МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 · 1974

УДК 536.25:537.29

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТЕРМИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОГО СЛОЯ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

М. К. БОЛОГА, И. Ф. БУРШТЕЙН, Ф. П. ГРОСУ

(Кишинев)

Приводятся результаты теоретического исследования гидростатической устойчивости плоского горизонтального слоя слабопроводящей жидкости при постоянных разных по величине температурах и потенциалах на ограничивающих слой тепло- и электропроводящих обкладках конденсатора. Установлено, что возникновение электротермической конвекции носит колебательный характер. Найдены критические условия потери устойчивости.

1. Постановка задачи. В данной работе рассматривается классическая задача о термической конвекции слабопроводящей жидкости, заполняющей зазор плоского горизонтального конденсатора, между обкладками которого помимо постоянной разности температур $\theta_s = T(l) - T(0)$ поддерживается и заданная разность электрических потенциалов $\varphi_s = \varphi(l) - \varphi(0)$. Предпосылкой для математической постановки такой задачи послужили экспериментальные исследования [1–5], согласно которым электрическое поле ($E \sim 1$ *кв/см*) при равномерном нагреве верхней пластины конденсатора (когда дестабилизирующая роль архимедовых сил исключается) приводит к возникновению конвективного движения, напоминающего обычную естественную конвекцию в виде ячеек Бенара [2].

Вслед за экспериментальными исследованиями были предприняты попытки теоретического решения задачи, в частности в предположении, что среда является идеальным диэлектриком [4, 6, 7]. В этом случае из общего выражения для плотности электрических сил в жидкости [8]

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E} - \frac{1}{2} E^2 \nabla \varepsilon + \frac{1}{2} [E^2 \gamma (\partial \varepsilon / \partial \gamma)_T] \tag{1.1}$$

выпадает первый – чисто кулоновский член и неустойчивость объясняется градиентом диэлектрической проницаемости $\varepsilon(T)$, возникшим вследствие термической неоднородности. Вместе с тем эту гипотезу заведомо следует отбросить [1, 2], ибо движение жидкости в переменном поле (50 *гц*) не наблюдалось, что и свидетельствует об определяющей роли в электроконвекции кулоновских сил $\rho \mathbf{E}$. При этом механизм возникновения свободного объемного заряда ρ увязывается с неоднородностью среды по удельной электропроводности σ: $\nabla \sigma = (d\sigma/dT) \nabla T$ [2] (точнее, однако, $\rho \sim \nabla \tau = (d\tau/dT) \nabla T$ [9], где $\tau = \varepsilon/\sigma$ – время релаксации).

Исходя из этого предположения, авторы работ [7, 10] нашли решения рассматриваемой задачи, которые, однако, оказались диаметрально противоположными. В [10] показано, что постоянное поле при некоторой критической напряженности, обращающейся в нуль в условиях невесомости, должно вызвать электротермическую конвекцию, в то время как, согласно [7], поле, напротив, должно подавлять механические возмущения, чем и опровергается предлагаемый авторами [7] механизм неустойчивости.

Вывод о невозможности электротермической конвекции [7] связан, как показано ниже, с допущением о монотонной потере устойчивости. Учет возможности колебательной неустойчивости привел к противоположному результату [10], однако пренебрежение теплопроводностью среды ($\lambda = 0$) и жесткостью границ явилось, очевидно, причиной вывода об отсутствии порога возникновения конвекции в условиях невесомости.

Цель данной работы – разрешить указанные противоречия и, таким образом, выяснить принципиальный вопрос: возможно ли возникновение неустойчивости в случае наиболее полной постановки задачи с учетом жесткости границ, теплопроводящих свойств среды и колебательной неустойчивости. Для этого с математической точки зрения достаточно найти или показать, что существует хотя бы одно нетривиальное решение.

2. Основные уравнения. Исходной считается следующая система дифференциальных уравнений, описывающая электротермическую конвекцию ЭТК [9]:

$$\gamma\left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}\right]=-\nabla p+\mathbf{f}+\gamma\mathbf{g}+\eta\nabla^2\mathbf{v},\qquad \nabla\mathbf{v}=0 \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\mathbf{v}\nabla T=a\nabla^2T+\sigma E^2/c_p\gamma,\qquad \mathbf{E}=-\nabla\varphi,\qquad \rho=\nabla(\varepsilon\mathbf{E})$$

$$\mathbf{j}=\sigma\mathbf{E}+\rho\mathbf{v}+\frac{\partial(\varepsilon\mathbf{E})}{\partial t},\qquad \nabla\mathbf{j}=0,\qquad (\gamma,\varepsilon,\sigma)\to F(T)$$

где $\mathbf{f}$ дается выражением (1.1).

Сложность этой системы очевидна даже применительно к вопросам устойчивости. Однако анализ системы (2.1) и движущих сил ЭТК показал, что при выполнении условий [9]

$$\frac{\tau}{t_0}\ll 1,\qquad \beta_\sigma\theta_s\ll 1,\qquad \frac{\varepsilon v_0\beta_\tau\theta_s}{l}\ll\sigma\ll\lambda\theta_s \tag{2.2}$$

$$\frac{\beta_\tau}{\beta_\varepsilon}=1+\frac{\beta_\sigma}{\beta_\varepsilon}\gg 1,\qquad \beta_\sigma=\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dT},\qquad \beta_\tau=-\frac{1}{\tau}\frac{d\tau}{dT}$$

которые оказались типичными для рассматриваемых слабопроводящих жидкостей (типа трансформаторного масла, $\tau\leqslant 10^{-1}$ *сек*) и электрических полей (стационарных или квазистационарных), гидродинамическая часть задачи отделяется от электрической

$$\mathrm{Pr}^{-1}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t}=-\nabla p-\mathrm{Et}\frac{\partial\theta}{\partial z}\mathbf{k}+\mathrm{Ra}\,\theta\cdot\mathbf{k}+\nabla^2\mathbf{v} \tag{2.3}$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+\mathbf{k}\mathbf{v}=\nabla^2\theta,\qquad \nabla\mathbf{v}=0,\qquad \nabla^2u-\beta_\sigma\theta_s\frac{\partial\theta}{\partial z}=0$$

$$\mathbf{v}_l=\theta=u=0\ \ (z=0=1),\qquad \mathrm{Et}\equiv\frac{\varepsilon\beta_\tau\theta_s\varphi_s^2}{\gamma\nu a},\qquad \mathrm{Ra}\equiv\frac{\beta g l^3\theta_s}{\nu a},\qquad \mathrm{Pr}\equiv\frac{\nu}{a}$$

Здесь $\theta=T-T_0$, $u=\varphi-\varphi_0$ — возмущения температуры и электрического потенциала; $\mathbf{k}$ — единичный вектор вдоль вертикальной оси z; ε — абсолютная диэлектрическая проницаемость, t_0 — характерное время изменения внешнего электрического поля. Плоскость $z=0$ совмещена с нижней обкладкой конденсатора. Система (2.3) записана в безразмерном виде, причем в качестве масштабных единиц выбраны

$$[t]=l^2/a,\quad [\mathbf{r}]=l,\quad [\theta]=\theta_s,\quad [\mathbf{v}]=a/l,\quad [p]=\eta a/l^2,\quad [u]=\varphi_s$$

Распределение потенциала u не представляет интереса, поэтому уравнение для него из (2.3) выпадает.

3. Особенности решений системы (2.3). Рассматривая решения, зависящие от времени по закону $\exp(\alpha t)$, где $\mathrm{Re}\,\alpha=\alpha_r$, $\mathrm{Im}\,\alpha=\omega$, и введя функцию тока ψ, после исключения давления p из (2.3) получим

$$\alpha\,\mathrm{Pr}^{-1}\nabla^2\psi=-\mathrm{Et}\frac{\partial^2\theta}{\partial x\,\partial z}+\mathrm{Ra}\frac{\partial\theta}{\partial x}+\nabla^4\psi \tag{3.1}$$

$$\alpha\theta+\frac{\partial\psi}{\partial x}=\nabla^2\theta,\qquad \theta=\frac{\partial\psi}{\partial x}=\frac{\partial\psi}{\partial z}=0\quad (z=0,\ z=1)$$

Продифференцировав первое уравнение по x с учетом второго, находим

$$L\theta\equiv\left[\frac{\alpha^2}{\mathrm{Pr}}\nabla^2-\alpha\left(1+\frac{1}{\mathrm{Pr}}\right)\nabla^4+\nabla^6-\mathrm{Et}\frac{\partial^3}{\partial x^2\,\partial z}+\mathrm{Ra}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right]\theta=0 \tag{3.2}$$

Прежде всего покажем, что собственные значения α оператора L невещественны. Для этого, умножив (3.2) на комплексно-сопряженную $\bar\theta$ слева, вычислим

$$\int\bar\theta L\theta\,dV=\alpha^2\,\mathrm{Pr}^{-1}\int\bar\theta\nabla^2\theta\,dV-\alpha(1+\mathrm{Pr}^{-1})\int\bar\theta\nabla^4\theta\,dV+ \tag{3.3}$$

$$+\int\bar\theta\nabla^6\theta\,dV-\mathrm{Et}\int\bar\theta\frac{\partial^3\theta}{\partial x^2\,\partial z}dV+\mathrm{Ra}\int\bar\theta\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}dV$$

Интегрирование по частям с использованием теоремы Остроградского — Гаусса и граничных условий приводит к

$$\int\bar\theta\nabla^2\theta\,dV=-\int|\nabla\theta|^2dV,\qquad\int\bar\theta\nabla^4\theta\,dV=\int|\nabla^2\theta|^2dV, \tag{3.4}$$

$$\int\bar\theta\nabla^6\theta\,dV=-\int|\nabla^3\theta|^2dV$$

Интегралы при Et и Ra в (3.3) представим в виде

$$I\equiv\int\bar\theta\frac{\partial^3\theta}{\partial x^2\,\partial z}dV=-\mathbf{k}\int\nabla\bar\theta\nabla^2\theta\,dV+\mathbf{k}\int\nabla\bar\theta\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}dV \tag{3.5}$$

$$\int\bar\theta\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}dV=-\int\left|\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|^2dV \tag{3.6}$$

С учетом преобразований (3.4)—(3.6) выражение (3.3) примет вид

$$\alpha^2\,\mathrm{Pr}^{-1}\int|\nabla\theta|^2dV+\alpha(1+\mathrm{Pr}^{-1})\int|\nabla^2\theta|^2dV+ \tag{3.7}$$

$$+\int|\nabla^3\theta|^2dV+\mathrm{Et}\,I+\mathrm{Ra}\int\left|\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|^2dV=0$$

Прибавив к уравнению (3.7) его комплексно-сопряженное и заметив, что

$$I+\bar I=\oint\left(\frac{\partial\bar\theta}{\partial z}\nabla\theta+\frac{\partial\theta}{\partial z}\nabla\bar\theta-\mathbf{k}\left|\frac{\partial\theta}{\partial z}\right|^2\right)\mathbf{ds}-\int\frac{\partial}{\partial z}|\nabla\theta|^2dV=0$$

ввиду условия $\partial\theta/\partial x,\ \partial\theta/\partial y\,|_s=0$, находим

$$(\alpha_r^2-\omega^2)\,\mathrm{Pr}^{-1}\int|\nabla\theta|^2dV+\alpha_r(1+\mathrm{Pr}^{-1})\int|\nabla^2\theta|^2dV+ \tag{3.8}$$

$$+\int|\nabla^3\theta|^2dV+\mathrm{Ra}\int\left|\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|^2dV=0$$

Из соотношения (3.8) следует, что условие возникновения конвекции $\alpha_r\geqslant0$ гласит:

$$\omega^2\geqslant\mathrm{Pr}\int\left(|\nabla^3\theta|^2+\mathrm{Ra}\left|\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|^2\right)dV\Big/\int|\nabla\theta|^2dV \tag{3.9}$$

Следовательно, при нагреве сверху или в условиях невесомости ($\mathrm{Ra}\geqslant 0$) для нетривиальных решений $\mathrm{Im}\,\alpha=\omega\neq 0$, т. е. неустойчивость действительно носит колебательный характер.

С другой стороны, если отвлечься от архимедовых сил ($\mathrm{Ra}=0$), то из (3.8) следует, что монотонно меняющиеся со временем возмущения ($\omega=0$) за счет электрических сил должны затухать. Поэтому при подогреве снизу, когда возможно $\omega=0$ (см. (3.9)), критические числа Рэлея Ra_* могут быть сдвинуты в сторону устойчивого равновесия. Об этом свидетельствует и точное численное решение задачи при $\mathrm{Ra}\leqslant 0$, найденное [7] непосредственным интегрированием уравнения, получаемого из (3.2) при $\alpha=0$. Однако следует учесть, что пульсирующие возмущения начнут развиваться гораздо раньше, чем наступят монотонные.

Действительно, из (3.9) условие возникновения конвекции при $\mathrm{Ra}<0$ имеет вид

$$|\mathrm{Ra}|\int\left|\frac{\partial\theta}{\partial x}\right|^2 dV\geqslant-\omega^2\int|\nabla\theta|^2\,dV+\mathrm{Pr}\int|\nabla^3\theta|^2\,dV \tag{3.10}$$

В отсутствие поля, согласно (3.7), $\omega=0$, а при его включении появление $\omega\neq 0$ приводит к усилению неравенства (3.10) и сдвигу $|\mathrm{Ra}_*|$ в область меньших значений.

Следовательно, приходим к общему выводу, что при любых значениях числа Ra электрическое поле приводит к колебательной неустойчивости и ЭТК носит нестационарный характер. При этом частоты колебаний растут с увеличением числа Рэлея согласно формуле (3.9), что находит экспериментальное подтверждение [5].

4. Результаты численного расчета. Поскольку интерес представляют критические величины, то в (3.2) подставим $\alpha_r=0$ и тогда, полагая, как принято в линейной теории, $\theta=\eta(z)\exp i(kx-\omega t)$, получим уравнение для амплитуды со следующими граничными условиями:

$$\left\{\left[\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)^2-\frac{i\omega}{\mathrm{Pr}}\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2\right)\right]\left(\frac{d^2}{dz^2}-k^2-i\omega\right)+k^2\left(\mathrm{Et}\frac{d}{dz}-\mathrm{Ra}\right)\right\}\eta=0 \tag{4.1}$$

$$\eta=\eta''=[\eta'''-\eta'(i\omega-k^2)]=0\qquad(z=0,\ z=1) \tag{4.2}$$

где последние четыре условия являются следствием условий для η и ψ и их связи посредством второго уравнения (3.1).

Общее решение уравнения (4.1) имеет вид

$$\eta(z)=\sum_{i=1}^{6}C_i\exp r_iz$$

где r_i – корни характеристического полинома

$$[(r^2-k^2)^2-i\omega\,\mathrm{Pr}^{-1}(r^2-k^2)](r^2-k^2-i\omega)+k^2(\mathrm{Et}\,r-\mathrm{Ra})=0 \tag{4.3}$$

Подстановка $\eta(z)$ в граничные условия (4.2) приводит к системе для определения коэффициентов C_i, условием разрешимости которой, как известно, является равенство нулю ее определителя $f(r_i,\ \omega,\ k)=0$. Определив из (4.3) корни $r_i(\omega,\ k,\ \mathrm{Et},\ \mathrm{Ra},\ \mathrm{Pr})$ и подставив их в $f(r_i,\ \omega,\ k)=0$, получим трансцендентное уравнение для определения собственных значений краевой задачи (4.1), (4.2), которое в общем случае комплексное, поэтому имеет следующий неявный вид:

$$\mathrm{Re}\,f(r_i(\omega,k,\mathrm{Et},\mathrm{Ra},\mathrm{Pr}),\omega,k)=0,\quad \mathrm{Im}\,f(r_i(\omega,k,\mathrm{Et},\mathrm{Ra},\mathrm{Pr}),\omega,k)=0 \tag{4.4}$$

Дальнейшая задача состоит в отыскании тех значений параметров ω, k, Et, Ra, Pr, которые удовлетворяют системе (4.4). Для численного исследования уравнений

(4.3) и (4.4) необходимо задать еще интервал и шаг изменения данных параметров. Для того чтобы охватить хотя бы начальные значения спектра Et при варьировании остальных параметров, можно принять $0\leqslant k\leqslant 10$; $0\leqslant\omega\leqslant 10^3$; $0\leqslant \mathrm{Et}\leqslant 10^4$; $0\leqslant \mathrm{Ra}\leqslant 10^4$; $1\leqslant \mathrm{Pr}\leqslant 300$. Совершенно очевидно, что сколь-нибудь полное осуществление рассматриваемой программы далеко выходит за рамки данной статьи. Достаточно заметить, что несравненно более простая задача без электрического поля, когда из (4.3) и (4.4) выпадают все параметры кроме Ra, k ($\omega=0$, $\mathrm{Et}=0$), а уравнение (4.3) становится действительным и непосредственно решается, является предметом долгих исследований вплоть до настоящего времени [11].

Исследования [7], а также первые попытки авторов обнаружить нетривиальное решение рассматриваемой задачи непосредственным расчетом на ЭВМ (БЭСМ-4М) (было принято Pr=100, 200, 300, 300, Ra=0, т. е. рассматривалась чисто электротермическая конвекция, $2\leqslant k\leqslant 6$ с шагом 0.1 $100\leqslant\omega\leqslant 200$, $10^2\leqslant \mathrm{Et}\leqslant 10^3$ с шагом 20) оказались неудачными.

Поэтому в дальнейшем было принято, что среди шести частных решений уравнения (4.1) имеется по крайней мере одно периодическое по z, соответствующее одному чисто мнимому корню (4.3). Это предположение, если оно оправдается, непринципиально, поскольку основная цель предпринятого исследования состоит в том, чтобы выяснить, возможна ли электротермическая конвекция вообще (в этом и заключается спорность вопроса). С другой стороны, его можно в определенной степени и обосновать. Дело в том, что в аналогичной задаче без электрического поля [11], как в случае свободных, так и жестких границ, собственные функции содержат периодические по z составляющие. Это подтверждается и в задаче с учетом поля, рассмотренной в [10]. Небезынтересен и тот факт, что при $\omega=0$, когда, как было показано в п. 3 и численно найдено в работе [7], нетривиальных решений нет, уравнение (4.3) не имеет и чисто мнимых корней, в чем легко можно убедиться. Такая особенность общего решения рассматриваемых задач физически, по-видимому, связана с условием постепенного его перехода в периодическое в пределе при $z\to\pm\infty$ (или Et, $\mathrm{Ra}\to\infty$). Таким образом, обозначив $r_1=i\zeta$, где ζ действительно, и отделив мнимую и действительную части уравнения (4.3), находим

$$(4.5)\qquad m^3\,\mathrm{Pr}-m\omega^2+k^2\,\mathrm{Ra}\,\mathrm{Pr}=0,\qquad m^2(1+\mathrm{Pr}^{-1})\,\omega-k^2\,\mathrm{Et}\,\zeta=0,\qquad m=\zeta^2+k^2$$

где знак ζ совпадает со знаком Et.

Решение первого кубического уравнения имеет вид

$$m=(2\omega\,\mathrm{ch}\,\beta)/\sqrt{3\mathrm{Pr}}$$

$$\beta\equiv\beta_{1,2}=i(\pi\pm\varphi)/3,\qquad 0\leqslant \mathrm{Ra}\leqslant 2\omega^3/(k^2 3\mathrm{Pr}\,\sqrt{3\mathrm{Pr}}),\qquad \beta\equiv\sqrt{\mathrm{sgn}\,D}\varphi/3,\quad \mathrm{Ra}<0$$

$$\mathrm{ch}(\sqrt{\mathrm{sgn}\,D}\,\varphi/3)=\frac{k^2\,\mathrm{Ra}\,3\mathrm{Pr}\sqrt{3\mathrm{Pr}}}{2\omega^3},\qquad D=-\frac{k^4\,\mathrm{Ra}}{4}-\frac{\omega^6}{27\mathrm{Pr}^3}$$

В выражении для $\beta_{1,2}$ следует ограничиться знаком минус, так как $m\neq 0$ даже при Ra=0. Заметим, что в случае нагрева сверху уравнения (4.5) не имеют решения, если Ra превышает некоторую критическую величину, зависящую от ω. Другими словами, частоты колебаний ограничены снизу

$$(4.6)\qquad \omega^3\geqslant {}^3/_2 k^2\,\mathrm{Ra}\,\mathrm{Pr}\,\sqrt{3\mathrm{Pr}}$$

Таким образом, при фиксированном k величина ω тем больше, чем больше числа Ra и Pr, что согласуется с общей формулой (3.9).

Дальнейший анализ с учетом термогравитационных сил значительно усложняется, ввиду чего ограничимся случаем чисто электротермической конвекции. Такое ограничение не имеет принципиального значения, ибо, как видно из (3.9), гравитационные силы влияют на конвекцию лишь количественно, сдвигая критические значения частот в соответствии с формулами (3.9) и (4.6).

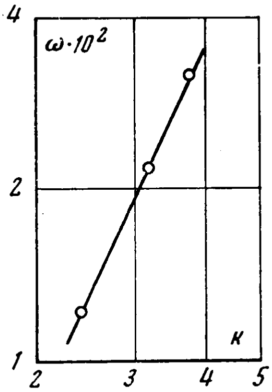
После исключения из (4.5) m и ζ получим

$$(4.7)\qquad \mathrm{Ee}=(1+\mathrm{Pr})\,\mathrm{Pr}^{-7/4}\omega^3/(k^2\sqrt{\omega-k^2\sqrt{\mathrm{Pr}}})$$

Это соотношение между ω и k при заданных параметрах задачи определяет условие существования хотя бы одного периодического по z решения. Исключая из (4.3) Et с помощью (4.7) и полагая Pr фиксированным, получим характеристическое уравнение в виде $F(r,\omega,k)=0$ и соответственно для (4.4)

$$(4.8)\qquad \mathrm{Re}\,f(\omega,k)=0,\qquad \mathrm{Im}\,(\omega,k)=0$$

Задача заключается в выборе значений ω и k, удовлетворяющих системе (4.8), и определении по формуле (4.7) соответствующих значений параметра Et. Она решалась для случая трансформаторного масла с числом Pr=298, что соответствует средней температуре 20° C [12]. Для каждого значения ω, которое менялось от 20 до 420 с шагом 100, находились корни характеристического уравнения (4.3) (Ra=0) при изменении k в пределах $1 \leqslant k \leqslant \sqrt{\omega}/\sqrt{\mathrm{Pr}}$ (см. формулу (4.7)) с шагом 0.1. Найденные корни подставлялись в $f(r_i, \omega, k)=0$, и вычислялись мнимая и действительная части определителя (4.8). В результате в исследуемом интервале значений ω и k удалось обнаружить три точки, в которых графики $\mathrm{Re}\, f(k)$ и $\mathrm{Im}\, f(k)$ при данном ω пересекают (с точностью ~0.05) ось абсцисс в одной точке; в окрестности этих точек шаг для ω уменьшался до 10, а для k – до 0.05. В логарифмических координатах (фигура) указанные точки близко расположены к прямой $\omega = 1.2\sqrt{\mathrm{Pr}}\, k^2$. Подставив это выражение для ω в (4.7), находим



$$\mathrm{Et} \approx 3.87(1+\mathrm{Pr}^{-1})\sqrt{\mathrm{Pr}}\, k^3 \tag{4.9}$$

Судя по полученным числовым данным (фигура), спектр собственных значений волнового числа k образует дискретную последовательность возрастающих положительных чисел, минимальное из которых $k_m=0$ отвечает тривиальному решению задачи. Следующее (критическое) значение k_*, при котором наступает неустойчивость, равно 2.35. Соответствующая критическая длина полуволны $\lambda_*/2=1.33$, как и следовало ожидать по соображениям размерностей [13], порядка расстояния между обкладками конденсатора. Далее $\omega_* \approx 120$, а период колебаний (размерный) $T_* = (2\pi/\omega) l^2/a \sim 70$ *сек*, т. е. картина критического движения довольно медленно меняется со временем.

Подставив k_* в (4.9), найдем $\mathrm{Et}_* \approx 885$, что при $l \sim 10^{-2}$ *м*, $\theta_s \sim 1°$ соответствует напряженности $E_* \lesssim 1$ *кв/см*. Эти результаты по порядку величин также согласуются с экспериментальными.

Резюмируя, можно заключить, что электротермическая конвекция, обусловленная свободными зарядами, возникшими вследствие термических неоднородностей, возможна, причем она носит нестационарный характер и имеет порог возникновения (возникает по крайней мере при Et>885). Это показано в данной работе как интегральным методом, так и непосредственным решением задачи с помощью ЭВМ.

Поступила 2 III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Остроумов Г. А.* Некоторые гидродинамические явления, сопровождающие прохождение тока через изолирующие жидкости. ЖЭТФ, 1956, т. 30, вып. 2.
2. *Gross M. J., Porter J. E.* Electrically induced convection in dielectric liquids. Nature, 1966, vol. 212, No. 5068.
3. *Turnbull R. J.* Electroconvective instability with a stabilizing temperature gradient. 2. Experimental results. Phys. Fluids, 1968, vol. 11, No. 12.
4. *Turnbull R. J., Melcher J. R.* Electrohydrodynamic Rayleigh – Taylor bulk instability. Phys. Fluids, 1969, vol. 12, No. 6.
5. *Гросу Ф. П., Болога М. К.* Особенности электротермической конвекции в однородном электрическом поле. Электронная обработка материалов, 1971, № 2.
6. *Gelmont B. L., Ioffe I. V.* The electric field influence on the convection in the liquid dielectric. Phys. Letters, 1968, vol. 26A, No. 6.
7. *Roberts P. H.* Electrohydrodynamic Convection. Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1969, vol. 22, No. 2.
8. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1957.
9. *Гросу Ф. П., Болога М. К.* Силы, обусловливающие электротермическую конвекцию слабопроводящих жидкостей. Электронная обработка материалов, 1970, № 2.
10. *Turnbull R. J.* Electroconvective instability with a stabilizing temperature gradient. 1. Theory. Phys. Fluids, 1968, vol. 11, No. 12.
11. *Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости М., «Наука», 1972.
12. *Варгафтик Н. Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М., Физматгиз, 1963.
13. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Механика сплошных сред. М., Гостехтеоретиздат, 1953.