоль пробиваемого отверстия.

Объем отверстия при условии (7) будет пропорционален энергии струи

$$V = \int_0^L S(y) dy = k \sqrt{\rho} \int_0^1 S(x) v^2(x) dx = k \sqrt{\rho} W_0$$

Пусть жидкая струя истекает из резервуара, движущегося равномерно со скоростью  $v_0$ .

Распределение скорости частиц по струе в момент подхода к преграде определим из условия, чтобы каждый элемент струи от момента его образования до момента подхода ко дну пробиваемого отверстия имел постоянное относительное удлинение  $\epsilon$ , т. е.

$$(8) \quad \frac{dx_2}{dx_1} - 1 = \left( dx - \frac{x+y}{v} dv \right) \left[ dx + \frac{x_0(1-v_0)-x}{v-v_0} dv \right]^{-1} - 1 = \varepsilon$$

Здесь  $dx_1$  и  $dx_2$  — значения длины элемента струи  $dx$  в моменты его образования и подхода ко дну отверстия, а  $x_0$  — начальное положение резервуара.

Продифференцировав функцию  $y$ , найденную из (8), по  $x$  и подставив в (1), получим следующее дифференциальное уравнение второго порядка:

$$(9) \quad v \frac{d^2x}{dv^2} + \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon} \left( \sqrt{\rho} - \frac{v_0}{v-v_0} \right) \left( \frac{dx}{dv} - \frac{x}{v-v_0} + \frac{1-v_0}{v-v_0} x_0 \right) = 0$$

Решение уравнения (9) с начальными условиями

$$v=1, \quad x=0, \quad \frac{dx}{dv} = -\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon} x_0$$

имеет вид

$$(10) \quad x = x_0 \varepsilon^{-1} (1-v_0)^{-1/\varepsilon} (v-v_0) \int_1^v (v-v_0)^{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} v^{-1-\varepsilon_2} dv + x_0 (1-v)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon} \sqrt{\rho} + 1, \quad \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon} \sqrt{\rho} + \frac{1}{\varepsilon}$$

Формула (10) дает распределение скорости вдоль струи. Входящий в правую часть интеграл выражается в элементарных функциях для случаев  $v_0=0$ ,  $v_0=\pm\infty$  и равен соответственно

$$(11) \quad x = x_0 [1 - v + \varepsilon^{-1} \varepsilon_1^{-1} v (v^{-\varepsilon_1} - 1)]$$

$$(12) \quad x = x_0 [1 - v + \varepsilon^{-1} \varepsilon_2^{-1} (v^{-\varepsilon_2} - 1)]$$

При этом пробитие, энергия струи и распределение площади сечения отверстия соответственно примут вид

$$y = x_0 (v^{-1-\varepsilon_1} - 1), \quad y = x_0 (1 - \varepsilon^{-1} \varepsilon_2^{-1}) (v^{-\varepsilon_2} - 1)$$

$$W_0 = x_0 \varepsilon^{-1} \varepsilon_1^{-1} v_1^{(1-\varepsilon_1)/(1+\varepsilon_1)} (1 - v_1^{\varepsilon_1})$$

$$W_0 = x_0 \varepsilon^{-1} (\varepsilon+1) (\varepsilon_2+1)^{-1} v_1^{-(1+\varepsilon_2)/(1+\varepsilon_1)} (1 - v_1^{1+\varepsilon_2})$$

$$S(y) = k \varepsilon_1^{-1} (\varepsilon+1)^{-1} (y x_0^{-1} + 1)^{-\varepsilon(\varepsilon+1)} \times$$

$$\times [(\varepsilon_1 \varepsilon + 1) (y x_0^{-1} + 1)^{-\varepsilon_1/(\varepsilon_1-1)} + \varepsilon_1 - 1]$$

$$S(y) = k (\varepsilon+1)^{-1} [\varepsilon_2 (\varepsilon_1 - 1)^{-1} y x_0^{-1} + 1]^{(1-\varepsilon \varepsilon_2)/\varepsilon_2(1+\varepsilon)} \times$$

$$\times \{1 + \varepsilon [\varepsilon_2 (\varepsilon_1 - 1)^{-1} y x_0^{-1} + 1]\}^{-(\varepsilon_2+1)/\varepsilon_2}$$

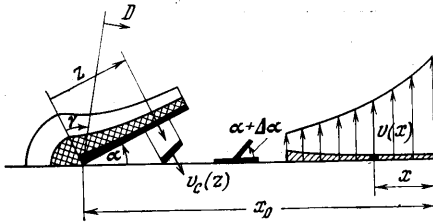
Распределение площади сечения вдоль струи определяется формулой (6).

При  $\varepsilon \rightarrow \infty$  оба случая совпадают и формулы значительно упрощаются

$$x = x_0 (1-v), \quad y = x_0 (v^{-\sqrt{\rho}} - 1)$$

$$W_0 = x_0 (1 + \sqrt{\rho})^{-1} (1 - v_1^{1+\sqrt{\rho}}), \quad S(y) = k (y x_0^{-1} + 1)^{-(2\sqrt{\rho}+1)/\sqrt{\rho}}$$

Изложенное выше решение задачи показывает, что при заданных энергии струи  $W_0$  и скорости резервуара  $v_0$ , излучающего струю, можно дать такое распределение скорости  $v(x)$  и площади сечения  $S(x)$  вдоль струи (с плотностью  $\sqrt{\rho} < 2$  и максимальным относительным удлинением  $\varepsilon$ ), при



Фиг. 2

которых в преграде, расположенной на расстоянии  $x_0$  от начального положения резервуара, образуется отверстие максимальной глубины.

Представленная теория может быть приложена к разработке конструкций кумулятивных зарядов, обладающих оптимальной пробивной способностью.

Для примера дадим расчет конструкции плоского щелевого кумулятивного заряда, представленного на фиг. 2.

Скорость элемента облицовки  $dz$  в струе выражается через скорость схлопывания  $v_c$  [2]

$$(13) \quad v = \frac{\sqrt{1+a^2 \cos \alpha + 1}}{\sin \alpha + a \cos \alpha} v_c = \beta(a) \bar{v}_c, \quad a = \operatorname{tg} \Delta \alpha$$

Можно показать, что значение угла  $\Delta \alpha$ , обусловленное неодновременностью движения и разной скоростью элементов облицовки, определяется следующим дифференциальным уравнением:

$$(14) \quad \operatorname{tg} \Delta \alpha = \frac{v_c}{D} \cos \gamma - \frac{z \operatorname{tg} \alpha}{v_c} \frac{dv_c}{dz}$$

где  $D$  — отношение скорости детонации к скорости головной части струи.

Время движения элемента  $dz$  до момента подхода всей струи к преграде равно

$$\tau = x_0 - \frac{z}{D} \cos \gamma = v^{-1} \left[ x_0 - x + \frac{z (\sin \alpha - \sin \Delta \alpha)}{\sin (\alpha + \Delta \alpha)} \right]$$

Отсюда получаем распределение скорости струи, а следовательно, и распределение скорости схлопывания вдоль облицовки

$$(15) \quad z = [x - x_0(1-v)] \left[ \varphi(a) + \frac{v}{D} \cos \gamma \right]^{-1}, \quad \varphi(a) = \frac{\sqrt{1+a^2} \sin \alpha - a}{\sin \alpha + a \cos \alpha}$$

Сечение той части облицовки  $S_1(z)$ , которая уходит в струю, связано со всем сечением  $S_0(z)$  формулой [2]

$$S_1(z) = \frac{1}{2} [1 - \cos (\alpha + \Delta \alpha)] S_0(z)$$

поэтому

$$(16) \quad S_0(z) = \left( 1 - \frac{\cos \alpha - a \sin \alpha}{\sqrt{1+a^2}} \right)^{-1} S(x) \frac{dx}{dz}$$

Формулы (13)–(16) связывают распределение скорости схлопывания и площади сечения вдоль облицовки со скоростью и площадью сечения вдоль струи в момент ее подхода к преграде.

Анализ этих формул и предварительные численные расчеты показали, что угол  $\Delta \alpha$  меняется со временем незначительно, поэтому его можно принять постоянным и определяемым из (14) при  $z=0$ , т. е.

$$a = \operatorname{tg} \Delta \alpha = \frac{\cos \gamma}{D \beta(a)}$$

В этом случае для определения  $S(x)$  и  $v(x)$  можно использовать выражения (6) и (10) для случая

$$1 + \varepsilon = \frac{1 + \varepsilon_0}{\varphi(a)}, \quad v_0 = -\varphi(a) \frac{D}{\cos \gamma}$$

где  $\varepsilon_0$  — предельное относительное удлинение облицовки.

Кроме того, так как из сравнения решений для  $v_0=0$  и  $v_0=\pm\infty$  видно, что распределения  $v(x)$  мало различаются, то для простоты расчетов можно воспользоваться формулами (11) или (12).

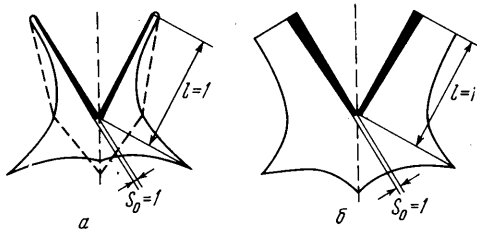
Для определения толщины слоя взрывчатого вещества  $S(z)$  и корпуса заряда  $S_k(z)$  над облицовкой, обеспечивающих необходимое распределение  $S_0(z)$  и  $v_c(z)$ , можно воспользоваться соотношением из [3], которое после преобразований может быть записано в виде

$$v_c(z) = \frac{1}{2} \frac{S\rho + 2S_k\rho_k}{S\rho + S_k\rho_k + S_0\rho_0} \left[ 1 - \frac{3}{4} \frac{4\rho_0\rho_k S_0 S_k - \rho^2 S^2}{\rho S(\rho_0 S_0 + \rho_k S_k + \rho S)} \right]^{-1/2}$$

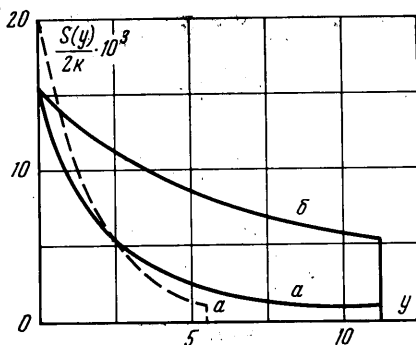
где  $\rho_1, \rho_k, \rho_0$  — плотности взрывчатого вещества, корпуса и облицовки заряда.

На фиг. 3, а представлены конструкции предлагаемого (сплошная линия) и применяемого (пунктирная линия) щелевого кумулятивного зарядов одного и того же веса при следующих данных:  $5\rho=\rho_0=1, v_1=1/3, D=1, \varepsilon=10$ .

На фиг. 3, а представлены графики распределения площади сечения вдоль пробиваемого отверстия. Из-за неполного растяжения всех элементов струи пробитие от применяемого заряда почти в 2 раза меньше, чем от предлагаемого.



Фиг. 3



Фиг. 4

Если не использовать условия постоянства энергии, то представленная теория позволяет конструировать заряды, пробивающие отверстия с необходимым распределением сечения. На фиг. 3, б представлен расчетный заряд, пробивающий отверстие (фиг. 4, б), через который без намазывания (при  $k=9$ ) проходит хвостовая часть струи.

В заключение отметим, что, как показывают расчеты, представленная теория может быть приближенно использована для расчета осесимметричных кумулятивных зарядов.

Поступила 22 XII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Cook M. A. Mechanism of cratering in ultra-high velocity impact. J. Appl. Phys., 1959, vol. 30, No. 5.
2. Власов О. Е. Основы теории действия взрыва. М., Изд. ВИА, 1957.
3. Дерibas А. А. Физика упрочнения и сварки взрывом. Новосибирск, «Наука», 1972.