

О ПЛОСКИХ СТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЯХ С ИОНИЗУЮЩИМИ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. А. БАРМИН, А. Г. КУЛИКОВСКИЙ

(Москва)

Рассматриваются постановки стационарных плоских автомодельных задач с ионизирующими ударными волнами, когда параметры течения зависят только от полярного угла, а магнитное поле лежит в плоскости течения. Случай, когда магнитное поле перпендикулярно плоскости течения, был рассмотрен в работе [1]. Найдены условия, когда решение зависит от произвольного параметра, и выяснены причины, приводящие к такой неединственности. Построены автомодельные решения, описывающие обтекание непроводящего клина и стенки.

1. Рассмотрим плоское течение газа около стенки с изломом, когда на поверхности стенки задается нормальная составляющая магнитного поля H_n . В случае автомодельных задач будем задавать постоянные, но, вообще говоря, различные значения H_n по разные стороны от линии излома. Будем считать, что все величины зависят от декартовых координат x и y , а z -е компоненты скорости и магнитного поля равны нулю. Предположим, что в течении образуется ионизирующая ударная волна, в которой проводимость газа меняется от нуля до бесконечности. При этом будем считать, что ионизирующая волна сверхзвуковая и параметры газодинамического течения перед ней известны [2, 3]. Так как рассматриваемое течение плоское и стационарное, то электрическое поле перпендикулярно плоскости течения и постоянно. Если стенка бесконечно проводящая, то электрическое поле будет равно нулю, и поэтому скорость жидкости за ионизирующей ударной волной будет всюду параллельна магнитному полю. По аналогии с этим случаем и для определенности будем сначала считать, что и в общем случае величина электрического поля задана.

Рассмотрим автомодельные течения и подсчитаем число граничных условий и число свободных параметров, характеризующих течение, распределяясь которыми можно удовлетворить этим граничным условиям.

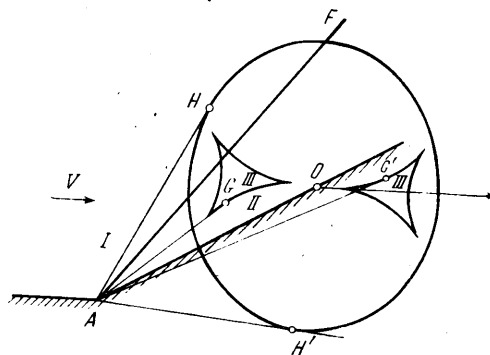
Решение поставленной задачи должно удовлетворять трем граничным условиям на стенке: значения H_n до и после излома должны совпадать с заданными и v_n за точкой излома должно быть равно нулю (условие непротекания перед изломом выполнено в силу постановки задачи).

Автомодельное течение состоит из ионизирующей волны и медленных магнитогидродинамических волн (ударных или центрированных волн разрежения типа Прандтля — Майера). Легко показать, что в силу автомодельности магнитное поле в непроводящей области должно быть постоянным. При этом быстрая ионизирующая ударная волна, магнитогидродинамические волны определяются одним параметром, например углом поворота скорости, а медленная ионизирующая волна — двумя: углом поворота скорости и скачком магнитного поля. Кроме того, нужно учесть, что перед ионизирующей волной задана только одна компонента магнитного поля.

Для нахождения направлений характеристик и скоростей распространения малых возмущений за ионизирующей волной рассмотрим диаграмму Фридрихса [4] (фиг. 1). Эта диаграмма представляет собой изображение

характеристической поверхности, возникшей из точечного возмущения. На диаграмму можно нанести также прямую AF , изображающую ионизирующую волну: AF параллельна ионизирующей волне, а вектор AO равен скорости газа за волной. Наклон характеристик в стационарном потоке и направления распространения возмущений на них совпадают с направлениями касательных, проведенных из точки A к кривым на диаграмме Фридрихса.

Пусть точка A лежит в гиперболической области I (фиг. 1); тогда существуют два семейства быстрых характеристик, направленных параллельно AH и AH' , и два семейства — медленных, параллельных AG и AG' . Если прямая AF , соответствующая ионизирующей волне, лежит между AH и AG , то волна является быстрой, так как параллельные ей быстрые возмущения догоняют волну, а медленные отстают. Аналогично, если AF лежит в углу GAO , то соответствующая ей ионизирующая волна медленная. В частности, если AF совпадает с AG , то ионизирующая волна является волной Жуге. По отношению к быстрой волне семейство характеристик, параллельных AH , является приходящим на волну с клина, а семейство медленных характеристик AG — уходящими характеристиками, которым может соответствовать присоединенная к носику клина медленная волна разрежения или ударная волна. Отсюда следует, что в случае, когда ионизирующая волна быстрая, течение характеризуется тремя параметрами: углом наклона ионизирующей волны, интенсивностью медленной волны и x -й составляющей магнитного поля перед ионизирующей волной. В случае, когда ионизирующая волна медленная, семейство характеристик, параллельных AH , приходит на волну с клина. Поэтому присоединенная медленная магнитогидродинамическая волна невозможна, и автомодельное течение по-прежнему характеризуется тремя параметрами.



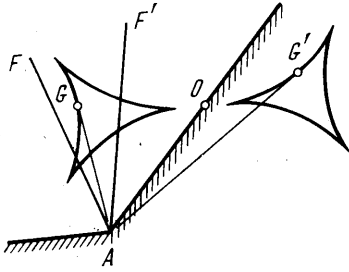
Фиг. 1

Таким образом, в рассмотренных случаях решение задачи не содержит свободного параметра, т. е. течение определяется параметрами набегающего потока, граничными условиями на стенке и электрическим полем.

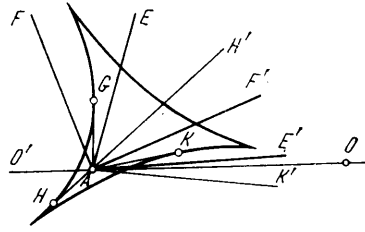
Пусть конец вектора OA , равного скорости за ионизирующей волной с обратным знаком, лежит в эллиптической-гиперболической области II (фиг. 2); тогда в стационарном течении существует только два семейства медленных характеристик, направленных параллельно прямым AG и AG' . Легко видеть, что течения с быстрыми и медленными ионизирующими волнами аналогичны соответствующим течениям, рассмотренным ранее.

Пусть скорость газа за ионизирующей волной такова, что точка A лежит в гиперболической области III (фиг. 3). В этом случае существуют четыре семейства медленных характеристик, направленных параллельно прямым AG , AH , AK и AK' (прямая AK' касается второго, не изображенного на фигуре «треугольника» диаграммы Фридрихса). Если наклон ионизирующей волны таков, что изображающая ее прямая лежит в углах $O'AG$ или $H'AK$ (прямые AF и AF'), то волна является быстрой. Если ионизирующая волна лежит в углах $H'AG$ или KAO , то она медленная (прямые AE и AE' соответственно). Если прямая, изображающая ионизирующую волну, лежит

в углу $H'AO$, то за быстрой волной может следовать только одна медленная волна, соответствующая характеристике AK , а за медленной ионизирующей волной такая волна отсутствует. Когда прямая, изображающая волну, лежит в углу $O'AH'$, то существует семейство характеристик, параллельных HA , приходящих на волну из бесконечности в ионизованном газе. В этом случае в течении за быстрой волной могут существовать две медленные магнитогидродинамические волны (центрированные или ударные), соответствующие семействам характеристик AG и AK . За медленной иони-



Фиг. 2



Фиг. 3

зующей волной возможна лишь одна волна, соответствующая характеристикам AK .

Таким образом, если изображающая волну прямая лежит в углу $O'AH'$, то течение характеризуется четырьмя параметрами, и рассматриваемая задача содержит свободный параметр. Именно в этом и только в этом случае имеется характеристика, приходящая к ионизирующей волне из бесконечности по ионизованному газу. Эти характеристики несут из бесконечности возмущения, которые влияют на течение. Задание условий на бесконечности, необходимое при правильной постановке задачи, определяет значение оставшегося произвольного параметра.

Рассмотрим теперь обтекание непроводящей стенки с изломом. В силу автомодельности и непрерывности магнитного поля на стенке магнитное поле в непроводящей области будет всюду постоянно. Будем считать это поле заданным, а электрическое поле определяемым параметром. (Такая задача, например, имеет место, когда стенки, параллельные плоскости xu , непроводящие.) Ограничимся случаем, когда течение полностью определяется условиями в набегающем потоке и на стенках, т. е. когда нет приходящих характеристик из бесконечности за ионизирующей волной. Согласно изложенному выше, решение может состоять из быстрой ионизирующей волны и медленной магнитогидродинамической волны или одной медленной ионизирующей волны. В последнем случае магнитное поле на волне будет непрерывно, так как перед волной и за волной на стенках поле одно и то же. При этом интенсивность волны определяется обычной газодинамической полярой. Электрическое поле определяется соотношением $E = H \times v / c$. Если ионизирующая волна быстрая, то скачок магнитного поля ΔH_+ на нем определен заданием угла поворота скорости, а интенсивность медленной волны определяется условием $\Delta H_- = \Delta H_+$. В случае, когда магнитное поле на быстрой волне непрерывно [2], интенсивность медленной магнитогидродинамической волны равна нулю (медленная волна отсутствует), и решение, аналогично случаю с медленной ионизирующей волной, определяется газодинамической полярой. Из построенного решения следует, что если электрическое поле считать заданным параметром (например, боко-

вые стенки-электроды), то в набегающем потоке нельзя задавать произвольно обе компоненты магнитного поля.

Рассмотрим задачу об обтекании клина. Пусть на щеках клина будут заданы нормальные составляющие магнитного поля и выполнено условие непротекания. Будем считать ионизирующую волну сверхзвуковой и параметры потока перед ней известными. При этом электрическое поле, как и в случае стенки, постоянно.

Предположим сначала, что на линии тока, приходящей в носик клина, известна нормальная к ней составляющая магнитного поля H_y . Тогда задача о клине распадается на две задачи о течении вдоль стенок с изломом, которые должны решаться при одном и том же значении E . Согласно изложенному выше решение этих задач возможно, и при этом составляющая магнитного поля H_x , параллельная скорости набегающего потока, определится из решения. Однако значения этих составляющих будет различно в верхнем и нижнем полупространстве, так как векторы скорости за ионизирующими волнами различны. Варьируя H_y , добьемся совпадения H_x и тем самым получим решение задачи об обтекании клина. Таким образом, при обтекании клина в случае, когда электрическое поле задано, обе компоненты магнитного поля перед ионизирующей волной полностью определяются решением автомодельной задачи и не могут задаваться.

Рассмотрим теперь обтекание непроводящего клина. В этом случае магнитное поле считается непрерывным на щеках клина и находится внутри клина из решения задачи. Ранее было показано, что при отсутствии семейства характеристик, приходящих из бесконечности за ионизирующей волной, задание электрического поля и нормальной составляющей магнитного поля на щеках клина определяет решение вне клина, не содержащее свободного параметра. Внутри клина обе компоненты магнитного поля определяются однозначно значениями H_n на его щеках. Для нахождения решения поставленной задачи подберем значения H_n так, чтобы на щеках клина касательные составляющие магнитного поля стали непрерывны. Таким образом, решение задачи об обтекании непроводящего клина полностью определяется формой клина, параметрами набегающего потока, величиной электрического поля и не содержит произвольных параметров (в случае, когда имеется семейство характеристик, приходящих из бесконечности за ионизирующей волной, должно быть задано еще одно граничное условие).

Если магнитная вязкость много больше остальных диссипативных параметров, то такое решение строится явным образом. В этом случае всегда имеются ионизирующие волны с непрерывным магнитным полем [2], и поэтому существует решение с постоянным всюду магнитным полем, которое не оказывает влияния на течение газа. Тогда течение находится методами газовой динамики, а из условия бесконечной проводимости находится магнитное поле

$$\mathbf{H} = \mathbf{v}_\perp \times c\mathbf{E} / |v_\perp|^2, \quad \mathbf{v}_\perp = \mathbf{v}_1 \frac{v_2(v_2 - v_1)}{(v_2 - v_1)^2} + \mathbf{v}_2 \frac{v_1(v_1 - v_2)}{(v_1 - v_2)^2}$$

Здесь \mathbf{v}_1 и \mathbf{v}_2 — скорости газа за ионизирующими волнами. В случае, когда электрическое поле равно нулю, имеем $H=0$, а обтекаемый клин можно рассматривать как бесконечно проводящий.

Если магнитная вязкость одного порядка с остальными диссипативными коэффициентами или меньше их, то указанное выше решение для непроводящего клина имеет место только в случае, когда обе ионизирующие волны медленные. В случае $E=0$ всегда имеется решение с $H=0$. В неавтомодельной задаче этому решению будет соответствовать решение с маг-

нитным полем на носике тела, равным нулю. Если решается нестационарная задача, то при движении проводящей жидкости магнитное поле, вмороженное в нее, будет вынесено из окрестности носика.

Поступила 29 V 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Простейшие задачи, содержащие ионизирующую газ ударную волну в электромагнитном поле. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 3.
2. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ, находящийся в электромагнитном поле. Докл. АН СССР, 1968, т. 178, № 1.
3. Бармин А. А., Куликовский А. Г. Фронты ионизации и рекомбинации в электромагнитном поле. Гидромеханика, т. 5. М., ВИНТИ, 1970, 1971.
4. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962.