МЕХАНИКА
ЖИДКОСТИ И ГАЗА
№ 6 · 1974

УДК 533.6.011 : 538.4

ПРОСТЫЕ ВОЛНЫ И МАЛЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В НАМАГНИЧИВАЮЩИХСЯ ИЛИ ПОЛЯРИЗУЮЩИХСЯ СРЕДАХ

Г. Л. СЕДОВА

(Москва)

Система уравнений, описывающая поведение электрически поляризующихся сред в случае, когда магнитное поле достаточно слабое, и система уравнений для намагничивающихся сред в случае достаточно слабого электрического поля совпадают с точностью до обозначений. Эти уравнения используются для исследования волн Римана и малых возмущений при различном задании зависимости ε и μ от ρ и T. Рассматривается случай, когда скорость распространения простых волн принимает комплексные значения. Аналогичное исследование проведено в работах [1, 2] в случае зависимости μ от ρ и T в виде $\mu-1/\mu=c\rho T$ (формула Моссоти) и $\mu=1+4\pi\rho k(\theta-T)/H$. Те же вопросы рассматриваются для намагничивающегося бесконечно проводящего газа, поведение которого описывается другой системой уравнений, напоминающей уравнения магнитной гидродинамики.

1. Основные уравнения. Рассмотрим движение среды, для которой связь между вектором напряженности электрического поля $\mathbf{E}$ и вектором электрической индукции $\mathbf{D}$ в «собственной» системе координат имеет вид $\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$. Здесь ε — диэлектрическая проницаемость среды. Для большинства сред эта величина зависит от плотности ρ и температуры T. Пусть параметры среды и поля таковы, что выполняются условия

$$E\gg\max\{vH/c\ \ v^2(\varepsilon-1)E/c^2\},\quad D\gg vH/c$$

(электродинамическое приближение). В этом случае векторы поля не преобразуются при переходе от одной инерциальной системы к другой, а связь $\mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}$ справедлива в любой инерциальной системе координат. С учетом вышенаписанных критериев для $\varepsilon=\varepsilon(\rho T)$ сила, действующая на среду со стороны поля, имеет вид [3]

$$\mathbf{F}=-\nabla p+\frac{\rho}{8\pi}\nabla\left[E^2\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T\right]-\frac{E^2}{8\pi}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_\rho\nabla T \tag{1.1}$$

Будем рассматривать адиабатические процессы. Тогда справедлива формула сохранения энтропии в частице $dS=0$. Уравнение $dS=0$ для совершенного газа можно привести к виду [4]

$$\frac{d}{dt}\left[c_V\ln\frac{p}{\rho^\gamma}+\frac{E^2}{8\pi\rho}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_\rho\right]=0 \tag{1.2}$$

Полная система уравнений движения поляризующейся среды в электродинамическом приближении имеет вид

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}\rho\mathbf{v}=0 \tag{1.3}$$

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt}=-\nabla p+\frac{\rho}{8\pi}\nabla\left[E^2\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)_T\right]-\frac{E^2}{8\pi}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_\rho\nabla T$$

$$\frac{d}{dt}\left[c_V \ln\frac{p}{\rho^\gamma}+\frac{E^2}{8\pi\rho}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_\rho\right]=0$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D}=0,\qquad \operatorname{rot}\mathbf{E}=0,\quad \mathbf{D}=\varepsilon(\rho, T)\mathbf{E}$$

2. Волны Римана и малые возмущения в случае зависимости диэлектрической проницаемости только от плотности. Рассмотрим такие среды, для которых диэлектрическая проницаемость ε зависит лишь от плотности ρ. Такая зависимость характерна для большинства поляризующихся газов. В этом случае система (1.3) упрощается, так как исчезают члены, содержащие $(\partial\varepsilon/\partial T)_\rho$.

Поскольку пондеромоторная сила в этом случае имеет градиентный вид, то уравнение движения при известных из гидродинамики предположениях допускает интегралы Бернулли и Коши — Лагранжа

$$\frac{v^2}{2}+P(p; L)-\frac{E^2}{8\pi}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}=\operatorname{const}(L)\qquad P=\int\limits_{p_0}^{p}\frac{dp}{\rho(p, L)}\tag{2.1}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\frac{v^2}{2}+P(p)-\frac{E^2}{8\pi}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}=f(t)$$

Здесь $P(p;\ L)$ — функция давления.

Будем рассматривать движения, при которых все параметры зависят лишь от некоторой комбинации $\varphi(x;\ t)$ двух переменных: декартовой координаты x и времени t. Тогда производные всех величин по x и t можно привести к виду

$$\frac{\partial f}{\partial x}=\frac{df}{d\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial x}=f'\varphi_x',\qquad \frac{\partial f}{\partial t}=\frac{df}{d\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial t}=f'\varphi_t'\tag{2.2}$$

Поверхность постоянной фазы, описываемая уравнением $\varphi(x,\ t)=\mathrm{const}$, перемещается со скоростью $dx/dt=-\varphi_t'/\varphi_x'$. Скорость движения фронта волны относительно частиц среды будет, очевидно, равна $dx/dt-u$. Обозначим $dx/dt-u$ через a.

Система уравнений (1.3) в случае $\varphi_x'\neq 0$ приводится к виду

$$\begin{aligned}
&-a\rho'+\rho u'=0\\
&-a\rho u'+p'-\frac{\rho}{8\pi}E_x\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}E_x'-\frac{\rho}{8\pi}E_x^2\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial\rho^2}\rho'=0\\
&v'=0,\qquad w'=0\\
&ap'-\frac{\gamma p}{\rho}\rho'=0,\qquad \varepsilon E_x'+E_x\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\rho'=0\\
&E_y'=0,\qquad E_z'=0
\end{aligned}\tag{2.3}$$

Из этой системы видно, что y-я и z-я компоненты скорости и электрического поля не меняются. Кроме того, из шестого уравнения системы (2.3) следует, что $\varepsilon E_x=D_x=\mathrm{const}$. Выражение для квадрата скорости распространения волны относительно частиц среды, которое находится из условия существования нетривиального решения системы (2.3), имеет вид

$$a^2=a_0^2+f(\rho),\quad a_0^2=\gamma p/\rho\tag{2.4}$$

$$f(\rho)=\frac{\rho E_x^2}{4\pi\varepsilon}\left[\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial\rho}\right)^2-\frac{\varepsilon}{2}\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial\rho^2}\right]$$

В принципе возможен случай, когда $-f(\rho)>a_0^2$ и $a^2<0$. Тогда исходная система уравнений будет неэволюционна, т. е. для каждого решения этой системы можно указать возмущения, малые вместе с производными любого заранее заданного порядка, которые растут со временем сколь угодно быстро. Поэтому ограничимся рассмотрением системы (2.3) при условии, что $a^2>0$. В этом случае производная $\partial u/\partial\rho=a/\rho=\sqrt{a_0^2+f(\rho)}/\rho$ не меняет знак и u — монотонная функция плотности.

Рассмотрим вопрос об опрокидывании таких волн. Обозначим $dx/dt=$ $=w=a+u$. Исследуем знак $\partial w/\partial\rho$

$$\frac{\partial w}{\partial\rho}=\frac{\partial a_0^2/\partial\rho+f'(\rho)}{2\sqrt{a_0^2+f(\rho)}}+\frac{\sqrt{a_0^2+f(\rho)}}{\rho}=\frac{(\gamma+1)a_0^2+2f(\rho)+f'(\rho)}{2\rho\sqrt{a_0^2+f(\rho)}}$$

При $-[f'(\rho)+2f(\rho)]>a_0^2(\gamma+1)$ возможны случаи, когда опрокидываются не волны сжатия, как в обычной газовой динамике, а волны разрежения. Если $\varepsilon-1=\alpha\rho$, что характерно для большинства газов, выражение $f(\rho)$ принимает вид $f(\rho)=\alpha^2\rho E^2/4\pi\varepsilon$. В этом случае $\partial w/\partial\rho>0$, т. е. в такой среде волны сжатия опрокидываются и в потоке возникают скачки уплотнения.

Исследуем поведение интегральных кривых $u(\rho)$. Предположим, что $\alpha^2D_x^2/4\pi\rho(\alpha\rho+1)^3\gg\gamma A\rho^{\gamma-3}$, т. е. электрическое поле настолько велико, что газодинамической добавкой в формуле для скорости среды можно пренебречь. В этом случае зависимость скорости от плотности имеет вид

$$u=\frac{\alpha D_x}{\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{\frac{\rho}{\alpha\rho+1}}-\sqrt{\frac{\rho_0}{\alpha\rho_0+1}}\right)$$

Здесь ρ_0 — плотность покоящейся среды.

С учетом газодинамического члена $\gamma A\rho^{\gamma-3}$ картина интегральных кривых несколько меняется. Функция $u(\rho)$ растет и при $\rho\to\infty$ $u\to\infty$. Сохраняется монотонное возрастание кривых и касание в нуле оси u.

Зависимость электрического поля от плотности выражается формулой $E_x=D_x/\alpha\rho+1$.

3. Скорость распространения малых возмущений в ферромагнитной жидкости. Для большинства ферромагнитных сред в отсутствие тока магнитная проницаемость среды существенно зависит не только от плотности, как при поляризации, а и от температуры. В этом случае движение среды описывается уравнениями (1.3), в которых напряженность **E** и индукция **D** электрического поля заменены соответственно на напряженность **H** и индукцию **B** магнитного поля.

Как и в п. 2, будем искать решения основной системы (1.3) в случае ферромагнитной жидкости в виде волны Римана. Из условия существования нетривиального решения можно получить четыре значения скорости распространения малых возмущений

$$a_{1;2;3}=0 \tag{3.1}$$

$$a_4^2=\left[1+\frac{H^2p\partial^2\mu/\partial T^2}{8\pi\rho^2c_VR}-\frac{H_x^2p(\partial\mu/\partial T)^2}{4\pi\rho^2\mu c_VR}\right]^{-1}\left\{\gamma\frac{p}{\rho}+\right.$$
$$+\frac{H_x^2}{4\pi\mu R\rho}\left[\left(\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right)^2\rho^2R-\frac{p^2(\partial\mu/\partial T)^2}{\rho^2c_V}+2(\gamma-1)p\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\frac{\partial\mu}{\partial T}\right]+$$
$$+\frac{H^2}{8\pi\rho R}\left[-R\rho\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho^2}+\frac{p\partial^2\mu/\partial T^2}{\rho c_V}+2(\gamma-1)\frac{p}{\rho}\left(\frac{\partial\mu}{\partial T}-\rho\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho\,\partial T}\right)\right]+$$

$$+\frac{2H_x^2H^2p}{(8\pi\rho)^2\mu c_V R}\left[\left(\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right)^2\frac{\partial^2\mu}{\partial T^2}\rho+\rho\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho^2}\left(\frac{\partial\mu}{\partial T}\right)^2+\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\frac{\partial\mu}{\partial T}\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{\partial\mu}{\partial T}-\rho\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho\,\partial T}\right)\right]+\frac{H^4p}{(8\pi\rho)^2Rc_V}\left[\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\mu}{\partial T}-\rho\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho\,\partial T}\right)^2-\right.$$
$$\left.\left.-\rho\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho^2}\frac{\partial^2\mu}{\partial T^2}\right]\right\}$$

Полученная формула довольно громоздка, и для исследования a_4^2 рассмотрим два конкретных примера зависимости μ от плотности и температуры.

Пусть $\mu=k(\theta-T)$, здесь k, θ — некоторые постоянные величины. Тогда

$$\frac{\partial\mu}{\partial\rho}=\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho^2}=\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho\,\partial T}=\frac{\partial^2\mu}{\partial T^2}=0,\qquad \frac{\partial\mu}{\partial T}=-k$$

В этом случае выражение (3.1) для a^2 упрощается

$$(3.2)\qquad a^2=\left[\gamma\frac{p}{\rho}-(\gamma-1)\frac{k^2H_x^2T\theta}{4\pi\rho\mu}+\frac{k^2H_x^4T}{(8\pi\rho)^2c_V}\right]\left[1-\frac{k^2TH_x^2}{4\pi\rho c_V\mu}\right]^{-1}$$

Здесь для простоты рассматривается частный случай, когда $H^2=H_x^2$, $H_y=H_z=0$. Чтобы узнать, всегда ли правая часть последнего равенства положительна, исследуем отдельно знак числителя и знак знаменателя. Числитель положителен всегда при $y\equiv\theta/(\theta-T)\leqslant\sqrt{\gamma(\gamma-1)}$, а при $y>\sqrt{\gamma(\gamma-1)}$ числитель отрицателен в интервале

$$\frac{\gamma-1}{k}c_V8\pi\rho\left(y-\sqrt{y^2-\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right)<H_x^2<\frac{\gamma-1}{k}c_V8\pi\rho\left(y+\sqrt{y^2-\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right)$$

Знаменатель положителен при $H_x^2<4\pi\rho c_V\mu/k^2T$.

Нетрудно показать, что

$$4\pi\rho c_V\mu/k^2T\leqslant(\gamma-1)c_V8\pi\rho\left(y-\sqrt{y^2-\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right)\Big/k$$

причем равенство имеет место только при $y=(2\gamma-1)/2(\gamma-1)$. Итак, вводя безразмерный параметр $z=H_x^2k/8\pi\rho c_V$, получаем, что $a^2>0$ при

$$z<\frac{1}{2(y-1)},$$

$$(\gamma-1)\left(y-\sqrt{y^2-\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right)<z<(\gamma-1)\left(y+\sqrt{y^2-\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right)$$

Рассмотрим такие среды, для которых зависимость μ от ρ и T имеет вид $\mu=k\rho(\theta-T)$. В этом случае

$$\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho^2}=\frac{\partial^2\mu}{\partial T^2}=0,\qquad\frac{\partial\mu}{\partial\rho}=\frac{\mu}{\rho},\qquad\frac{\partial\mu}{\partial T}=k\rho,\qquad\frac{\partial^2\mu}{\partial\rho\,\partial T}=-k$$

Тогда

$$(3.3)\qquad a^2=\left\{\gamma\frac{p}{\rho}+\frac{H_x^2}{4\pi\rho\mu}\left[\mu^2-(\gamma-1)k\rho T(k\rho T+2\mu)\right]\right\}\times$$
$$\times\left[1+\frac{H_x^2}{4\pi\mu p}(\gamma-1)k^2\rho^2T^2\right]^{-1}$$

Если $\mu^2-(\gamma-1)k\rho T(k\rho T+2\mu)>0$, т. е. $\theta/T<\gamma-\sqrt{\gamma(\gamma-1)}$ и $\theta/T>$ $>\gamma+\sqrt{\gamma(\gamma-1)}$, то дробь положительна при $H_x^2<4\pi p\mu/(\gamma-1)k^2\rho^2T^2$. Если $\mu^2-(\gamma-1)k\rho T(k\rho T+2\mu)<0$, то $a^2>0$ при

$$\frac{H_x^2}{4\pi\rho\mu}>\gamma\frac{p}{\rho}[(\gamma-1)k\rho T(k\rho T+2\mu)-\mu^2]^{-1}$$

$$\frac{H_x^2}{4\pi\rho\mu}>\frac{p}{\rho}[(\gamma-1)k^2\rho^2T^2]^{-1}$$

Но легко показать, что

$$(\gamma-1)k^2\rho^2T^2+2\mu(\gamma-1)k\rho T-\mu^2<\gamma(\gamma-1)k^2\rho^2T^2$$

так как $-[(\gamma-1)k\rho T-\mu]^2<0$. Следовательно, в промежутке

$$\frac{p}{\rho}[(\gamma-1)k^2\rho^2T^2]^{-1}<\frac{H_x^2}{4\pi\rho\mu}<\gamma\frac{p}{\rho}[(\gamma-1)k\rho T(k\rho T+2\mu)-\mu^2]^{-1}$$

получаются комплексные значения для скорости распространения малых возмущений.

4. Волны Римана в ферромагнитной жидкости при наличии тока. Предположим, что, как и в электродинамике, магнитная проницаемость среды зависит лишь от плотности. Далее будем считать, что проводимость среды σ бесконечна. Нетрудно видеть, что в этом случае в приближении магнитной гидродинамики систему определяющих уравнений можно получить из системы (1.3), производя в ней замену векторов **E** и **D** на векторы **H** и **B** соответственно, учитывая ток **j**. Таким образом, система будет иметь вид

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\operatorname{div}\rho\mathbf{v}=0 \tag{4.1}$$

$$\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt}=-\nabla p+\frac{\rho}{8\pi}\nabla\left[H^2\frac{\partial\mu}{\partial\rho}\right]+\frac{\mu}{4\pi}[\operatorname{rot}\mathbf{H}\times\mathbf{H}]$$

$$dS=0,\qquad \operatorname{div}\mathbf{B}=0,\qquad \mathbf{B}=\mu(\rho)\mathbf{H},\qquad \frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}-\operatorname{rot}[\mathbf{vB}]=0$$

При нахождении решений типа волны Римана получаем определитель $D(a)$ этой системы

$$D(a)=a\left(a^2-\frac{\mu H_x^2}{4\pi\rho}\right)\left\{a^4-a^2\left[a_0^2+\frac{H_x^2}{4\pi\mu\rho}\left(\left(\frac{d\mu}{d\rho}\right)^2\rho^2+\mu^2\right)-\right.\right.$$
$$\left.-\rho\frac{H^2}{8\pi}\frac{d^2\mu}{d\rho^2}+\frac{H_y^2+H_z^2}{4\pi\rho\mu}\left(\mu-\frac{d\mu}{d\rho}\rho\right)^2\right]+\frac{\mu H_x^2}{4\pi\rho}\left[a_0^2+\right.$$
$$\left.\left.+\left(\frac{d\mu}{d\rho}\right)^2\frac{\rho H_x^2}{4\pi\mu}-\frac{\rho H_x^2}{8\pi}\frac{d^2\mu}{d\rho^2}\right]\right\} \tag{4.2}$$

Здесь $a_0^2=\gamma p/\rho$ — обычная газодинамическая скорость звука.

Рассмотрим корни этого определителя. Пусть $a=0$, в этом случае из уравнений следует $H_z'=H_y'=u'=v'=w'=0$. Таким образом в волне данного типа скорость среды и поперечная составляющая магнитного поля не меняются. В волне произвольно меняется плотность ρ и в зависимости от изменения плотности меняются величины p, H_x, μ по следующим законам:

$$p'=\frac{(d\mu/d\rho)^2H_x^2\rho}{4\pi\mu}\rho',\qquad H_x'=\frac{d\mu/d\rho H_x}{\mu}\rho',\qquad \mu'=\frac{d\mu}{d\rho}\rho'$$

Эта волна может перемещаться в пространстве только с частицами, а так как u=const, то все фазы перемещаются с одной скоростью и профиль волны не деформируется.

Пусть теперь $a^2=\mu H_x^2/4\pi\rho$, тогда из уравнений системы следует:

$$a^2 H_y\rho' = \mu\rho H_y'\left(a^2 - \frac{\mu H_x^2}{4\pi\rho}\right)$$

откуда получаем $\rho'=0$, а следовательно, $u'=\mu'=H_x'=p'=0$. Из уравнения движения получаем $H_yH_y'+H_zH_z'=0$.

Интегрируя систему полученных соотношений, находим что u, ρ, μ, p постоянны и

$$H_\tau^2=H_y^2+H_z^2=\text{const},\qquad v_\tau=-\sqrt{\mu/4\rho}H_\tau+\text{const}$$

В такой волне касательные составляющие векторов v и H поворачиваются, не изменяя своей величины. Такие волны по аналогии с магнитной гидродинамикой назовем вращательными или альфвеновскими простыми волнами. Профиль волны не деформируется, так как все фазы перемещаются со скоростью

$$u+a=\text{const}+\sqrt{\frac{\mu}{4\pi\rho}}H_x$$

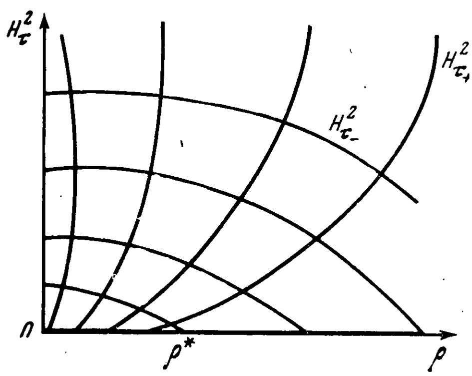
Пусть a является корнем уравнения, получающегося приравниванием нулю фигурных скобок в (4.2). Решая это биквадратное уравнение, можно получить значение квадрата скорости звука.

Выразим теперь приращение всех величин через приращение плотности

$$u'=\frac{a}{\rho}\rho',\quad p'=a_0^2\rho',\tag{4.3}$$

$$H_x'=\frac{d\mu}{d\rho}\rho' H_x'/\mu$$

$$(H_\tau^2)_\pm'=\frac{8\pi\rho'}{\mu-\rho\, d\mu/d\rho}\left[a_\pm^2-a_0^2-\frac{(d\mu/d\rho)\rho H_x^2}{4\pi\mu}+\frac{\rho H^2\, d^2\mu/d\rho^2}{8\pi}\right]$$



Нарисовать качественно картину интегральных кривых, описываемых уравнением (4.3), довольно сложно, если неизвестен конкретный вид зависимости $\mu=\mu(\rho)$. В случае, когда эта зависимость носит линейный характер, аналогичный рассмотренному в п. 2, т. е. $\mu-1=\varkappa\rho$, произведя несложные вычисления, легко получить, что

$$(H_\tau^2)_+'>0,\qquad (H_\tau^2)_-<0$$

$$(H_\tau^2)_+'\to\infty,\qquad (H_\tau^2)_-'\to 0\qquad (\rho\to 0)$$

$$(H_\tau^2)_+'\to 2\varkappa H_x^2,\qquad (H_\tau^2)_-'\to -8\pi a_0^2+2\varkappa H_x^2\qquad (\rho\to\infty)$$

Уравнение (4.2) в случае $H_\tau^2=0$ приводится к виду

$$\left(a^2-a_0^2-\frac{\varkappa^2\rho H_x^2}{4\pi\mu}\right)\left(a^2-\frac{\mu H_x^2}{4\pi\rho}\right)=0$$

Отсюда видно, что $(H_\tau^2)_+'=0$ при $\rho>\rho^*$ и $(H_\tau^2)_-'=0$ при $\rho<\rho^*$, где ρ^* — корень уравнения

$$a_0^2+\frac{\varkappa^2\rho H_x^2}{4\pi\mu}=\frac{\mu H_x^2}{4\pi\rho}$$

Таким образом, как и в случае обычной магнитной гидродинамики, $H_{\tau+}^2=0$ и $H_{\tau-}^2=0$ являются решениями при $\rho>\rho^*$ и при $\rho<\rho^*$ соответственно. Качественный вид интегральных кривых $(H_\tau^2)_+'$ и $(H_\tau^2)_-'$ показан на фигуре. Легко показать, что стационарное решение для $(H_\tau^2)_+'$ при $\rho>\rho^*$ и для $(H_\tau^2)_-'$ при $\rho<\rho^*$ сохраняется и в самом общем случае, рассмотренном выше. В этом случае значение можно получить, найдя корень уравнения

$$a_0^2+\frac{(d\mu/d\rho)^2\rho^*H_x^2}{4\pi\mu}-\frac{d^2\mu/d\rho^2H^2}{4\pi}=\frac{\mu H_x^2}{4\pi\rho^*}$$

Поступила 18 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Тарапов И. Е.* Простые волны в непроводящей намагничивающейся среде. ПММ. 1973, т. 37, вып. 5.
2. *Тарапов И. Е.* Звуковые волны в намагничивающейся среде. ПМТФ, 1973, № 1.
3. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.
4. *Куликовский А. Г., Любимов Г. А.* Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962.