

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И САМОФОКУСИРОВКА ЗВУКА В НЕОДНОРОДНОЙ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЕ

В. В. СОБОЛЕВ

(Новосибирск)

В работе рассматривается эволюция звуковых волн в газожидкостной среде с неоднородным распределением скорости звука на основе нелинейного параболического уравнения для амплитуды огибающей звуковой волны. Предполагается, что нелинейность, обусловленная газовыми включениями, много больше обычной гидродинамической нелинейности. Изучается влияние неоднородности на самофокусировку звука.

При прохождении достаточно мощной звуковой волны в жидкости могут появиться пузырьки газа. Кавитация резко увеличивает сжимаемость жидкости и уменьшает скорость звука, если частота волны меньше резонансной частоты пузырька. Будем предполагать, что расстояние между пузырьками много меньше длины звуковой волны и нелинейность, вносимая газовыми включениями, много больше обычной гидродинамической нелинейности. Это позволяет использовать линеаризованные уравнения гидродинамики (акустическое приближение) и учитывать нелинейные свойства среды с помощью параметров газовой фазы. Тогда волновое уравнение для возмущения давления p смеси имеет вид [1]

$$(1) \quad c^2 \Delta p + \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\alpha(1-\alpha)c^2 \rho}{V} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0$$

$$c^2 = c_0^2 / (1-\alpha)^2, \quad \alpha = 4\pi R^3 N \rho / 3$$

где ρ , t — плотность и время, c — скорость звука в смеси, c_0 — скорость звука в жидкости, V , R — объем и радиус пузырька, α — весовое газосодержание, N — число пузырьков в единице массы смеси. Величина V в (1) определяется из уравнения Рэлея для радиальных пульсаций одиночного пузырька. Весовое газосодержание предполагается малым, $\alpha \ll 1$. В этом случае

$$c^2 = c_0^2 / (1-\alpha)^2, \quad \alpha = 4\pi R^3 N \rho / 3$$

Будем рассматривать ситуацию, когда под действием звукового поля происходит интенсивное образование пузырьков, радиусы которых практически не меняются. Тогда нет необходимости учитывать релаксационные процессы, связанные с присутствием газовой фазы и последний член в уравнении (1) можно отбросить. Таким образом, будем считать, что газосодержание α меняется только из-за изменения величины N , которая в свою очередь зависит от интенсивности звуковой волны. В работе [2] высказано предположение о том, что при этом возможно аномальное увеличение амплитуды акустической волны и возникновение самофокусировки звука. Ниже рассматривается эта возможность.

Представим амплитуду звуковой волны в виде

$$p(x_1, x_2, t) = \psi(x_1, x_2) \exp(kx_2 + \omega t)$$

где x_1 , x_2 — поперечная и продольная координаты, k — волновое число, ω — частота.

Будем предполагать, что огибающая ψ — медленно меняющаяся функция продольной координаты x_2 . Концентрация пузырьков N есть функция амплитуды ψ звуковой волны. Согласно [3] можно считать $N = \beta |\psi|^2$, $\beta \sim 1$. Предполагая нелинейность малой ($|\psi|^2 \ll 1$) и используя (2), из (1) нетрудно получить с помощью формализма нелинейной волновой динамики [4, 5] уравнение для ψ

$$(3) \quad 2i \frac{\partial \psi}{\partial x_2} = \Delta_{\perp} \psi + \sigma f(|\psi|^2) \psi, \quad f(\xi) = \xi$$

Здесь Δ_{\perp} — поперечная часть оператора Лапласа. В (3) пространственные координаты измеряются в единицах k^{-1} .

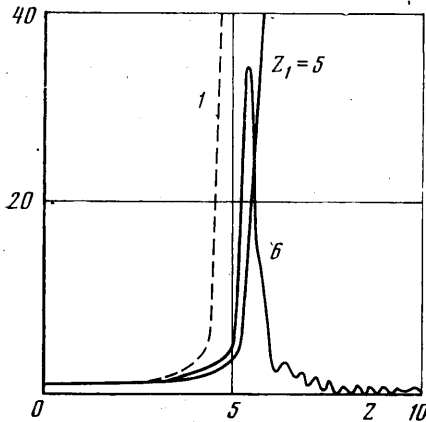
Уравнение (3) и его решения подробно исследовались в [4-11] при изучении самофокусировки электромагнитных волн в диэлектриках. Функция $f(\xi)$ в (3) есть, вообще говоря, комплексная величина. Сильное поглощение, которое происходит при образовании пузырьков в поле интенсивной звуковой волны, описывается мнимой

частью f . В консервативной среде уравнение (3) имеет два интеграла движения

$$(4) \quad I_1 = \int |\psi|^2 dr, \quad I_2 = \int \{|\nabla\psi|^2 - F(|\psi|^2)\} dr$$

$$F(\xi) = \int_0^{\xi} f(\xi) d\xi, \quad \frac{dI_{1,2}}{dx_2} = 0$$

Если I_1 больше так называемой критической мощности волнового пучка I_* и $I_2 < 0$ [7], то нелинейная рефракция преобладает над дифракционными эффектами и в кубической среде, т. е. в среде, параметры которой, например скорость звука, зависят от квадрата амплитуды волны, происходит самофокусировка волны. Поглощение ограничивает рост амплитуды волны. При больших превышениях мощности пучка над критической ($I_1 \gg I_*$) и большом поглощении образуется так называемая многофокусная картина [8, 11].



Фиг. 1

Важным фактором, влияющим на распространение и самофокусировку звуковых волн является неоднородность скорости звука, действие которой аналогично воздействию линзы. Рассмотрим аксиально-симметричный случай и пусть скорость звука c_0 есть, например, функция продольной координаты z и длина неоднородности l_n много больше длины волны ($kl_n \gg 1$). Тогда нетрудно показать, что нелинейное параболическое уравнение для амплитуды огибающей звуковой волны имеет вид

$$(5) \quad 2(i-\mu) \frac{\partial\psi}{\partial z} = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial\psi}{\partial r} + \sigma|\psi|^2\psi, \quad \mu = \frac{\partial}{\partial z} \ln c_0$$

В линейном случае (5) описывает дифракцию звука.

Умножая обе части (5) на ψ^* , вычитая из него комплексно-сопряженное уравнение, умноженное на ψ , проводя интегрирование и применяя формулу Грина, получим закон изменения мощности звуковой волны в неоднородной среде

$$(6) \quad I_1(z) = I_1(0) + Im \int_0^z \mu(z) dz \int_0^\infty \psi^* \frac{\partial\psi}{\partial z} r dr$$

$$I_1(0) = \int_0^\infty |\psi|^2 r dr$$

Аналогичным образом можно получить, что

$$(7) \quad I_2(z) = I_2(0) + 2 \int_0^z \mu(z) dz \int_0^\infty |\partial\psi/\partial z|^2 r dr$$

$$I_2(0) = \int_0^\infty \{|\nabla\psi|^2 - \sigma|\psi|^4/4\} r dr$$

В однородной среде ($\mu=0$) интегралы I_1, I_2 принимают известный вид (4). Возьмем для определенности распределение скорости звука в виде

$$(8) \quad c_0(z) = \alpha_1 + \exp[-(z-z_1)^2/l_1^2] (\alpha^2 + \alpha_3 \cos[2\pi(z-z_1)/l_2])$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — постоянные.

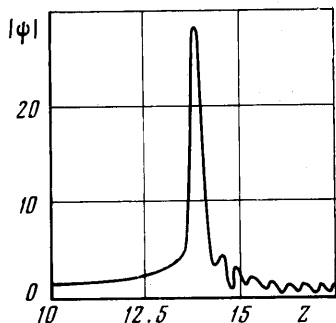
Процесс распространения звука в неоднородной газожидкостной среде моделировался с помощью численного интегрирования уравнения (5) со следующими краевыми и начальными условиями:

$$(9) \quad \frac{\partial \psi}{\partial r}(0, z) = 0, \quad \psi(\infty, z) = 0$$

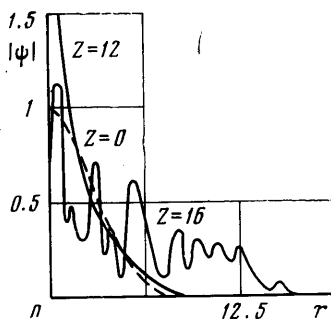
$$\psi(r, 0) = a_0 \exp(-r^2/l^2)$$

по методике, изложенной в [7], σ в (5) можно считать равной единице.

Численные эксперименты показывают, что неоднородность скорости звука при $\mu > 0$ в нелинейной кубической среде ограничивает рост амплитуды волны и способ-

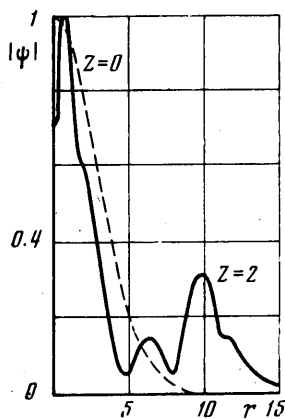


Фиг. 2

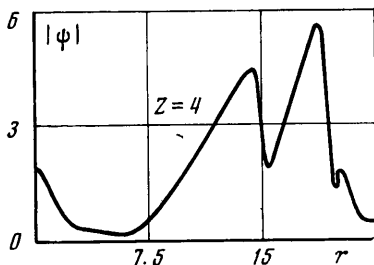


Фиг. 3

ствует ее расплыванию, если z_1 в (8) больше характерного расстояния z_h , на котором происходит самофокусировка. При $z_1 \leq z_h$ процесс самофокусировки замедляется. На фиг. 1 показано поведение амплитуды поля на оси $I_1 \approx 2I_*$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 0$. В этом случае $5 < z_h < 6$. Видно, что при $z_1 = 5$ процесс самофокусировки замедляется



Фиг. 4



Фиг. 5

(линия 1 соответствует «схлопыванию» в однородной среде), а при $z_1 = 6$ — приостанавливается и волна расплывается.

Поведение звуковой волны зависит не только от знака, но и от вида функции μ . В частности, если $\mu(z)$ осциллирует, то эволюция осевых значений амплитуды звуковой волны будет похожа на ту, которая наблюдается при распространении света в однородной среде с насыщением нелинейности или поглощением [8-11]. Кроме того, с течением z возможно появление таких распределений интенсивности волны, при которых значения амплитуды в присоединенной области больше, чем на оси. Это так называемые кольцевые пучки. Их дальнейшая эволюция заметно отличается от эволюции пучков с $\psi(r, 0)$ вида (9) [9, 12]. На фиг. 2 приведены осевые значения амплитуды, когда $\mu(z)$ есть осциллирующая функция ($\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 0.5$). Профили

$|\psi(r, z)|$ при различных z изображены на фиг. 3. При $z=16$ появляются кольцевые распределения.

Поведение волны существенно зависит от вида начального распределения [6-9]. В [8] было, например, показано, что малые добавки к гауссовскому начальному распределению заметно меняют многофокусированную структуру волнового пучка в среде с насыщением нелинейности. В кубической неоднородной среде при возмущении начального профиля косинусоидальной добавкой

$$(10) \quad \psi(r, 0) = a_0 \exp(-r^2/l^2) (1 + \varepsilon \cos(2\pi r/b))$$

общая тенденция к схлопыванию звуковой волны сохраняется, но при этом осевые значения амплитуды сначала осциллируют. Кроме того, при больших z заметно меняется вид радиального распределения амплитуды волны. Из фиг. 4, 5 видно, что на профиле появляются побочные максимумы и при некоторых z возможны кольцевые распределения. Здесь $\varepsilon=0.1$, $b=2$, $\alpha_1=\alpha_2=1$, $\alpha_3=0$, $z_1=5$. Осевое поведение $|\psi|$ при этом качественно не меняется.

Приведенные результаты применимы к интервалам времени после появления звукового импульса, большим, чем время, необходимое для возникновения кавитации и установления концентрации пузырьков, зависящей от амплитуды звуковой волны.

Автор благодарит И. Р. Шрейбера за обсуждения.

Поступила 24 IV 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Бэтчелор Г. К. Волны сжатия в суспензии газовых пузырьков в жидкости. *Механика*. Период. сб. перев. иностр. статей, 1968, № 3.
2. Аскарьян Г. А. Самофокусировка мощного звука при рождении пузырьков. *Письма в ЖЭТФ*, 1971, т. 13, вып. 7.
3. Messino D., Sette D., Wanderlingh F. Statistical approach to ultrasonic cavitation. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1963, vol. 35, No. 10.
4. Азманов С. А., Сухоруков А. П., Хохлов Р. В. Самофокусировка и дифракция света в нелинейной среде. *Усп. физ. н.*, 1967, т. 93, вып. 1.
5. Карпман В. И. Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., «Наука», 1973.
6. Гольдберг В. Н., Таланов В. И., Эрм Р. Э. Самофокусировка аксиально-симметричных волновых пучков. *Изв. вузов, Радиофизика*, 1967, т. 10, № 5.
7. Захаров В. Е., Соболев В. В., Сынах В. С. Исследование поведения световых пучков в нелинейных средах. *ЖЭТФ*, 1971, т. 60, вып. 1.
8. Захаров В. Е., Соболев В. В., Сынах В. С. О характере особенности и стохастических явлениях при самофокусировке. *Письма в ЖЭТФ*, 1971, т. 14, вып. 10.
9. Соболев В. В., Сынах В. С. Эволюция кольцевых световых пучков в нелинейной среде. *ПМТФ*, 1971, № 6.
10. Соболев В. В., Сынах В. С. Численный эксперимент по самофокусировке электромагнитных волн в нелинейной среде, *ПМТФ*, 1969, № 6.
11. Дышко А. Л., Луговой В. Н., Прохоров А. М. Многофокусная структура светового пучка в нелинейной среде. *ЖЭТФ*, 1971, т. 61, вып. 6.
12. Аскарьян Г. А., Студенов В. Б. «Банановая» самофокусировка лучей. *Письма в ЖЭТФ*, 1969, т. 10, вып. 3.