

ИССЛЕДОВАНИЕ «БОКОВОГО» ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
СВЕРХЗВУКОВОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУИ ИДЕАЛЬНОГО
ГАЗА С ПОВЕРХНОСТЯМИ РАЗЛИЧНОЙ ФОРМЫ

М. Я. ИВАНОВ, В. П. НАЗАРОВ

(Москва)

Проведено численное исследование взаимодействия недорасширенной сверхзвуковой струи вязкого и нетеплопроводного газа, истекающей из осесимметричного конического сопла с плоской, цилиндрической и сферической поверхностями. При этом предполагается, что угол поворота потока при обтекании преграды меньше предельного и в рассматриваемой области течения отсутствуют дозвуковые зоны. Проанализировано влияние характерных параметров (числа Маха на срезе сопла, нерасчетности истечения) на картину течения и силовое воздействие струи. Результаты численных расчетов сопоставляются с результатами приближенных теорий и экспериментальными данными.

Теоретическое решение задачи о воздействии сверхзвуковой струи на поверхность заданной формы даже в приближении вязкого и нетеплопроводного газа сопряжено со значительными трудностями. Это обусловлено наличием в области течения интерферирующих между собой ударных волн, контактных разрывов, областей смешанного до- и сверхзвукового течения. Известные авторам результаты по исследованию пространственных задач взаимодействия сверхзвуковых струй друг с другом или с преградой были получены в основном экспериментально (например, [1-6]).

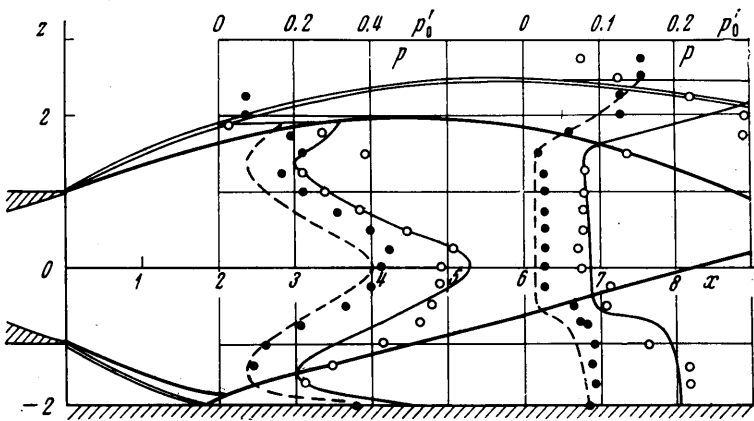
Численный анализ взаимодействия осесимметричных струй идеального газа проведен в [7-10]. В [7] с помощью трехмерного варианта метода характеристик была рассчитана начальная область взаимодействия двух сверхзвуковых цилиндрических струй (с числом Маха $M=10$), пересекающихся под углом 60° . Интерференция нескольких струй рассматривалась в [8, 9], где решение получено по схеме Лакса - Вендрофа без выделения линий разрыва параметров потока. В [10] исследование «бокового» взаимодействия осесимметричных сверхзвуковых струй друг с другом и с плоскостью проведено методом сквозного счета [11, 12].

1. Рассматривается взаимодействие сверхзвуковой недорасширенной струи, истекающей из конического сопла в пространство с постоянным давлением p_e , с поверхностью заданной формы. Предполагается, что угол поворота потока при обтекании преграды меньше предельного и во всей исследуемой области течения проекция u вектора скорости газа q на ось x цилиндрической системы координат $x\tau\varphi$ превышает скорость звука a . Характерными параметрами задачи являются значение числа Маха на кромке сопла M_a и величина отношения статического давления на кромке сопла p_a к давлению окружающего пространства p_e , т. е. значение нерасчетности $n=p_a/p_e$. Ограничимся течением идеального газа с постоянными теплоемкостями, показателем адиабаты и полной энтальпией потока на срезе сопла (а следовательно, и во всем потоке).

Будут использоваться декартова x, y, z и цилиндрическая x, r, φ системы координат. Начало декартовой и цилиндрической систем координат совмещается с центром выходного сечения сопла, а координатные оси x — с осью симметрии сопла. Взаимное расположение выходного сечения сопла и поверхности преграды в плоскости xz схематически показано на фиг. 1, где выходному сечению конического сопла с углом наклона образующей θ_a отвечает отрезок $[-1, 1]$ оси z , двойная линия представляет собой границу струи, сплошная линия — ударные волны, образующиеся в области течения. Меридиональная плоскость $\varphi=0$ цилиндрической системы координат совпадает с плоскостью xz декартовой системы.

В случае взаимодействия струи с плоскостью, последняя перпендикулярна координатной плоскости xz . При воздействии струи на цилиндрическую поверхность ее ось расположена в плоскости xz . Выходное сечение сопла может находиться как внутри, так и вне цилиндра. Центр сферической поверхности при ее обтекании струей также принадлежит плоскости xz . В любом из указанных случаев плоскость xz будет плоскостью симметрии. При этом рассчитываемая область заключена между меридиональными плоскостями, соответствующими $\varphi=0$ и $\varphi=\pi$.

Положение плоской преграды в пространстве определяется заданием координаты Z точки пересечения оси z с преградой и величиной угла θ ее



Фиг. 1

наклона к оси x . Поверхность цилиндра определяется радиусом цилиндра R и положением его оси в плоскости xz , т. е. углом наклона θ и координатой Z . Положение сферической поверхности задается радиусом сферы R и координатами ее центра X и Z .

Система уравнений газодинамики, записанная в виде интегральных законов в цилиндрических координатах, интегрируется численно по конечно-разностной схеме сквозного счета, предложенной в [11, 12]. Применение этой схемы к решению задачи о боковом взаимодействии сверхзвуковой струи с плоскостью и необходимые особенности расчета можно найти в [10].

Все расчеты, результаты которых представлены в данной работе, выполнены для значения показателя адиабаты $\kappa=1.4$. За характерный размер принят радиус выходного сечения сопла, плотность и компоненты скорости отнесены к их критическим значениям ρ_* и a_* в начальном сечении, давление — к произведению $\rho_* a_*^2$.

2. Прежде чем переходить к изложению основных результатов, приведем некоторые данные, характеризующие точность метода более полно, чем ранее опубликованные результаты расчетов. Ряд сведений о точности использованного в настоящей работе метода при расчете разрывных течений содержится в [11]. Ниже дается дополнительное сопоставление результатов сквозного счета на равномерной разностной сетке скачков уплотнения и волн разрежения с точным решением при существенно больших изменениях параметров газа на разрыве, чем в [11].

Рассмотрим сначала сверхзвуковой поток газа в плоском канале с прямолинейной верхней стенкой и нижней стенкой, имеющей излом в точке $x=0$ на угол $\theta=\pm 30^\circ$. В случае положительного значения угла излома стенки от точки излома распространяется косой скачок уплотнения. Результаты сквозного счета скачка и сравнение с точным решением приведе-

Таблица 1

f	f_∞	f_{n-2}	f_{n-1}	f_n	f_{n+1}	f_{n+2}	f_w	$\Delta f \times 10^4$
p	0.03682	0.03722	0.04534	0.11401	0.22436	0.23399	0.23383	7.0
ρ	0.12025	0.12119	0.13650	0.23289	0.36972	0.38095	0.38079	4.0
u	1.9639	1.9622	1.9149	1.5407	1.1562	1.1294	1.1299	4.0
v	0.0000	0.00473	0.08944	0.44640	0.64446	0.65195	0.65191	0.7

Таблица 2

f	f_∞	f_{n-2}	f_{n-1}	f_n	f_{n+1}	f_{n+2}	f_w	$\Delta f \times 10^3$
$p \times 10^4$	0.5596	0.5596	0.70492	8.9893	20.976	21.453	21.471	0.8
$\rho \times 10^2$	0.1167	0.1167	0.12831	0.33949	0.59917	0.60837	0.60823	0.2
u	2.3800	2.3800	2.3693	1.9270	1.6384	1.62697	1.62713	0.1
v	0.0000	0.000014	0.04179	0.65802	0.93013	0.94054	0.93881	2.0

ны в табл. 1 и 2, где в зависимости от номера ячейки разностной сетки n в окрестности скачка даны значения f_n газодинамических функций: давления p , плотности ρ , компонент скорости u и v на оси x и y и относительной ошибки $\Delta f = |f_w - f_{n+2}|/f_w$. Индекс ∞ соответствует параметрам невозмущенного потока, индекс w — параметрам газа за косым скачком. Табл. 1 соответствует значению $M_\infty = 3$ и перепаду давления на скачке $p_w/p_\infty = 6.35$, табл. 2 — значению $M_\infty = 9.19$ и перепаду $p_w/p_\infty = 38.4$. Для обоих случаев косою скачок уплотнения «размазывается» на четыре разностные ячейки, а максимальная величина ошибки по всем параметрам не превышает 0.2%.

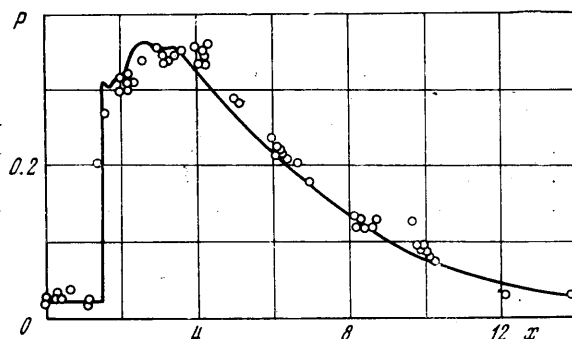
Расчет обтекания выпуклого угла $\theta = -30^\circ$ проведен для двух значений: $M_\infty = 2$ и 4. Почти во всей области потока, когда на центрированную волну приходится ~ 50 разностных ячеек, ошибка в определении всех газодинамических параметров не превышает 2–3%. Максимальная ошибка при счете центрированной волны разрежения наблюдается в определении плотности у нижней стенки канала (в области низкой плотности). В первом случае, когда $M_\infty = 2$ и отношение давления перед волной p_∞ к давлению за волной p_w равно 8.12, максимальная ошибка достигает 10%, во втором случае при $M_\infty = 4$ и $p_\infty/p_w = 66.6$ максимальная ошибка 30%.

Величина ошибки, однако, достаточно быстро уменьшается и не превышает 5% уже в четвертой ячейке от стенки канала в первом случае и в восьмой ячейке от стенки — во втором случае. Появления этой ошибки можно избежать путем специального учета особенностей течения в окрестности точки излома (например, увеличивать количество разностных ячеек в волне, выделять линии разрыва производных от газодинамических параметров, использовать точные соотношения и т. д.). При этом вычислительный алгоритм может существенно усложниться.

На первых двух фигурах представлено сравнение численных и экспериментальных результатов в случае взаимодействия сверхзвуковой струи с плоской преградой, когда угол наклона плоскости θ к оси x был равен нулю. Распределение давления в двух сечениях $x=2$ и 6 в плоскости xz при $M_a = 1.92$, $n = 6.03$, $\theta_a = 5^\circ$ и $Z = -1.775$ приведено на фиг. 1. Тонкие сплошные линии соответствуют распределению полного давления за прямым скачком p_0' , отнесенного к полному давлению набегающего потока, штриховые линии — распределению статического давления p , отнесенного к p_a . Точками представлены экспериментальные данные А. Л. Исако-

ва, причем светлые и темные точки соответствуют полному и статическому давлению. Жирными линиями показаны висячий и отраженный от плоскости скачки, полученные из эксперимента с помощью теневых фотографий.

Изменение давления по преграде в плоскости симметрии, отнесенного к давлению на кромке сопла, показано на фиг. 2. Сплошная линия представляет собой результаты расчета, точки — экспериментальные данные Э. Н. Гаспаряна. Значения определяющих параметров были следующими: $M_a=3.4$, $n=45$, $\theta_a=5.75^\circ$ и $Z=-2$. Максимальное давление, действующее на преграду, наблюдается при значении координаты $x \approx 3$.



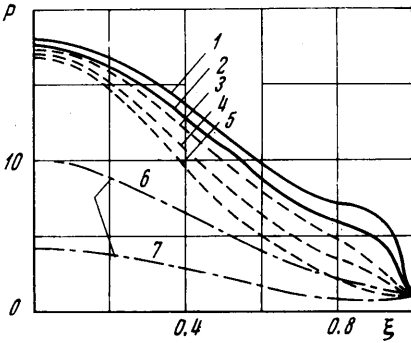
Фиг. 2

3. Приведем некоторые результаты расчета взаимодействия осесимметричной сверхзвуковой струи с цилиндрическими и сферическими поверхностями. Рассмотрим струю, имеющую следующие значения определяющих параметров: $M_a=4.11$, $n=45$ и $\theta_a=8.67^\circ$. В случае преграды цилиндрической формы будем предполагать, что ось цилиндра параллельна оси сопла $\theta=0$. Выходное сечение сопла может находиться как внутри, так и вне цилиндра, но ближайшая к соплу образующая цилиндрической поверхности расположена на одном и том же расстоянии от оси x , равно диаметру среза сопла.

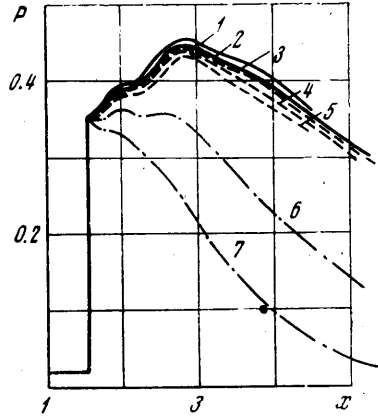
На фиг. 3 приведено распределение давления, отнесенного к p_∞ , по поверхности преграды при $x=4$ в зависимости от координаты $\xi=y/y_+$, где y_+ — значение точки пересечения границы струи с преградой в этом сечении. Сплошные кривые соответствуют случаю, когда срез сопла находится внутри цилиндра, штриховые кривые — когда срез сопла расположен вне цилиндра. Значения R для кривых 1—7 равны 10, 25, 50, 10, 5, 25, 10. Наибольшее влияние кривизны поверхности оказывает на периферию следа («следом» здесь и далее названа часть преграды, обтекаемая газом). Отметим, что распределение давления при $R=50$ практически совпадает с распределением давления на плоской поверхности.

В случае вогнутой поверхности, когда срез сопла находится внутри цилиндра, струя оказывает большее силовое воздействие на преграду. Штрихпунктирные линии на этой и следующей фигурах представляют собой распределения давления на поверхности сфер с радиусами $R=10$ и 25, координатами центров $X=1.57$, $Z=-12$ и $X=1.57$, $Z=-27$ соответственно. Изменение давления, отнесенного к p_a , на преграде вдоль линии симметрии изображено на фиг. 4. Обозначения кривых аналогичны обозначениям, использованным на предыдущей фигуре. Отметим, что начальная точка взаимодействия струи с поверхностью преграды для вариантов расчета, результаты которых показаны на фиг. 3 и 4, имела одни и те же координаты $x=1.57$, $y=0$ и $z=-2$.

4. Рассмотрим влияние одного из параметров M_a или n на картину течения в зоне взаимодействия струи с плоской поверхностью, когда другие параметры фиксированы и равны $\theta_a=5^\circ$, $Z=-2$, $\theta=0$. На фиг. 5 представлено распределение давления, отнесенного к давлению на кромке сопла, по линии симметрии на преграде. Фиг. 5, а показывает влияние числа Маха при $n=10$, причем значения M_a для кривых 1, 2, 3 равны 2, 3, 4. На фиг. 5, б для $M_a=3$ приведено изменение давления при $n=10$, 20 и 30 — кривые 1, 2 и 3 соответственно.

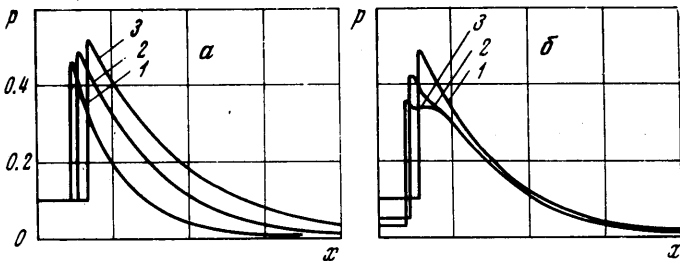


Фиг. 3



Фиг. 4

На достаточно больших расстояниях от начальной точки взаимодействия наблюдается перерасширение газового потока, т. е. статическое давление на преграде становится меньше давления окружающей среды p_∞ и восстанавливается до значения p_∞ только вблизи границы следа. Основная масса газа при этих значениях x течет по периферийной зоне следа.



Фиг. 5

Распределение давления по линии симметрии имеет один или два максимума, что в основном зависит от значения нерасчетности. Как известно, внутри недорасширенных струй возникает «бочкообразный» скачок уплотнения, ограничивающий изэнтропическое ядро струи. Течение в ядре соответствует расширению струи в вакуум и не зависит от внешних условий. Положение первого максимума давления отвечает окрестности начальной точки взаимодействия сжатого слоя струи с преградой. Второй максимум давления, наблюдающийся в рассчитанных вариантах при значениях $n > 20$, является более пологим и расположен за абсциссой точки пересечения висячего скачка с отошедшей от преграды ударной волной.

Так, на фиг. 5, 6 при $n=30$ абсцисса второго максимума имеет значение $x=2.5$.

При фиксированных M_a , θ_a , Z и θ существует такое минимальное значение нерасчетности истечения, начиная с которого распределение давления вдоль линии симметрии преграды после второго максимума становится автомодельным по n . Наличие второго максимума давления способствует интенсивному растеканию газа по преграде. Течение за отраженным скачком около пластины близко к плоскопараллельному. Данный факт был использован ранее в [5] при построении приближенной теории взаимодействия струи с плоской преградой при малых углах встречи. При достаточно больших значениях нерасчетности скачок уплотнения полностью отходит от преграды и газ в области между скачком и преградой растекается подобно несимметричной «верной» струе во всех направлениях.

Результаты проведенных численных расчетов сопоставлялись с данными, полученными по приближенным формулам [10], которые используются для оценки силового воздействия струй на преграду. Сравнение показывает, что формула Ньютона, в частности, занижает величину максимального давления, действующего на преграду, примерно на 20%, формула для гиперзвукового обтекания тонкого клина завышает примерно на 10—15%.

Расчеты выполнены на ЭВМ БЭСМ-6 по программам, составленным на алгоритмическом языке АЛГОЛ-60. Общее число ячеек разностной сетки, использованной в расчетах, равнялось 800 (25 ячеек по координате x , 32 ячейки по координате φ). Время счета типичного варианта 1.5 час.

Авторы признательны А. Н. Крайко за полезные обсуждения результатов работы, А. Л. Исакову и Э. Н. Гаспаряну, любезно предоставившим результаты экспериментальных исследований.

Поступила 9 X 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Latvala E. K., Anderson T. R.* Studies of the spreading of rocket exhaust jets at high altitudes. *Planetary and Space Sci.*, 1961, vol. 4, No. 1.
2. *Piesik E. T., Koppang R. R., Simkin D. J.* Rocket-exhaust impingement on a flat plate at high vacuum. *AIAA paper*, 1966, No. 66-46.
3. *Henderson L. F.* Experiments on the impingement of a supersonic jet on a flat plate. *Z. angew. Math. und Phys.*, 1966, vol. 17, No. 5.
4. *Гинзбург И. П., Приходько В. Д., Сизов А. М.* Исследование составных струй. Газодинамика и теплообмен, 1970, сб. 2, стр. 55-67.
5. *Гинзбург И. П., Рудов Ю. М., Усков В. Н.* Взаимодействие недорасширенной струи с плоской преградой при малых углах встречи. Газодинамика и теплообмен, 1970, сб. 2.
6. *Рудов Ю. М.* Анализ течения газа в многосопловых струях. Изв. вузов, Авиац. техн., 1973, № 1.
7. *Chu C. W., Niemann A. F., Powers S. A.* Calculation of multiple rocket engine exhaust plumes by the method of characteristics, pt 1. *AIAA paper*, 1966, No. 66-651.
8. *D'Attorre L., Nowak G., Thommen H. U.* A finite difference method. In: An inviscid analysis of the plume created by multiple rocket engines and a comparison with available schlieren data, pt 2. *AIAA paper*, 1966, No. 66-651.
9. *D'Attorre L., Yoshihara H.* Problems of rocket exhaust plume interactions. Proc. 7-th Internat. Sympos. on Space Technology and Sci. Tokyo, 1967. Tokyo, AGNE Publ. Inc., 1968.
10. *Иванов М. Я., Назаров В. П.* Численное решение задачи о «боковом» взаимодействии нерасчетных сверхзвуковых струй идеального газа с плоскостью и друг с другом. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1974, т. 14, № 1.
11. *Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В.* Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. I. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 2.
12. *Иванов М. Я., Крайко А. Н.* Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений, II. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 3.