

сопротивление с отсасыванием оказалось больше соответствующей величины без отсасывания. При этом исследования режима течения в пограничном слое показали, что до $Re=3.5 \cdot 10^6$ на управляемом участке пограничный слой оказался ламинарным. В этом случае существенное повышение буксировочного сопротивления объяснялось большим расходом отсасываемой воды, поскольку коэффициент сопротивления приблизительно равен удвоенному значению коэффициента расхода.

Поступила 14 VII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов Л. Ф. Электротермический метод исследования пограничного слоя моделей при испытаниях в опытовом бассейне. Тр. ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова, 1960, вып. 155.
2. Козлов Л. Ф. Исследование перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на пластине в опытовом бассейне. Сб. «Гидромеханика», 17. Киев, «Наукова думка», 1971.
3. Klebanoff P. S. Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. NACA Rept 1247, 1955.
4. Козлов Л. Ф., Цыганюк А. И. Использование полиномов шестой степени для расчета пограничного слоя при наличии отсасывания. Прикл. механ., 1966, т. 2, вып. 11.

УДК 532.526.2

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВУХСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ

Б. П. КОЛОБОВ, А. Г. СЛЕПЦОВ

(Новосибирск)

В работе излагаются результаты численного исследования устойчивости двухслойного несжимаемого пограничного слоя на плоской пластине. В [1] асимптотическим методом исследуется линейная задача устойчивости плоских двухслойных течений Пуазейля и Куэтта к плоским возмущениям. Для плоских возмущений в виде волн задача устойчивости двухслойных плоскопараллельных течений сводится к задаче на собственные числа и собственные функции для уравнения Орра-Зоммерфельда с разрывными коэффициентами на отрезке $0 \leq y \leq \eta$

$$(1) \quad (D^2 - \alpha^2)^2 \varphi(y) - i \alpha R \tau [(U(y) - c)(D^2 \alpha^2) - U''(y)] \varphi(y)$$

Здесь y — координата, отсчитываемая по нормали к пластине, η — внешняя расчетная граница пограничного слоя, $D = d/dy$, α — волновое число, параметр $c = c_r + i c_i$, c_r — фазовая скорость, c_i — коэффициент нарастания, $U(y)$ — продольная компонента скорости течения, R — число Рейнольдса. Все величины, входящие в (1), безразмерные. Соответствующие им размерные величины будем отмечать звездочкой. Первый слой, прилегающий к пластине, находится в области $0 \leq y \leq \lambda$, а второй — в области $\lambda \leq y \leq \eta$. Обозначим через ρ_i , ν_i , μ_i ($i=1, 2$) соответственно плотность, коэффициент кинематической и динамической вязкости каждого из слоев. Соотношения между размерными и безразмерными величинами имеют вид

$$y = y^*/l, \quad \alpha = \alpha^* l, \quad c = c^*/U_\infty^*, \quad U = U^*/U_\infty^*, \quad R = \sqrt{U_\infty^* x^*}/\nu_2, \quad l = \sqrt{\nu_2 x^*}/U_\infty^*$$

где x^* — координата, отсчитываемая вдоль пластины от передней ее точки в направлении скорости набегающего потока U_∞^* , l — масштаб длины.

В первом и втором слоях соответственно имеем

$$\varphi(y) = \varphi_1(y), \quad U(y) = U_1(y), \quad \tau = \tau_1 = \nu_2/\nu_1$$

$$\varphi(y) = \varphi_2(y), \quad U(y) = U_2(y), \quad \tau = \tau_2 = 1$$

Краевые условия имеют обычный вид

$$(2) \quad \varphi_1 = \varphi_1' = 0, \quad y = 0$$

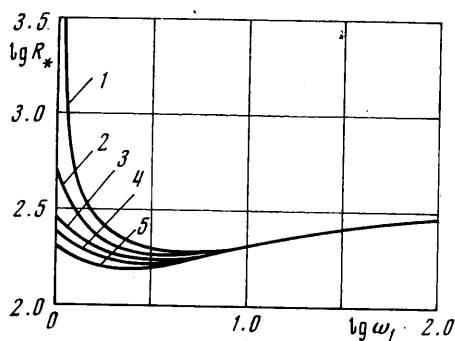
$$(3) \quad \begin{aligned} \varphi_2'' + (\alpha + \vartheta) \varphi_2' + \alpha \vartheta \varphi_2 &= 0, & y = \eta \\ \varphi_2''' + (\alpha + \vartheta) \varphi_2'' + \alpha \vartheta \varphi_2' &= 0 & (\vartheta = \sqrt{\alpha^2 + i\alpha R(1-c)}) \end{aligned}$$

На границе раздела слоев жидкости из требования равенства скоростей и напряжений получаются следующие условия сопряжения [1]:

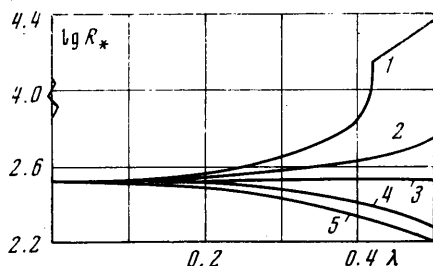
$$(4) \quad \begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_2, & \varphi_1' + \frac{U_1' \varphi_1}{c-U} &= \varphi_2' + \frac{U_2' \varphi_2}{c-U} \\ \omega_1 (\varphi_1'' + \alpha^2 \varphi_1) &= \varphi_2'' + \alpha^2 \varphi_2 \\ \frac{\omega_1}{\omega_2} \left[\frac{1}{\sigma_1} (\varphi_1'' - 3\alpha^2 \varphi_1') - (U-c) \varphi_1' + U_1' \varphi_1 \right] &= \\ &= \frac{1}{\sigma_2} (\varphi_2''' - 3\alpha^2 \varphi_2') - (U-c) \varphi_2' + U_2' \varphi_2 + \frac{\varphi_1}{c-U} \left[\frac{g(\rho_1 - \rho_2)l}{\rho_2 U_\infty^2} + \frac{K\alpha^2}{\rho_2 l U_\infty^2} \right] \end{aligned}$$

Здесь $\omega_1 = \mu_1/\mu_2$, $\omega_2 = \nu_1/\nu_2$, g — ускорение силы тяжести, направленное вдоль y , K — коэффициент поверхностного натяжения, $\sigma_j = i\alpha R \tau_j$.

Из численного исследования обтекания плоской пластины двумя слоями жидкости [2] следует, что если внутренний слой имеет толщину $\lambda \leq 0.6\omega_1$, то профиль ско-



Фиг. 1



Фиг. 2

рости $U_1(y)$ близок к линейному $U_1(y) = 0.332y/\omega_1$, а профиль скорости для внешнего слоя — профиль Блазиуса для обычного пограничного слоя, сдвинутый на величину $\zeta = (1 - 1/\omega_1)\lambda$ от поверхности пластины.

Задача (1)–(4) решается численно методом [3] на произвольной сетке $0 = y_0 < y_1 < \dots < y_N = \eta$. Получающаяся система пятиточечных уравнений решается прогонкой от $y = 0$ и $y = \eta$ в границе раздела слоев $y = \lambda$. Граничные условия (4) дают уравнение $\Delta(\alpha, R, c) = 0$ для определения собственных значений, после чего обратной прогонкой рассчитываются $\varphi(y_k)$. Расчеты проведены в следующем диапазоне параметров

$$1 \leq \omega_1 \leq 10^4, \quad 0.8 \leq \omega_2/\omega_1 \leq 1.2, \quad g = K = 0$$

λ было различным в зависимости от ω_1 : при $\omega_1 = 1$ $0.1 \leq \lambda \leq 0.5$, при $\omega_1 = 10^4$ $0.5 \leq \lambda \leq 20$. На фиг. 1 показана зависимость критического числа Рейнольдса $R_* = f(\omega_1, \omega_2)$ при $\lambda = 0.5$. Здесь кривая 1 соответствует $\omega_2 = 0.8\omega_1$, 2 — $\omega_2 = 0.9\omega_1$, 3 — $\omega_2 = \omega_1$, 4 — $\omega_2 = 1.1\omega_1$, 5 — $\omega_2 = 1.2\omega_1$.

На фиг. 2 представлена зависимость $R_* = f(\lambda, \omega_2)$ при $\omega_1 = 1$. Здесь кривая 1 соответствует $\omega_2 = 0.8$, 2 — $\omega_2 = 0.9$, 3 — $\omega_2 = 1$, 4 — $\omega_2 = 1.1$, 5 — $\omega_2 = 1.2$. Наличие разрыва кривой $f(\lambda, \omega_2)$ (фиг. 2) при $\lambda = 0.42$, $\omega = 0.8$ объясняется исчезновением одной из областей неустойчивости в области малых чисел Рейнольдса. Ниже приводится зависимость от ω_1 собственных чисел в точке с наименьшим R_* при $\omega_2 = 0.8\omega_1$, $\lambda = 0.5$, $c_1 = 0$

ω_1	1.0	1.2	4.0	5.0	10.0	10 000
R_*	21600	507	192	190	208	310
α_*	0.10400	0.14000	0.20000	0.20000	0.20000	0.18000
C_{*1}	0.27757	0.34413	0.41360	0.41443	0.41558	0.39564

Проведенные исследования показывают, что расслаивающийся пограничный слой в основном менее устойчив к возмущениям типа плоских волн, чем обычный пограничный слой. Однако существует область параметров, где устойчивость двухслойного пограничного слоя к таким возмущениям значительно возрастает, и это позволяет надеяться, что введение в пограничный слой жидкости, отличающейся своими свойствами от свойств жидкости в основном потоке, позволит увеличить устойчивость ламинарного пограничного слоя.

Авторы благодарят Н. Н. Яненко и Б. Г. Кузнецова за полезное обсуждение работы.

Поступила 25 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Yih Chia-shun. Stability due to viscosity stratification. J. Fluid Mech., 1967, vol. 27, pt. 2.
2. Колобов В. П. Расчет двухслойного пограничного слоя. Тр. Всесоюзного семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Новосибирск, «Наука», 1969.
3. Колобов В. П., Слепцов А. Г. Новый метод построения разностных схем для обыкновенных дифференциальных уравнений и его применение к решению задачи гидродинамической устойчивости. В сб. «Численные методы механики сплошной среды», т. 3, № 1. Новосибирск, СО АН СССР, 1972.

УДК 533.6.011-1

ИЗЭНТРОПИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ ВОЗДУХА ПРИ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЯХ ТОРМОЖЕНИЯ

Л. М. ДАВЫДОВ, В. М. ЖИРАЛОВ

(Москва)

Расчеты газодинамических параметров воздуха с использованием различных уравнений состояния для реального газа в одномерной постановке проводились в [1-3]. Результаты этих работ имеют ограниченный характер, поскольку уравнение состояния реального газа, входящее в систему исходных уравнений, справедливо для достаточно узкого интервала полных давлений и температур. В работах [4, 5] предложено полуэмпирическое уравнение состояния, которое было использовано в [6, 7] для исследования изэнтропического расширения воздуха и азота. В данной работе предложен метод расчета параметров воздуха при его изэнтропическом расширении от высоких давлений торможения с использованием полуэмпирического уравнения состояния, предложенного в [8]. Проведены расчеты течений для воздуха при давлениях торможения $p_0 = 10-900$ бар и температурах торможения $T_0 = 220-450^\circ$ К в диапазоне чисел Маха $M = 0-6$. В указанном широком диапазоне параметров торможения, где велико влияние сил Ван-дер-Ваальса, расчетами показано значительное изменение безразмерных газодинамических параметров воздуха в зависимости от абсолютных значений давления и температуры торможения. Экспериментальные данные подтверждают правильность результатов расчетов.

1. Для описания состояния реального газа воспользуемся полуэмпирическим уравнением, предложенным в работе [8], которое основано на вириальной форме уравнения состояния и имеет следующий вид:

$$(1.1) \quad \frac{p}{\rho R T_*} = \alpha_0 + \alpha_1 \tau + \beta \psi + \gamma \varphi \quad \left(\tau = \frac{T}{T_*}, \psi = \frac{1}{\tau}, \varphi = \frac{1}{\tau^2} \right)$$