

ОБ АВТОМОДЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЯХ ПРИ ВЫДЕЛЕНИИ ЭНЕРГИИ В ПОТОКЕ ГАЗА

М. Н. КОГАН, В. В. МИХАЙЛОВ

(Москва)

С помощью теории размерности исследуются некоторые возможные виды нестационарных и стационарных течений газа с выделением энергии, приводящие к автомодельным задачам. Рассматриваются случаи выделения энергии в покоящемся газе, в равномерном сверхзвуковом и гиперзвуковом потоке. Газ предполагается невязким и совершенным. Приведены результаты расчета некоторых гиперзвуковых автомодельных движений газа.

В настоящее время хорошо изучены три класса автомодельных движений газа: сильный взрыв, течения, вызванные расширением плоского, цилиндрического или сферического поршня по степенному закону [1], и конические течения (в том числе с волнами горения и детонации [2-4]).

Ниже будут рассмотрены некоторые новые автомодельные движения, вызванные выделением энергии на некоторых линиях, поверхностях или в объемах.

1. Используя теорию размерности [1], получим условия, определяющие возможность существования некоторых автомодельных решений для случая течения невязкого совершенного газа.

Ограничимся случаем равномерного набегающего потока газа, определяемого тремя размерными постоянными: u_∞ , p_∞ , ρ_∞ . Из этих постоянных только две имеют независимые размерности. Поэтому если другие, входящие в задачу определяющие постоянные не имеют независимых от u_∞ , p_∞ , ρ_∞ размерностей, существует единственное преобразование типа tu_∞/x , y/x , z/x , уменьшающее число независимых переменных на единицу. (Естественно, конечно, что в качестве независимых переменных можно использовать и любые три комбинации из записанных выше.) Назовем указанный тип автомодельности «коническим».

Другие типы автомодельности возможны, если в задачу из трех определяющих параметров u_∞ , p_∞ , ρ_∞ входит в явном виде только один (отсутствие какого-либо из параметров с зависимой размерностью уменьшает лишь число критериев подобия).

1. Рассмотрим коническую автомодельность. Естественно, что все определяющие решения поверхности должны зависеть от конических переменных, т. е. иметь вид

$$F_k(tu_\infty/x, y/x, z/x, \beta_i) = 0$$

Здесь β_i — безразмерные константы, $k=1, 2, \dots$. При этом законы выделения энергии запишем в следующей форме:

$$E_{nk} = A_{nk}(tu_\infty/x, y/x, z/x, \beta_i) x^{m+l}.$$

Здесь индекс n равен 1, 2, 3 соответственно, если энергия выделяется на линии, на поверхности или в объеме.

Для существования автомодельного решения необходимо, чтобы размерность A_{nk} выражалась через размерности u_∞ и ρ_∞ (или p_∞ и ρ_∞). Отсюда имеем

$$(1.1) \quad m+n+l=2$$

Окончательно

$$E_{1k} = A_{1k} (x/t)^m t, \quad E_{2k} = A_{2k} (x/t)^m, \quad E_{3k} = A_{3k} (x/t)^m t^{-1}$$

Для установившихся течений при $n=1, 2, 3$ значение $m=1, 0, -1$ соответственно. При $u_\infty=0$ вместо u_∞ необходимо использовать комбинацию $(p_\infty/\rho_\infty)^{1/2}$.

2. Другой тип автомодельных решений возможен при движении с сильными ударными волнами ($p_\infty=0$) в покоящейся среде ($u_\infty=0$). Для существования автомодельности в задаче должна содержаться лишь одна постоянная с независимой от ρ_∞ размерностью. Этому условию удовлетворяют входящие в задачу объемы или поверхности, которые расширяются по степенному закону ($x, y, z \sim Ct^k$).

Отсюда аналогично конической автомодельности

$$F_k(x/(Ct^k), y/x, z/x, \beta_i) = 0$$

$$E_{nk} = A_{nk}(x/(Ct^k), y/x, z/x, \beta_i) x^{m+t}$$

Полагая, что $[A_{nk}]$ зависит только от $[C]$ и $[\rho_\infty]$, имеем

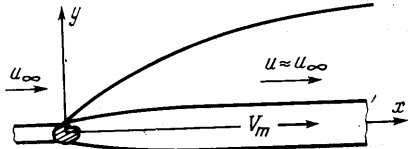
$$(1.2) \quad l + \lambda(m+n) = 5\lambda - 3$$

Для конической автомодельности $\lambda=1$. При выделении энергии в точке $n=0, m=0$.

В случае мгновенного выделения энергии в соотношении (1.2) необходимо положить $l=-1$, так как рассматривается полная энергия, а не энергия, выделяемая в единицу времени. Поэтому для сильного взрыва получаем известные соотношения.

3. Применим нестационарную аналогию для получения еще одного класса автомодельных решений.

Будем считать, что энергия E , подведенная к равномерному потоку газа, достаточно мала и гиперзвуковое течение является слабовозмущенным в том смысле, что внутренняя энергия газа мала по сравнению с кинетической ($E, h \ll u_\infty^2$). Тогда $u \approx u_\infty$ и, вводя переменную $\tau = x/u_\infty$, избавляемся от u_∞ как размерной определяющей постоянной.



Фиг. 1

Для исследования возможных автомодельных течений запишем форму входящих в задачу поверхностей и закон выделения энергии в виде

$$F_k(t/\tau, y/(C\tau^\lambda t^\omega), z/(C\tau^\lambda t^\omega), \beta_i) = 0$$

$$E_{nk} = A_{nk}(t/\tau, y/(C\tau^\lambda t^\omega), z/(C\tau^\lambda t^\omega), \beta_i) \tau^l t^s$$

Рассмотрим течения, в которых противодавлением можно пренебречь ($p_\infty=0$). Размерности A_{nk}, ρ_∞ и C должны образовывать безразмерную комбинацию. Отсюда

$$(1.3) \quad l + s = (5-n)(\lambda + \omega) - 3$$

Для стационарной задачи ($s=\omega=0$) $l=(5-n)\lambda-3$.

Последнее равенство соответствует случаю $m=0$, разобранному для движения с сильными волнами в покоящемся газе, или, иначе говоря, случаю «цилиндрического» движения (зависимость от x отсутствует) в покоящемся газе.

4. Рассмотрим отдельно случай выделения энергии в некоторой замкнутой области Δ гиперзвукового потока. При этом относительная величина

на выделяемой энергии не является обязательно малой по сравнению с кинетической энергией набегающего потока газа.

Выделим трубку тока, поверхность которой разделяет частицы, проходящие через область Δ , и частицы, к которым не подводится энергия (фиг. 1). Предположим, что отношение подведенной энергии к кинетической энергии частицы — величина ограниченная, а число $M_\infty = \infty$.

Тогда во всем потоке для энтропийной функции имеем оценку $p/\rho^* \leq C_*$ ($C_* = \text{const}$, $\kappa > 1$ — показатель адиабаты). Отсюда внутренняя энергия и энтальпия газа будут стремиться к нулю достаточно далеко вниз по потоку от области Δ , где $p \rightarrow 0$ (M_∞ как угодно велико)

$$h \sim p/\rho \leq p^{(\kappa-1)/\kappa} C_*^{1/\kappa} \rightarrow 0$$

При равномерном распределении энергии E , подводимой к струйкам тока в единицу времени, получим $2E = m(V_m^2 - u_\infty^2)$. Здесь m — масса газа, проходящая через Δ в единицу времени, V_m — максимально возможная скорость частиц, прошедших через Δ .

Из уравнения сохранения импульса сопротивление X выбранной трубки тока равно $X = m(V_m - u_\infty)$.

Исключая m , окончательно будем иметь

$$(1.4) \quad X = 2E / (V_m + u_\infty)$$

При $x \rightarrow \infty$ значение X можно считать фиксированной и сосредоточенной вблизи Δ силой. Вне выбранной трубки тока при $x \rightarrow \infty$ значение $V_m \approx u_\infty$. Поэтому для этой области течения справедлива нестационарная аналогия или, согласно сказанному выше, аналогия с сильным взрывом, энергия которого на единицу длины (при выделении E вблизи точки) или на единицу площади (при выделении E вдоль луча) равна X . Если перейти к системе координат, в которой газ покоится, то E/u_∞ будет определять «погонное» значение энергии. Из предыдущей формулы видно, что «эффективное» значение энергии, действующей на внешнюю часть течения, всегда меньше E/u_∞ , так как $V_m > u_\infty$. Только при слабом в указанном выше смысле выделении энергии, когда $V_m \approx u_\infty$, значение $X \approx E/u_\infty$. В другом предельном случае — при «сильном» выделении энергии ($V_m \gg u_\infty$ или $2E/m \gg u_\infty^2$) эффективная энергия $X = \sqrt{2Em}$.

При выделении энергии в некоторой трехмерной области с характерным размером d , используя аналогию с осесимметричным сильным взрывом, получим следующие оценки для величины давления при $x \rightarrow \infty$:

$$p \sim (E \rho_\infty u_\infty)^{1/2} x^{-1} \quad (E/m \ll u_\infty)$$

$$p \sim (E \rho_\infty^3 u_\infty^5)^{1/4} d^{1/2} x^{-1} \quad (E/m \gg u_\infty, m \sim \rho_\infty u_\infty d^2)$$

Разберем случай, когда поперечные и продольный размеры области Δ равны по порядку величины, а подводимая энергия E мала ($u \approx u_\infty$).

Введем $q^* = E_3(x^*, y^*, z^*) (\kappa - 1) (\rho_\infty u_\infty^3 \varepsilon)^{-1}$, $x^* = x/L$, $y^* = y/L$, $z^* = z/L$. Здесь ε — малый параметр, характеризующий отношение внутренней энергии газа к кинетической.

По аналогии с гиперзвуковой теорией малых возмущений внутри области Δ запишем следующие асимптотические разложения искомых функций:

$$p = \rho_\infty u_\infty^2 \varepsilon (p_1 + \varepsilon p_2 + \dots), \quad \rho = \rho_\infty (\rho_1 + \varepsilon \rho_2 + \dots),$$

$$u = u_\infty (u_1 + \varepsilon u_2 + \dots), \quad v = u_\infty \sqrt{\varepsilon} (v_1 + \sqrt{\varepsilon} v_2 + \dots),$$

$$w = u_\infty \sqrt{\varepsilon} (w_1 + \sqrt{\varepsilon} w_2 + \dots)$$

Решение для коэффициентов записанных разложений находится из линейной системы уравнений в квадратурах.

В частности, для первых членов (т. е. в рамках нестационарной аналогии) будем иметь

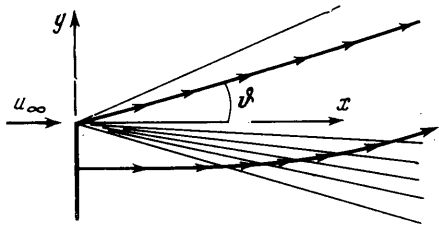
$$p_1 = p_{1\infty} + \int_{x_0^*}^{x^*} q(\xi, y^*, z^*) d\xi, \quad u_1 = 1, \quad \rho_1 = 1, \quad v_1 = w_1 = 0$$

2. Получим решения некоторых из разобранных выше автомодельных задач.

1. Рассмотрим задачу о выделении энергии на полуплоскости, перпендикулярной скорости равномерного гиперзвукового потока газа. Поскольку эта задача относится к случаю конической автомодельности, для решения используем схему течения, представленную на фиг. 2.

Обозначим энергию, которая выделяется на единицу площади полуплоскости $x=0, y < 0$ в единицу времени, через $E_2 = \rho_\infty u_\infty^3 e_2$. Тогда за указанной полуплоскостью из уравнений сохранения энергии импульса и массы значения безразмерных давления $p = p_d / (\rho_\infty u_\infty^2)$ и скорости звука $a = a_d / u_\infty$ равны

$$p_1 = (\kappa - 1) e_2 + 1 / (\kappa M_\infty^2), \\ a_1 = [\kappa (\kappa - 1) e_2 + 1 / M_\infty^2]^{1/2}$$

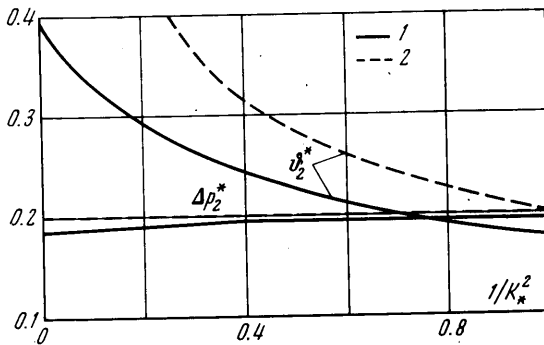


Фиг. 2

Здесь индексом d обозначены размерные параметры.

Используя для разворота потока на угол ϑ_2 в точке $x=0, y=0$ уравнения Прандтля – Майера, для давления после разворота будем иметь

$$p_2 = p_1 [1 - (\kappa - 1) (2a_1)^{-1} \vartheta_2]^{2\kappa / (\kappa - 1)}$$



Фиг. 3

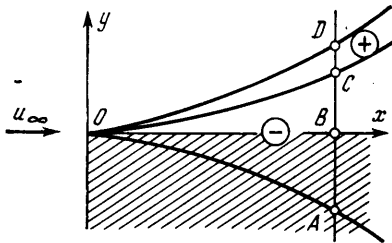
Значение p_2 должно равняться значению давления около пластины с углом атаки ϑ_2 или

$$p_2 = \vartheta_2^2 [1/4 (\kappa + 1) + \sqrt{1/16 (\kappa + 1)^2 + K^{-2} + \kappa^{-1} K^{-2}}], \quad K = M_\infty \vartheta_2$$

В качестве критерия подобия в рассматриваемой задаче можно использовать параметр $K_* = M_\infty e_2^{1/2}$. При этом удобно ввести следующие безразмерные параметры: $p^* = p/e_2, \vartheta^* = \vartheta e_2^{-1/2}$.

На фиг. 3 представлены зависимости $\Delta p_2^* = (p_{d2} - p_\infty) u_\infty E_2^{-1}$, $\vartheta_2^* = \vartheta_2 (\rho_\infty u_\infty^3 E_2^{-1})^{1/2}$ от K_* при $\kappa = 7/5$ (кривые 1). Линиями 2 показаны значения Δp_2^* и ϑ_2^* , полученные применением линеаризованной теории: $\Delta p_2^* = (\kappa - 1)/2$, $\vartheta_2^* = K_*(\kappa - 1)/2$.

Рассмотренное течение в терминах теории детонации относится к режиму «недожатой» детонации. Иначе говоря, зона выделения энергии ограничена со стороны набегающего потока не скачком уплотнения, а невозмущенным течением. При этом структура фронта выделения энергии описывается в координатах $p_d, 1/\rho_d$ отрезком прямой Михельсона, лежащим между точкой, соответствующей невозмущенному потоку $(p_\infty, 1/\rho_\infty)$, и точкой адиабаты Пуассона, соответствующей выделяемой во фронте энергии [4].



Фиг. 4

2. Приведем решение автомодельной задачи, к которой сводится плоское течение при $M_\infty = \infty$ с равномерным выделением энергии в объеме $x > 0, y \leq 0$ (фиг. 4). Для рассматриваемой задачи $l = 0, s = \omega = 0$ (течение установившееся), $n = 3$ (энергия выделяется в объеме). Поэтому из соотношения (1.3) следует, что $\lambda = 3/2$, и течение должно зависеть от одной автомодельной переменной, в качестве которой можно выбрать $\eta = y / (C\tau^{3/2}) = y / (C_1 x^{3/2})$. Константа C , размерность которой выражается через E_3 и ρ_∞ , или константа C_1 могут быть введены следующим образом:

$$C = (\beta E_3 / \rho_\infty)^{1/2}, \quad C_1 = [\beta E_3 / (\rho_\infty u_\infty^3)]^{1/2}$$

Здесь $\beta > 0$ — безразмерная постоянная. Естественно, что если в рассматриваемой задаче независимую переменную $\tau = x / u_\infty$ формально заменить на t , то она полностью соответствует одномерной нестационарной задаче о выделении энергии E_3 в полупространстве $y < 0$. Обозначим, как и ранее, размерные величины зависимых переменных индексом d . В качестве безразмерных автомодельных переменных можно выбрать функции

$$P = p_d / (\beta E_3 \tau) = p / (C_1^2 x), \quad R = \rho_d / \rho_\infty = \rho$$

$$V = v_d \sqrt{\rho_\infty (\beta E_3 \tau)^{-1/2}} = v / (C_1 \sqrt{x})$$

$$p = p_d / (\rho_\infty u_\infty^2), \quad v = v_d / u_\infty$$

Уравнения Эйлера, в которых опущены члены с относительным порядком $1 - u_d / u_\infty$, имеют для рассматриваемой задачи следующий вид:

$$(2.1) \quad \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} - \kappa \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) - q = 0$$

Здесь $q = E_3(\kappa - 1) / (\rho_\infty u_\infty^3)$ при $y \leq 0$ и $q = 0$ при $y > 0$.

После перехода к автомодельным переменным получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$(2.2) \quad \frac{dV}{d\eta} = \frac{1/2RV(V^{-3/2}\eta) - P + Q}{P\kappa - R(V^{-3/2}\eta)^2}$$

$$\frac{dR}{d\eta} = -\frac{R}{V^{-3/2}\eta} \frac{dV}{d\eta}, \quad \frac{dP}{d\eta} = -R(V^{-3/2}\eta) \frac{dV}{d\eta} - \frac{VR}{2}$$

Здесь $Q = q / C_1^2 = (\kappa - 1) / \beta$ при $\eta \leq 0$, $Q = 0$ при $\eta > 0$.

Решение системы (2.2) будем проводить отдельно в трех областях (фиг. 3): в области 0, лежащей ниже характеристики OA ($\eta = \eta^*$), проходящей через точки $x = 0, y = 0$; в области «минус», лежащей между указанной характеристикой и линией тока OC ($V = 3/2\eta$), и в области «плюс», расположенной между линией тока OC и головным скачком уплотнения OD ($\eta = \eta_s$). Решения в этих областях будем обозначать соответственно индексами «0», «минус» и «плюс».

В области 0 течение одномерно (т. е. не зависит от η). Из системы (2.2) и начальных условий $\rho = 1, v = 0, p = 0, x = 0$, получим

$$(2.3) \quad V_0 = 0, \quad R_0 = 1, \quad P_0 = Q$$

При решении задачи в области «минус» значение β выберем таким образом, чтобы уравнение характеристики OA имело вид $\eta = -1$. Поскольку на характеристике знаменатель в выражении для $dV/d\eta$ обращается в нуль, то, используя решение (2.3), найдем, что

$$\beta = \kappa(\kappa - 1)4/9, \quad Q = 9/(4\kappa) \quad (\eta^* = -1)$$

Теперь начальные условия для решения задачи в области «минус» запишутся в виде

$$(2.4) \quad V_- = 0, \quad R_- = 1, \quad P_- = 9/(4\kappa) \quad (\eta_- = -1)$$

Точка $\eta_- = -1$ является для системы (2.2) особой. Разложение решения в ряд вблизи этой точки, удовлетворяющее системе (2.2), имеет вид

$$V = 3/2(\kappa + 1)^{-1}\Delta\eta + N(\Delta\eta)^2 \ln(\Delta\eta) + O(\Delta\eta^2) + \dots$$

$$P = 9/4\kappa^{-1} - 9/4(\kappa + 1)^{-1}\Delta\eta - 3/2N(\Delta\eta)^2 \ln(\Delta\eta) + \dots$$

$$R = 1 - (\kappa + 1)^{-1}\Delta\eta - 2/3N(\Delta\eta)^2 \ln(\Delta\eta) + \dots$$

Здесь N — произвольная постоянная, $\Delta\eta = \eta_- + 1$. Таким образом, можно ожидать, что особенность имеет вид вырожденного узла, т. е. решение системы (2.2) с начальными условиями (2.4) неоднозначно. Значение N , определяющее нужную ветвь решения, должно быть найдено из условия в другой особой точке, где $\eta = \eta^0 = 2/3V$. Исследование искомых функций вблизи этой точки приводит к разложениям

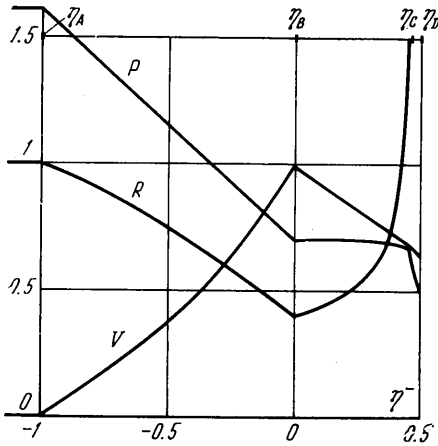
$$V = 3/2\eta^0 + \kappa^{-1}(\eta - \eta^0) + \dots, \quad R = \Lambda(\eta - \eta^0)^{-2/(2+3\kappa)} + \dots$$

$$P = P^0 - \Lambda(2+3\kappa)(4\kappa)^{-1}\eta^0(\eta - \eta^0)^{3\kappa/(2+3\kappa)} + \dots, \quad \Lambda = \text{const}$$

Значение R при $\eta = \eta^0$ обращается в бесконечность. Это связано с тем, что значение $\eta = \eta^0$ соответствует «разделяющей» линии тока, на которой энтропийная функция p/ρ^κ постоянна и не терпит разрыва при $x = y = 0$, т. е. $p/\rho^\kappa = 0$. (В набегающем потоке $M_\infty = \infty$.)

Решение в области «плюс» однозначно определяется заданием значения η^0 или положением головного скачка уплотнения $\eta = \eta_s$. Однако при этом значения давления в точке $\eta = \eta^0$ для решений в областях «минус» и «плюс» должны совпадать.

Указанное условие необходимо использовать для выбора соответствующего значения N . При численном



Фиг. 5

решении рассматриваемой задачи в области «плюс» значение β выбиралось отличным от значения β области «минус» и таковым, что $\eta_s=1$. При этом сопряжение давлений при $\eta=\eta^0$ сводилось к равенству $P_-^0/P_+^0=\eta_-^0/\eta_+^0$. (Комбинация P/η^2 не зависит от выбора конкретного значения β .)

После определения N , η_-^0 и η_+^0 решение в области «плюс» нормировалось к переменным, введенным в области «минус» согласно соотношениям $P_- = P_+ b^2$, $V_- = V_+ b$, $\eta_- = \eta_+ b$ ($b = \eta_-^0 / \eta_+^0$).

На фиг. 5 представлено полное решение задачи. В качестве независимой выбрана переменная η_- ($\beta = \kappa(\kappa-1)^{4/3}$, $\kappa = 7/5$).

Значение функций в области между $\eta^0 = \eta_c$ и $\eta_s = \eta_D$ соответствует обычному автомодельному течению около плоского степенного тела $y \sim x^{3/2}$ и поэтому показано менее подробно (в частности, здесь не приведены значения R , так как для данной области течения $R \geq 6$).

Значения V , P , R , η , представленные на фиг. 5, связаны с размерными параметрами v_a , p_a , ρ_a , x , y следующим образом:

$$V = (9\rho_\infty u_\infty)^{1/2} [4\kappa(\kappa-1)E_3]^{-1/2} v_a x^{-1/2}$$

$$P = 9u_\infty [4\kappa(\kappa-1)E_3]^{-1} p_a x^{-1}, \quad R = \rho_\infty^{-1} \rho_a$$

$$\eta_- = (9\rho_\infty u_\infty^3)^{1/2} [4\kappa(\kappa-1)E_3]^{-1/2} y x^{-3/2}$$

Естественно, что в точке B (фиг. 4, $\eta_- = 0$) производные от построенных функций терпят разрыв, так как в этой точке коэффициент Q , входящий в уравнения (2.2), меняется от $4/(9\kappa)$ до 0.

Полученное решение можно рассматривать как течение в некоторой окрестности передней угловой точки конечного прямоугольного объема, в котором происходит равномерное выделение энергии при числе $M_\infty = \infty$. Если этот объем имеет в направлении x размер δ , а в направлении y размер $L \gg \delta$, то решение справедливо при $x \leq \delta$. Далее вниз по потоку, когда $x \gg \delta$, но нижняя и верхняя части течения еще не влияют одна на другую, будет справедливо решение для выделения энергии на полуплоскости (фиг. 2).

При очень больших удалениях от области выделения энергии ($x \gg L$) асимптотика течения будет соответствовать решению для сильного взрыва на плоскости. Эффективная энергия взрыва может быть рассчитана с помощью соотношения (1.4). Отметим, что с помощью полученного решения может быть построено и решение нестационарной задачи о выделении энергии $E_3 = \text{const}$ при $x > 0$, $y < 0$, $t > 0$. В этом случае для $x \leq u_\infty t$ справедливы записанные выше соотношения, а при $x \geq u_\infty t$ течение является одномерным нестационарным и описывается тем же решением, если сделать в нем замену $x = u_\infty t$.

3. В рассмотренных выше примерах автомодельных решений выделяемая в поток энергия была параметром, не зависящим от характеристик равномерного набегающего потока газа. Однако такая зависимость в ряде случаев может существовать. В ка-

честве примера подобного течения рассмотрим движение ударной волны вдоль пучка сильного излучения, вызванное поглощением энергии излучения во фронте волны. Если, согласно работе [5], принять, что волна является плоской, поглощение энергии во всех точках фронта одинаково, значение $p_\infty = 0$ и скорость фронта относительно газа за волной равна скорости звука (режим Чепмена - Жуге), то для скорости распространения волны по покоящемуся газу будем иметь $V = [2(\kappa^2 - 1)E_2\rho_\infty^{-1}]^{1/2}$.

Пусть значение $E_2 = \text{const}$. Тогда, переходя к системе координат, связанной с фронтом волны, и используя уравнение сохранения энергии, получим

$$E/m = E_2/(\rho_\infty u_\infty), \quad V = u_\infty = \text{const}, \quad V_m = \kappa(\kappa^2 - 1)^{-1/2} [2E_2/\rho_\infty]^{1/2}$$

Отсюда находим значение эффективной энергии взрыва

$$X = 2E_2S(V_m + V)^{-1} = (\kappa^2 - 1)^{1/2} (\kappa^2 + \sqrt{\kappa^2 - 1})^{-1} (E_2^2 \rho_\infty 2^{-1})^{1/2} S$$

Здесь S - площадь поперечного сечения пучка излучения.

Вдалеке от области выделения энергии на оси симметрии течения с помощью аналогии с осесимметричным сильным взрывом для значения давления p_d будем иметь

$$p_d = k_2 [4(\kappa^2 - 1)^5]^{1/2} (\kappa^2 + \sqrt{\kappa^2 - 1})^{-1/2} (\rho_\infty E_2^2)^{1/2} S^{1/2} x^{-1}.$$

Значение коэффициента k_2 , найденное в работе [1], равно

$$k_2 = 0.322^{-\sigma/5} (\kappa + 1)^\alpha \kappa^\delta [(2\kappa + 1)/(7 - \kappa)]^\sigma$$

$$\alpha = (\kappa + 1)/(3\kappa - 1), \quad \delta = 4\kappa/(1 - 3\kappa), \quad \sigma = (13\kappa^2 - 7\kappa + 12) [5(2 - \kappa)(3\kappa - 1)]^{-1}.$$

Чтобы определить закон затухания давления в покоящемся газе, перейдем к времени t , используя соотношение $x = u_\infty t = Vt$.

Тогда

$$p_d = k_2 [(\kappa^2 - 1)/4]^{1/2} (\kappa^2 + \sqrt{\kappa^2 - 1})^{-1/2} (\rho_\infty E_2^2)^{1/2} S^{1/2} t^{-1}.$$

Здесь время t отсчитывается от момента прохождения фронта волны через заданное сечение.

Поступила 2 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., «Наука», 1972.
2. Черный Г. Г. Автомодельные задачи обтекания тел горячей смесью газов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
3. Черный Г. Г. Сверхзвуковое обтекание тел с образованием фронтов детонации и горения. В сб. «Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды». М., «Наука», 1969.
4. Черный Г. Г. К постановке задач о движениях газа с поверхностями разрыва. Науч. тр. Ин-та механ. МГУ, 1973, № 21.
5. Райзер Ю. П. Нагревание газа под действием мощного светового импульса. ЖЭТФ, 1965, т. 48, вып. 5.