

**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И ГАЗА**  
**№ 6 · 1974**

УДК 532.593:532.529

**ПРОХОЖДЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ГРАНИЦУ РАЗДЕЛА  
В ДВУХФАЗНЫХ ГАЗОЖИДКОСТНЫХ СРЕДАХ**

**Б. Е. ГЕЛЬФАНД, С. А. ГУБИН, С. М. КОГАРКО,  
Е. И. ТИМОФЕЕВ**

*(Москва)*

Среди задач связанных с движением ударных волн в двухфазных средах, являющихся смесью жидкости с пузырьками газа, особый интерес представляют исследования о прохождении ударных волн через границу раздела внутри двухфазной системы или на ее поверхности. Внутри двухфазной системы возможны границы раздела между двумя двухфазными средами с различной объемной концентрацией газа  $\beta_1, \beta_2$ . Одно из значений  $\beta$ , например  $\beta_1$ , может обращаться в нуль. Тогда имеет место переход волны из двухфазной системы в несжимаемую жидкость или обратный.

Исследование обоих указанных случаев, а также перехода двухфазная среда ( $\beta_1$ ) – двухфазная среда ( $\beta_2$ ) при  $\beta_1 \neq \beta_2$  представляет не только научный, но и практический интерес.

Как известно [1], плотность двухфазной смеси  $\rho$  с малой объемной концентрацией газа рассчитывается по соотношению

$$\rho = (1-\beta)\rho_1 + \beta\rho_2$$

Здесь  $\rho_1, \rho_2$  – плотность жидкости и газа соответственно. Ввиду малости величины  $\beta$  (обычно  $\beta \approx 10^{-2} \div 10^{-1}$ ), а также малости отношения  $\rho_1/\rho_2$  справедливо приближенное равенство  $\rho \approx \rho_1$ . Таким образом акустическое сопротивление двухфазных сред с различным объемным содержанием газа отличается так же, как величины скорости звука в жидкости  $c_1$  и в двухфазной среде  $c$ . Акустическое сопротивление двухфазной смеси меньше, чем чистой жидкости в  $c/c_1^{-1}$  раз. Скорость звука в двухфазной среде рассчитывается по известной зависимости  $c^2 = p[\beta(1-\beta)\rho_1]^{-1}$ . Здесь  $p$  – давление в двухфазной среде. Особый интерес представляет случай отражения ударной волны, движущейся в двухфазной среде с объемной концентрацией пузырьков газа  $\beta_1$  от твердой стенки.

Перечисленные задачи до настоящего времени подробно не исследовались ни теоретически, ни экспериментально. Основное внимание исследователей было сосредоточено на решении задачи о структуре слабых волн давления в двухфазной среде и на анализе картины изменения давления за фронтом падающей волны [1–4, 5].

**1. Экспериментальные установки.** Изучение процесса прохождения ударных волн через границу раздела внутри двухфазной жидкостногазовой смеси осуществлялось на установке, схема которой представлена на фиг. 1, а. Установка состояла из цилиндрической камеры низкого давления диаметром 50 мм, заполненной двухфазной жидкостногазовой смесью. На стенах камеры были укреплены четыре пьезоэлектрических датчика 1–4 с собственной частотой выше 30 кгц. Датчик давления 5 служил для запуска осциллографа С1-33, на который подавались сигналы от датчиков 1–4.

Сверху в камере низкого давления крепился генератор волны давления, отделенный от камеры низкого давления разрывной мембраной. Давление среды в камере низкого давления 1 атм, а давление газа в генераторе составляло 5÷20 атм. После заполнения камеры низкого давления водой снизу в нее подается газ (азот). Пройдя через систему капиллярных отверстий, газ в виде пузырьков размером  $d \approx 3$  мм поднимается вверх. Образуется смесь воды с пузырьками газа. Объемная концентрация газа  $\beta$  определяется по подъему столба жидкости высотой  $l$  на расстояние  $\Delta l$ , так что  $\beta_1 = \Delta l l^{-1}$ . Высота исходного водяного столба  $l = 1300$  мм.

Для образования границы раздела на высоте  $l_1 = 650$  мм от днища трубы установлен пояс вторичной подачи газа 7. При вторичной подаче газа в верхней половине камеры образуется двухфазная система с концентрацией газа  $\beta_2 > \beta_1$ .

После разрыва мембранны в двухфазной среде образуется ударная волна, которая сначала идет по среде с содержанием газа  $\beta_2$  (параметры волны замеряются датчиками 1, 2). Затем волна движется по среде с содержанием газа  $\beta_1$  и ее параметры регистрируются датчиками 3, 4.

Картина обратного перехода ударной волны, т. е. прохождение через границу раздела вода – двухфазная смесь, изучалась на установке, изображенной на схеме фиг. 1, б. Камера низкого давления заполнялась водой. Газ в камеру поступал через пояс 7. Генератор волн давления 6 крепился в камере снизу. Датчик 5 служил для запуска регистрирующего осциллографа С1-33. В верхней половине камеры низкого давления двухфазная жидкостногазовая смесь имела концентрацию газа  $\beta_1$ .

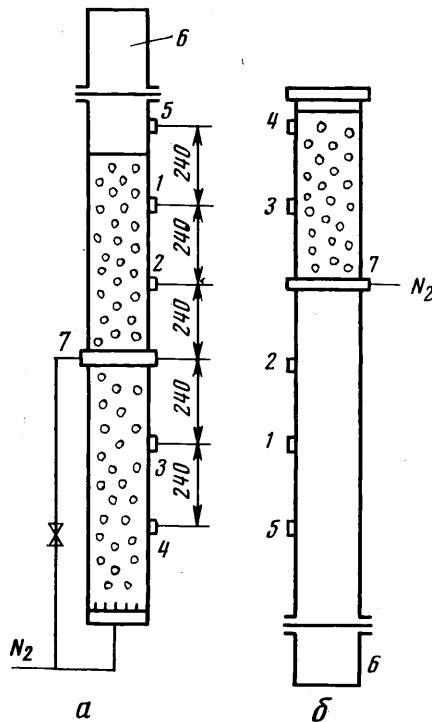
**2. Результаты экспериментов.** На фоторегистрации фиг. 2, а представлены записи давления, полученные при переходе ударной волны из двухфазной смеси в чистую жидкость. Датчики давления 1, 2 (1, 2 – лучи осциллографа) фиксируют давление  $p_1$  на фронте падающей волны. Пояснительная схема записи давления представлена под фоторегистрацией. Всюду на регистрациях первый пик давления отвечает волне сжатия. Фронт падающей волны обозначен индексом 1. Давление  $p_1=12$  атм.

Датчики 3, 4 – (3, 4 – лучи осциллографа) фиксируют давление  $p_2$  на фронте волны, прошедшей в воду (волна 4 на схеме). На всех фоторегистрациях запуск лучей 3, 4 производился с таким запаздыванием, чтобы одновременно зафиксировать параметры волн во всех точках измерения. Давление  $p_2 \approx 50$  атм ( $p_2 p_1^{-1} \approx 5$ ).

Кроме падающей волны датчик давления 2 отмечал приход отраженной от границы раздела волны (волна 2 на схеме). Давление на фронте этой волны  $\sim 30$  атм. За волной 2 двигалась мощная волна разрежения 3. Волна разрежения взаимодействовала с волной давления 2 и ослабляла последнюю. Интенсивность отраженной волны быстро убывала и уже на датчике 1 составляла всего 10 атм. Масштаб времени на лучах 1, 2 осциллографа 1 500 мксек, а на лучах 3, 4 – 900 мксек на деление горизонтальной шкалы. Концентрация пузырьков газа в двухфазной среде  $\beta_1=3\%$ . Скорость волны на участке между датчиками 1 и 2  $\sim 160$  м/сек, а на участке между датчиками 3 и 4  $\sim 1400$  м/сек.

На фоторегистрации фиг. 2, б представлен случай прохождения ударной волны через границу раздела между двумя двухфазными средами с отношением концентраций  $\beta_2 \beta_1^{-1}=5$  ( $\beta_1=1.8\%$ ). Волна двигалась из среды с большей концентрацией газа. Интенсивности падающей и прошедшей волн соответственно  $p_1=10$  атм,  $p_2=25$  атм. Падающая волна зафиксирована датчиками 1 и 2 (1 и 2 – лучи осциллографа) – волна 1 на схеме. Прошедшая волна записана датчиками 3, 4 (3 и 4 – лучи осциллографа) – волна 4 на схеме. Масштаб времени на лучах 1–4 осциллографа 1 500 мксек на деление горизонтальной шкалы.

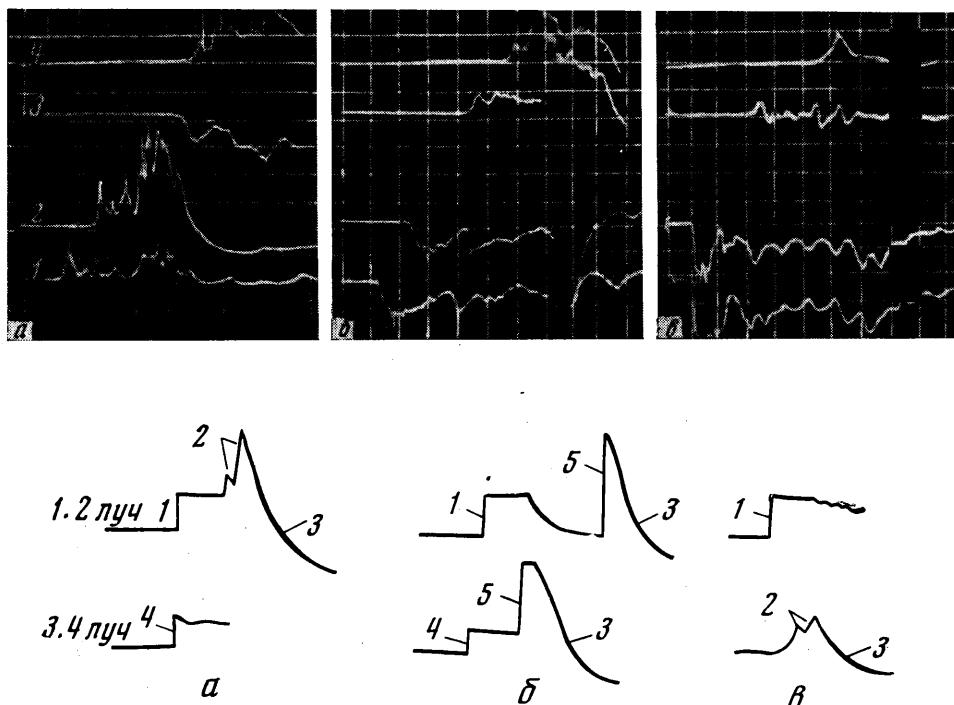
Кроме того, на фоторегистрации фиг. 2, б можно видеть отражение ударной волны в среде с концентрацией газа  $\beta_1=1.8\%$  от твердой стенки



Фиг. 1

(лучи 3, 4 осциллографа). Отраженная волна на схеме обозначена цифрой 5. После падения волны на жесткую стенку интенсивность ее увеличивалась более чем в 4 раза. Давление за отраженной волной в рассматриваемом случае достигало  $\sim 100$  атм.

Обобщая результаты описанных опытов, убеждаемся в том, что при прохождении ударной волны через границу раздела из двухфазной среды с меньшей скоростью звука и меньшей плотностью на границе раздела происходит неакустическое преломление ударной волны.



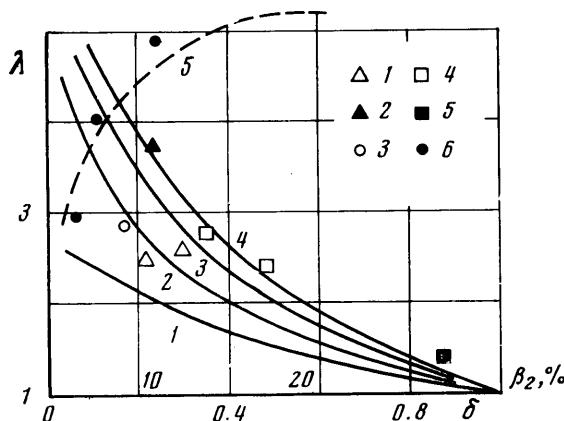
Фиг. 2

Проанализируем опыты по переходу ударных волн из более плотной среды, т. е. из среды с большей скоростью звука. На фоторегистрации фиг. 2, *в* представлены записи давления, полученные при переходе ударной волны из воды в двухфазную смесь с концентрацией газа  $\beta=6\%$ . Масштаб времени на лучах 1–4 осциллографа 900 мксек на деление горизонтальной шкалы.

На лучах 1, 2 записаны параметры волны в воде (волна 1 на схеме). Скорость волны близка к 1400 м/сек, т. е. к скорости звука в воде,  $p_1=11$  атм. При переходе через границу раздела скорость волны снижается до 130 м/сек. Волна давления, прошедшая в двухфазную смесь, нестационарная. Наблюдается сокращение длительности положительной фазы сжатия и уменьшение амплитуды волны по мере ее движения в глубь двухфазной системы. Отношение давления на фронте волны вблизи датчика 3 к давлению  $p_1$  составляет 0.8, а вблизи датчика 4 ~0.3. На расстоянии 480 мм от границы раздела ударная волна вырождается в импульс давления с короткой фазой сжатия. Нестационарность волны давления во многом связана с влиянием мощной волны разрежения (волна 3), прогрессивно уменьшающей импульс давления в прошедшем волне. Окон-

чательное суждение о затухании исходной волны при размерах использованной экспериментальной установки сделать нельзя.

Качественно картину преломления ударной волны, выходящей из двухфазной смеси с меньшей концентрацией газа в смесь с большей концентрацией, можно проследить по фоторегистрации на фиг. 2, б по эволюции отраженной волны (волна 5 на схематизированной фигуре). На участке между стенкой и датчиком 3 (лучи 3, 4) концентрация пузырьков газа  $\sim 0.1\%$ , а между границей раздела и поверхностью жидкости концентра-



Фиг. 3

ция газа не меньше 1%. Амплитуда отраженной волны возле датчика 2  $\sim 40$  атм, а возле датчика 1  $\sim 30$  атм. Одновременно сокращается длина положительной фазы сжатия. Таким образом, и при переходе ударной волны через границу раздела двухфазных сред с концентрацией пузырьков  $\beta_1 > \beta_2$  в направлении от  $\beta_2$  к  $\beta_1$  наблюдается ослабление волны.

**3. Анализ результатов экспериментов.** Задачу об изменении параметров ударной волны при прохождении через границу раздела можно в первом приближении рассмотреть с позиции распада произвольного разрыва. В рассматриваемом случае разрыв параметров на границе раздела возникает за счет изменения скорости звука  $c$ . Пусть ударная волна с давлением на фронте  $p_1$  падает на границу раздела. Тогда [6] при  $(\rho c)_1 < (\rho c)_2$  от границы раздела отразится ударная волна с давлением  $p_2$  и она же пройдет в среду с акустическим сопротивлением  $(\rho c)_2$ .

Когда  $(\rho c)_1 > (\rho c)_2$ , то в среду с акустическим сопротивлением  $(\rho c)_1$  пойдет волна разрежения, а в среду с сопротивлением  $(\rho c)_2$  пройдет ударная волна.

Рассмотрим прохождение ударной волны через границу раздела двухфазных сред с концентрацией пузырьков газа  $\beta_2$  и  $\beta_1$ . Пусть волна идет из среды с концентрацией газа  $\beta_2$ , причем  $\beta_2 > \beta_1$ . Соотношение акустических сопротивлений  $(\rho c)_2 < (\rho c)_1$ . На фронте падающей прошедшей и отраженной ударных волн скорость и давление связаны соотношениями

$$(1) \quad u_1 = (p_1 - p_0) [\rho_2 c_2 (p_1 p_0^{-1})^{0.5}]^{-1}$$

$$(2) \quad u_2 = (p_2 - p_0) [\rho_1 c_1 (p_2 p_0^{-1})^{0.5}]^{-1}$$

$$(3) \quad u_1 - u_2 = (p_2 - p_1) [\rho_3 c_3 (p_2 p_1^{-1})^{0.5}]^{-1}$$

Здесь  $u_1, u_2$  — скорость движения жидкости, а  $p_1, p_2$  — давление за фронтом падающей и прошедшей волн. Одновременно  $p_2$  — давление за отраженной волной. Величина акустического сопротивления  $\rho_3 c_3$  двухфазной среды, сжатой прошедшей волной, находится по известным соотношениям для плотности звука в двухфазной среде за фронтом ударной волны с перепадом давления  $p_4 p_0^{-1}$ . Скорость звука, плотность среды и объемная концентрация за волной

$$(4) \quad c_3^2 = p_1 [\beta_3 (1 - \beta_3) \rho_l]^{-1}$$

$$(5) \quad \rho_3 = (1 - \beta_3) \rho_l + \beta_3 \rho_1$$

$$(6) \quad \beta_3 = \beta_2 [(1 - \beta_2) M_0^2 + \beta_2]^{-1}, \quad p_4 p_0^{-1} = M_0^2$$

Из решения представленных уравнений можно установить зависимость отношения давления  $\lambda = p_2 p_1^{-1}$  от отношения концентраций  $\delta = \beta_1 \beta_2^{-1}$ . Зависимость  $\lambda = \lambda(\delta)$  изображена на фиг. 3 для падающей волны с перепадом давления на фронте  $p_4 p_0^{-1} = 9.5$  при  $\beta_2 = 10^{-2}, 0.1, 0.3$  (кривые 1, 2, 3 соответственно) и для волны с перепадом давления  $p_4 p_0^{-1} = 19$  при  $\beta_2 = 0.1$  (кривая 4). Везде давление  $p_0 = 1 \text{ atm}$ . Как видно из графика отношение  $p_2 p_1^{-1}$  при заданной интенсивности волны  $p_4 p_0^{-1}$  и  $\beta_1 \beta_2^{-1} < 0.2$  слабо зависит от концентрации  $\beta_2$ . Так, при увеличении  $\beta_2$  от  $10^{-2}$  до 0.3, т. е. в 30 раз, величина  $p_2 p_1^{-1}$  возрастает не более чем в 1.2 раза. При  $\beta_1 \beta_2^{-1} < 0.4$  и  $\beta_2 > 0.1$  наблюдается неакустическое отражение исходной волны на границе раздела, так как  $\lambda > 2$ .

Предельное значение  $\lambda = p_2 p_1^{-1}$  на графике фиг. 3 при  $\beta_1 = 0$  можно получить из решения системы уравнений (1), (2) и

$$(7) \quad u_2 = (p_2 - p_0) (\rho_l c_l)^{-1}$$

где  $\rho_l$  — плотность жидкости.

При записи второго уравнения данной системы учтено то обстоятельство, что любая волна в чистой жидкости с интенсивностью до  $p_2 p_0^{-1} \approx 100$  акустическая. Здесь  $u_2$  — скорость частиц воды за акустической волной. Изменение значения  $p_2 p_1^{-1}$  при возрастании концентрации  $\beta_2$  и  $\beta_1 = 0$  показано на фиг. 3 кривой 5. Видно, что при  $\beta_2 < 0.1$  величина  $p_2 p_1^{-1}$  убывает, стремясь в пределе к единице.

Сопоставим результаты расчета с экспериментальными данными. Ошибка измерения давления пьезоэлектрическими датчиками  $\sim 10 \div 15\%$ . Поэтому с принятой системой измерения трудно точно установить влияние концентрации  $\beta_2$  на изменение значения  $\lambda$ , так как при изменении  $\beta_2$  в 30 раз  $\lambda$  меняется в 1.2 раза. Анализ полученных экспериментальных данных показывает, что по распаду произвольного разрыва можно оценить величину  $\lambda$  с приемлемой точностью. Точки 1—6 отвечают величинам концентрации  $\beta_1$  в опытах 0.5, 1.5, 1.8 и 3.5% при  $p_4 p_0^{-1} = 11$ . Точки 4 получены при  $\beta_1 = 1\%$  и  $p_4 p_0^{-1} = 15$ . Концентрация  $\beta_2$  в каждом случае определяется как  $\beta_2 \delta^{-1}$ . Масштаб  $\beta_2$ , отложенный по оси абсцисс, относится только к опытам по изучению отражения ударной волны от границы раздела двухфазная система — вода. Значения  $\lambda$ , полученные в указанных опытах, представлены на графике точками 6.

Рассмотрим случай отражения ударной волны от жесткой стенки. По-прежнему скорость среды за падающей волной находится по уравнению (1).

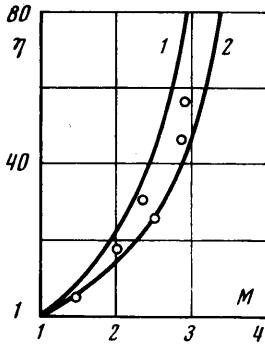
Отраженная волна движется по среде, сжатой прошедшей волной. Скорость движения среды за отраженной волной  $u_2 = 0$ . Отсюда получается

следующее соотношение для определения давления за отраженной волной:

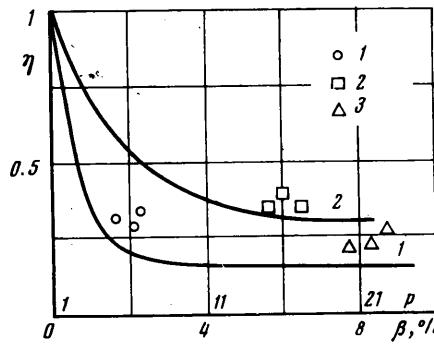
$$\begin{aligned} p_3 p_0^{-1} &= c + (c^2 - M_0^4)^{0.5} \\ c &= 0.5 \{ 2M_0^2 + [BA^{-1}(M_0^2 - 1)M_0^{-1}]^2 \} \\ B^2 &= M_0^{-2} [(1 - \beta_1)(M_0^2 \rho_l + \beta_1 \rho)] [(1 - \beta_1)M_0^2 + \beta_1] \\ A^2 &= (1 - \beta_1)\rho_l + \beta_1 \rho_1 \end{aligned}$$

Интересно, что при  $\beta_1 < 0.1$  без существенного снижения точности в выражениях для  $A^2$  и  $B^2$  можно пренебречь слагаемыми  $\beta_1$  и  $\beta_1 \rho$  и получить соотношение  $p_3 p_0^{-1} = M_0^4$ .

На графике фиг. 4 зависимость  $p_3 p_0^{-1} = M_0^4$  представлена кривой 1, а более общая зависимость  $p_3 p_0^{-1} = f(M_0, \beta_1)$  — кривой 2. Здесь же нанесены



Фиг. 4



Фиг. 5

точки, полученные при обработке экспериментальных данных. Как видно до  $M_0 \approx 3$  имеется хорошее согласие расчетных и опытных значений  $p_3 p_0^{-1}$ . Проверку достоверности проведенных расчетов в области чисел Маха с принятой системой измерения, по-видимому, проводить нельзя. Использованные в опытах датчики давления способны без искажения измерять предельные амплитуды возмущений 50–80 атм. В области волн большей интенсивности требуется иной тип измерителя давления.

Проанализируем случай перехода ударной волны из воды в двухфазную систему. Поскольку  $(\rho c)_1 > (\rho c)_2$ , то в двухфазную смесь пройдет ударная волна, а в воду отразится от границы раздела волна разрежения. Для ударной волны в воде справедливо квазиакустическое соотношение

$$(8) \quad u_1 = (p_1 - p_0) (\rho_l c_l)^{-1}$$

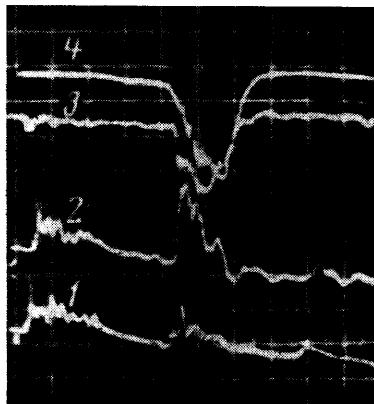
Скорость газа за ударной волной в двухфазной среде найдем по уравнению (2), а приращение скорости частиц жидкости в волне разрежения — по уравнению (7).

Вследствие неразрывности течения имеем равенство  $\rho_2 u_2 = \rho_l (u_1 + \Delta u)$  или  $u_2 = u_1 + \Delta u$ , а так как  $\rho_2 \approx \rho_l$ , то  $u_2 - u_1 = (p_1 - p_2) (\rho_l c_l)^{-1}$ .

Результат расчета интенсивности волны  $p_2$ , прошедшей из воды в двухфазную смесь, представлен на фиг. 5 кривой 1. По оси абсцисс отложено значение концентрации пузырьков газа в жидкости  $\beta$ , а по оси ординат — отношение интенсивностей падающей и прошедшей волн  $\eta = p_2 p_1^{-1}$ . Интенсивность падающей волны  $p_1 = 10$  атм. В области концентраций  $\beta > 10^{-2}$  значение  $p_2 p_1^{-1}$  слабо зависит от величин  $\beta$  и  $p_1$ . Отмечено лишь слабое уменьшение  $\eta$  с ростом значений  $\beta$  и  $p_1$ . При малой концентрации пузы-

рей, т. е. при  $\beta < 1\%$ , степень ослабления падающей волны  $\eta$  быстро достигает величины  $\eta = 1$  при  $\beta = 0$ .

Анализ распада произвольного разрыва позволяет просто определить и параметры волны, переходящей из среды с содержанием пузырей  $\beta_1$



Фиг. 6

в среду с содержанием пузырей  $\beta_2$ , причем  $\beta_1 < \beta_2$ . Результат расчета отношения  $p_2 p_1^{-1}$  при  $p_1 = 10$  атм отображен на графике фиг. 5 кривой 2. Аргументом для найденной зависимости служит отношение концентраций  $\beta_2 \beta_1^{-1} = 1$  в обеих средах (напомним, что волна движется из среды с меньшей концентрацией пузырей газа). Сравнивая кривые 1, 2, легко убедиться в том, что присутствие пузырьков газа в первой среде снижает степень ослабления ударной волны при переходе через границу раздела.

Здесь же на графике нанесены результаты экспериментов. Точки 1 отвечают случаю  $p_1 = 10$  атм и  $\beta = 2\%$ , точки 2 —  $p_1 = 10$  атм,  $\beta = 6\%$ , точки 3 —  $p_1 = 10$  атм,  $\beta = 8\%$ .

Расчетные и опытные значения  $\eta$  в случае перехода волны из чистой воды в двухфазную смесь различаются в два раза. В случае, когда в первой среде находится менее 0.1% пузырьков газа, эта разница не превышает 30%.

Помимо возможного присутствия в эксперименте пузырьков газа в первой среде на точности измерения величины  $\eta$ , безусловно, оказывается отклонение формы границы раздела от плоской. Система вдува газа в жидкость, представленная на фиг. 1, б, не позволяет получить плоскую границу раздела. Тем не менее приведенное сопоставление расчетных и опытных данных показывает, что по анализу распада произвольного разрыва значение величины  $\eta$  находится с достаточной точностью.

Из анализа распада произвольного разрыва не следует поведение волны давления после ее прохождения через границу раздела. Понятно, основной эффект ослабления параметров волны при ее переходе из воды в двухфазную смесь связан с влиянием волны разрежения, прогрессивно уменьшающей импульс давления в прошедшей волне. Опыт показывает, что влияние волны разрежения может быть существенным даже на расстоянии от границы раздела свыше 0.5 м.

Итак, при пересечении границы раздела вода — двухфазная смесь ударной волной, выходящей из воды, наблюдается ослабление возмущения, а при пересечении границы раздела волной в обратном направлении имеет место возрастание интенсивности возмущения. Тогда при прохождении ударной волны через систему вода — двухфазная смесь — вода или вода — двухфазная смесь — твердая стенка может не наблюдаться изменения параметров волн.

Модернизируем установку, изображенную на фиг. 1, а. Подачу газа осуществим только через днище трубы. Установим в поясе подачи вторичного потока газа фотоэлектрический умножитель, фиксирующий световой поток, который проходит через окна в стенках трубы. В момент прохождения пузырей газа мимо окон световой поток изменяется и ФЭУрабатывает сигнал, приводящий в действие систему прорыва мембранны пневматическим рассекателем. Ударная волна, падая на поверхность жидкости, проходит 500 мм по воде, встречает границу раздела и далее

движется 600 мм в среде воды — пузырьки газа. Затем волна отражается от днища трубы и пересекает границу раздела в обратном направлении.

На фиг. 6 приведена фоторегистрация эволюции ударной волны. На лучах 1 и 2 записаны показания датчиков давления в воде, а на лучах 3, 4 — в двухфазной среде. Масштаб времени (по горизонтали) на всех лучах 1500 мсек на деление. Выбросы давления на лучах 1 и 2, происходящие через 450 и 630 мсек, соответствуют появлению ударной волны в воде. На лучах 3 и 4 видно, что ударная волна трансформируется в волну сжатия с давлением на фронте  $0.3 p_1$ , где  $p_1$  — давление на фронте ударной волны в воде. Волна сжатия проходит мимо датчика давления 4 (фиг. 1, а) в момент времени 4.5 мсек после запуска луча 4. Далее волна сжатия отражается от днища трубы и через 6 мсек после запуска вблизи датчика 4 появляется фронт отраженной волны. Интенсивность отраженной волны почти в 9 раз превышает интенсивность падающей. Соотношение между интенсивностью отраженной волны  $p_2$  и интенсивностью проходящей волны в воде  $p_1$  наглядно представлено на луче 2. Легко убедиться в том, что  $p_2 \approx 2p_1$ , т. е. отражение волны произошло так, как будто пузырьковая подушка перед днищем отсутствует.

Таким образом, при переходе ударной волны из среды с большим объемным содержанием газа в среду с меньшей объемной долей газа наблюдается увеличение интенсивности прошедшей волны. Рост интенсивности прошедшей волны тем существеннее, чем больше различие объемных концентраций газа в обеих средах. Наибольшее возрастание интенсивности волны происходит при переходе волны из двухфазной смеси в чистую жидкость, или при падении волны на твердую стенку. При переходе ударных волн из чистой жидкости в двухфазную смесь имеет место ослабление интенсивности исходного возмущения. Импульс давления в прошедшей волне прогрессивно убывает с ростом расстояния ударного фронта от границы раздела.

Авторы благодарят Р. И. Нигматулина за проявленный интерес к выполненной работе и полезное обсуждение полученных результатов.

Поступила 4 III 1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бетчелор Г. К. Волны сжатия в суспензии газовых пузырьков в жидкости. Механика, Период. сб. перев. иностр. статей, 1968, № 3.
2. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения. Минск, «Высшая школа», 1972.
3. Campbell J., Pitcher A. Shock waves in a liquid containing air bubbles. Proc. Roy. Soc., A243, 1958.
4. Бурдуков А. П., Кузнецов В. В., Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г. Шрейбер И. Р. Ударные волны в газожидкостной среде. ПМТФ, 1973, № 3, стр. 65—69.
5. Crespo A. Sound and shock waves in liquids containing bubbles. Phys. Fluids, 1969, vol. 12, No. 11, pp. 2274.
6. Landau Л. Д., Lifshits Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
7. Уоллис В. Одномерные двухфазные течения. М., «Мир», 1972.