

определить равенствами

$$(17) \quad \rho\theta = \rho\theta_0 - c\mu\nu\partial_i S_i^2, \quad Q_i^* = c\nu\partial_i S + Q^*(\rho, S)S_i + Q(\rho, S)u_i \\ Q_i = P(\rho, S)u_i + P^*(\rho, S)S_i$$

то уравнения (13), (14) линейны относительно производных $\partial_i\psi$, $\partial_i\psi^+$.

Если в уравнениях (1) положить $A_i=0$, $F_{ij}=0$, то уравнения (1) определяют модели спиновых жидкостей. В связи с этим отметим, что уравнения (13) — (15) (при $A_i=0$, $F_{ij}=0$), по-видимому, можно использовать также для нахождения приближенных решений уравнений релятивистской динамики жидких сред в случаях, когда влиянием спина на движение жидкости можно пренебречь.

Автор выражает признательность Л. И. Седову за обсуждение работы и полезные замечания.

Институт механики
Московского государственного университета

Поступила 2 IV 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вонсовский С. В.* Магнетизм. М., «Наука», 1971.
2. *Карган Э.* Теория спинов. М., Изд-во иностр. лит., 1947.
3. *Желнорович В. А.* Спинор как инвариантный объект. ПММ, 1966, т. 30, № 6.
4. *Желнорович В. А.* Представление спинов вещественными и комплексными тензорными агрегатами. Теоретическая и математическая физика, 1970, т. 2, № 1.
5. *Желнорович В. А.* Модели сред с внутренним электромагнитным и механическим моментами. В сб. «Проблемы гидродинамики и механики сплошной среды (К 60-летию акад. Л. И. Седова)». М., «Наука», 1969.
6. *Желнорович В. А.* Спирное поле как слияние тензорных полей. Вестн. МГУ, Сер. физ.-астрон., 1972, № 6.

УДК 535.324

О ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ РЕФРАКЦИИ ВОЗДУХА ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

А. И. ХАРИТОНОВ, К. С. ХОРОШКО, В. П. ШКАДОВА

(Москва)

Связь оптической характеристики газовой среды — показателя преломления n — с плотностью ρ при нормальных условиях дается соотношением [1] $(n-1)/\rho = R$, где R — удельная рефракция газа (постоянная Гладстона — Дейла). При температурах, соответствующих возбуждению колебательных уровней молекул, изменение R ничтожно мало [2]. С дальнейшим ростом температуры, приводящим к развитию физико-химических процессов, зависимость между n и ρ становится более сложной. Экспериментальные исследования рефракций чистых газов (кислорода, азота) в условиях их диссоциации и ионизации проведены в [3].

В данной работе приводятся результаты теоретического расчета удельной рефракции воздуха при температурах 2000—12000° К и ее экспериментального определения при температурах 2000—7000° К.

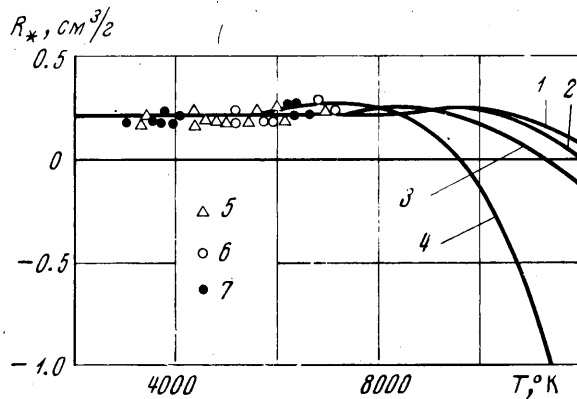
Воздух рассматривался как смесь из 78% азота и 22% кислорода. До температуры 6000° К, когда отсутствует заметная ионизация, учитывались компоненты O_2 , N_2 , O , N , NO ; при температурах свыше 6000° К — O_2 , N_2 , O , N , NO , O_2^+ , N_2^+ , NO^+ , O^+ , e^- . Расчет удельной рефракции проводился по формуле [4]

$$R_* = \frac{2\pi N_A}{\mu} \sum_i a_i x_i, \quad \mu = \sum_i x_i \mu_i$$

где R_* — рефракция смеси газов (воздуха); μ_i , x_i , a_i — молекулярный вес, молярная доля и средняя поляризуемость i -й газовой компоненты; μ — средний молекулярный вес смеси. Эта формула строго справедлива лишь для идеальной смеси газов. Однако ее можно также с известным приближением использовать для вычисления R_* реагирующей смеси, находящейся в термодинамическом равновесии. Молярные доли x_i отдельных компонент в зависимости от температуры и давления воздуха находились из таблиц [5]. При расчетах использовались следующие численные значения поляризуемостей компонент воздуха: $a(N_2) = 1.76 \cdot 10^{-24}$ см³, $a(O_2) = 1.60 \cdot 10^{-24}$ см³, $a(N) = 1.13$

$\cdot 10^{-24} \text{ см}^3$, $a(\text{O}) = 0.77 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$ (экспериментальные значения [3]); $a(\text{NO}) = 1.72 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$, $a(\text{N}_2^+) = 1.44 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$, $a(\text{O}_2^+) = 1.34 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$, $a(\text{O}^+) = 0.513 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$ (теоретически рассчитанные значения). Поляризуемость свободного электрона для длины волны света $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ равна $a(e) = -19.24 \cdot 10^{-24} \text{ см}^3$ [6].

Результаты расчета удельной рефракции воздуха при температурах 2000—12 000° К и различных давлениях p представлены на фиг. 1 в виде сплошных линий 1, 2, 3, 4 для $p = 10, 5, 1, 0.1 \text{ атм}$. Из фиг. 1 следует, что удельная рефракция воздуха остается практически неизменной и по величине, равной постоянной Гладстона — Дейла вплоть до температуры $\sim 6000^\circ \text{ К}$ и изменении давления от 0.1 до 10 атм. Это объясняется отсутствием заметной диссоциации молекул азота, близкими значениями удельных



Фиг. 1

рефракций молекулярного и атомарного кислорода и малым вкладом в величину удельной рефракции воздуха вновь образующихся компонент.

В интервале температур 6000—8000° К с развитием диссоциации азота R_* начинает несколько возрастать. При более высоких температурах ($T > 8000^\circ \text{ К}$) из-за ионизации компонент и образования свободных электронов удельная рефракция воздуха начинает резко уменьшаться. С повышением температуры до 10 000—12 000° К рефракцию воздуха можно рассматривать как рефракцию только электронного газа, не принимая во внимание незначительный вклад остальных частиц. При определенных температурах R_* принимает нулевые значения. Очевидно, что вблизи таких температур изменение показателя преломления с изменением плотности будет незначительным. Это затруднит использование оптических (например, интерференционных) методов, которые будут слабо реагировать на изменение плотности в газе.

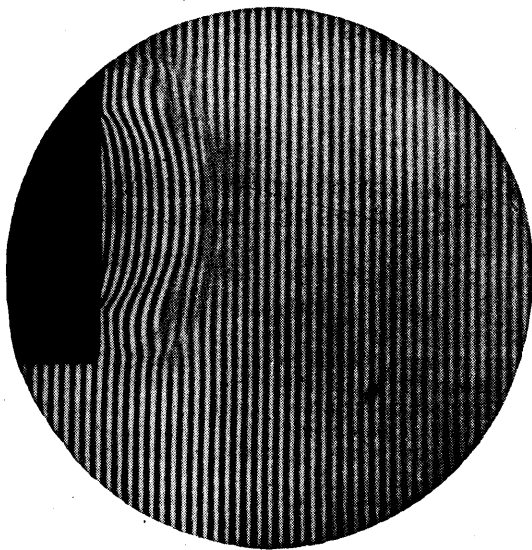
Экспериментальное определение удельной рефракции воздуха при различных температурах и давлениях проводилось в цилиндрической ударной трубе диаметром 50 мм [7, 8] с помощью интерферометра Маха — Цендера типа ИТ-42. Источником света служила импульсная лампа ИФК-50 с длительностью светового импульса 5 мксек. Визуализация потока за фронтом ударной волны осуществлялась на срезе канала ударной трубы, расположенного в вакуумкамере. Скорость распространения фронта ударной волны измерялась ионизационными датчиками, ближайший из которых к измерительному сечению запускал также источник света интерферометра через блок задержки сигнала по времени.

Удельная рефракция определялась по показателю преломления, рассчитанному из интерферограмм потока, и равновесной плотности газа, рассчитанной по измеренной скорости фронта ударной волны и начальному давлению в канале ударной трубы. Из таблиц [5] определялись также соответствующие значения температуры и давления в потоке воздуха за фронтом ударной волны. Для получения температуры потока до $\sim 5500^\circ \text{ К}$ использовалась однодиафрагменная схема ударной трубы, толкающим газом был водород. Для повышения температуры исследуемого газа применялась двухдиафрагменная схема ударной трубы с подогревом [8]. С этой же целью в потоке устанавливался клин с углом полураствора 30° . Типичная интерферограмма свободного потока ($p = 60 \text{ атм}$ водорода, $p_n = 20 \text{ мм рт. ст.}$ воздуха) показана на фиг. 2. Показатель преломления рассчитывался по интерферограммам методом, изложенным в [9].

Результаты экспериментального определения рефракции воздуха в интервале температур 3000—7000° К представлены на фиг. 1 в виде точек 5, 6, 7, соответствующих $p = 1, 0.5, 2 \text{ атм}$. Несистематические отклонения экспериментальных точек от расчетной кривой объясняются, с одной стороны, погрешностями измерения показателя преломления и, с другой стороны, погрешностями определения плотности в потоке за

фронтом ударной волны. Погрешность определения плотности связана в основном с ошибками измерения скорости фронта ударной волны и начального давления в канале ударной трубы и составляет $\Delta\rho/\rho \approx 3\%$. Ошибка измерения показателя преломления обуславливалась следующими факторами: ошибками в изготовлении оптических элементов интерферометра и защитных стекол трубы, наличием примесей (водорода, паров воды) в рабочем газе, нарушением осевой симметрии потока, ошибками при определении смещения интерференционных полос.

Все эти факторы, за исключением последнего, вносили незначительную долю в общую ошибку, что достигалось или учетом их влияния, или сведения их к пренебрежимо малым величинам. Относительная величина средней квадратической



Фиг. 2

ошибки среднего арифметического значения показателя преломления, полученная из усреднения результатов десяти расчетов одного и того же сечения интерферограммы и определяемая в основном ошибкой измерения смещения интерференционных полос, составила 4.8%. Учитывая погрешность измерения плотности, можно заключить, что ошибка определения удельной рефракции не превышала 8.0%.

Полученные экспериментальные значения рефракции воздуха в пределах ошибок измерения удовлетворительно согласуются с ее расчетными значениями, оставаясь постоянными в интервале температур 2000—6000° K независимо от давления.

Таким образом, на основании проведенных расчетов и экспериментальных исследований можно сделать вывод, что определение плотности воздуха по измеренному показателю преломления при температурах до 6000° K можно проводить, используя значение удельной рефракции при нормальных условиях, т. е. постоянную Гладстона — Дейла.

Поступила 17 I 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Физические измерения в газовой динамике и при горении. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
2. Левин Л. М. Температурная зависимость показателя преломления и комбинационное рассеяние второго порядка. Изв. АН СССР, Сер. физ., 1940, т. 4, № 1.
3. Alpher R. A., White D. R. Optical refractivity of high-temperature gases. Phys. Fluids, 1959, vol. 2, No. 2.
4. Волькенштейн М. В. Строение и физические свойства молекул. М.—Л., Изд-во СССР, 1955.
5. Предводителев А. С., Ступоченко Е. В., Самуйлов Е. В., Стаханов И. П., Плешанов А. С., Рождественский И. Б. Таблицы термодинамических функций воздуха

- для температур от 6000 до 12 000° К и давлений от 0.001 до 1000 атмосфер. М., Изд-во АН СССР, 1952.
6. Долгов Г. Г., Мандельштам С. Л. Плотность и температура газа в искровом разряде. ЖЭТФ, 1953, т. 24, вып. 6.
 7. Васильев Л. А., Ершов И. В., Соколенко Э. В., Яничкин В. И. Применение интерферометра с дифракционной решеткой для исследования обтекания моделей в ударной трубе. Докл. АН СССР, 1967, т. 175, № 6.
 8. Ударные трубы. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
 9. Емельянов В. А. О возможности интерферометрического исследования газовых неоднородностей со скачкообразным распределением плотности. Инж.-физ. ж., 1963, т. 4, № 1.
 10. Предводителев А. С., Ступоченко Е. В., Плешанов А. С., Самуйлов Е. В., Рождественский И. Б. Таблицы термодинамических функций воздуха (для температур от 200 до 6000° К и давлений от 0.00001 до 100 атмосфер). М., ВЦ АН СССР, 1962.

УДК 536.25

О КОНВЕКТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ

В. И. БОЯРЧЕНКО, Э. А. ШТЕССЕЛЬ.

(Москва)

В настоящее время изучению естественной конвекции в неньютоновских жидкостях посвящено мало работ [1-3]. Вместе с тем знание условий возникновения естественной конвекции в неньютоновских жидкостях представляет как теоретический интерес, так и может оказаться важным для ряда практических областей.

Настоящая работа посвящена исследованию конвективной неустойчивости в вязкоупругой жидкости.

Рассмотрим слой вязкоупругой жидкости, ограниченной вертикальными бесконечными плоскостями. Вдоль слоя задан постоянный вертикальный градиент температуры A . В качестве уравнения состояния вязкоупругой жидкости принято уравнение, описывающее поведение классической максвелловской жидкости [4]. Тогда уравнения тепловой конвекции в приближении Буссинеска имеют следующий вид:

$$(1) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + (v \nabla) v = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{\rho} \nabla \tau + g \beta T \gamma$$

$$\partial T / \partial t + v \cdot \nabla T = a \Delta T, \quad \operatorname{div} v = 0, \quad \lambda \partial \tau / \partial t = \mu \Delta - \tau$$

Здесь τ — девиатор тензора напряжений, Δ — тензор скоростей деформации, $\lambda = \mu / G$ — время релаксации напряжений, μ — динамический коэффициент вязкости, G — модуль упругости, v — вектор скорости, T — отклонение температуры от некоторого среднего значения, ρ — плотность, p — давление, t — время, a — коэффициент температуропроводности, g — ускорение силы тяжести, β — коэффициент объемного расширения, γ — единичный вектор, направленный против вектора силы тяжести.

Условия стационарного равновесия для системы уравнений (1) имеют вид

$$(2) \quad -\nabla p_0 / \rho + g \beta T_0 \gamma = 0, \quad \Delta T_0 = \tau_0 = 0$$

где p_0 , T_0 , τ_0 — соответствующие равновесные значения давления, температуры и напряжения.

Линеаризованная система уравнений (1) относительно возмущений первого порядка малости имеет частные решения, зависящие от времени по экспоненциальному закону («нормальные» возмущения), т. е.

$$(3) \quad \{v_1, T_1, p_1, \tau_1\} \sim \exp(-\sigma t)$$

где индексом 1 обозначены возмущения величин скорости, давления, температуры и напряжения, σ — декремент возмущений. Комбинируя первое и четвертое уравнения системы (1) и переходя к безразмерному виду с учетом (3), получим

$$-\sigma v = -\nabla p + \frac{1}{1 - \sigma \lambda} \Delta v + Ra \theta \gamma, \quad Ra = g \beta A h^4 / (v a)$$

$$-\sigma Pr \theta = \Delta \theta + v \gamma, \quad \operatorname{div} v = 0, \quad Pr = v / a$$