УДК 538.4

ЗАМЕЧАНИЯ К РАБОТЕ Д. МАККЕНЗИ «ЗАДАЧА КЕЛЬВИНА — ГЕЛЬМГОЛЬЦА В ХОЛЛОВСКОЙ ПЛАЗМЕ»

А. Т. ГРАНИК

(Одесса)

Показано, что при скоростях звука, много больших альфвеновских скоростей, устойчивость тангенциальных разрывов в холловской плазме не зависит от эффекта Холла. Этот результат исправляет ошибку, допущенную в [1].

В [1] при рассмотрении устойчивости тангенциального разрыва в магнитогидродинамическом приближении в холловской плазме все возмущения полагаются пропорциональными exp $\{i[\omega t-k_x x-(\mathbf{k}_t\mathbf{x}_t)]\}$ и из общих законов сохранения на поверхности разрыва устанавливается характеристическое уравнение для частоты ω, которое приводится к известным уравнениям для сжимаемой электропроводной жидкости без учета эффекта Холла и для несжимаемой жидкости с учетом этого эффекта. При анализе частных решений этого уравнения допущены неточности. Так, в случае, когда жидкость с одной стороны разрыва горячая (скорость звука много больше альфвеновской скорости b_1), а с другой стороны — холодная ($a_2 \ll b_2$), дисперсионное уравнение в отличие от [1] должно иметь вид

$$(1)\qquad \begin{gathered} k_x^2\rho_1\{[\omega-(\mathbf{U}\cdot\mathbf{k}_1)]^2-(\mathbf{b}_1\cdot\mathbf{k}_1)^2\}=k_{x1}\rho_1[b_2^2k_2^2-(\mathbf{b}_2\cdot\mathbf{k}_2)^2] \\ k_{x1,2}^2+k_t^2=k_{1,2}^2, \qquad b_{1,2}=B_{1,2}(\mu\sqrt{\rho})_{1,2}^{-1} \end{gathered}$$

где B — магнитная индукция, μ — магнитная проницаемость, ρ — плотность и U — скорость невозмущенного потока.

Это уравнение отличается от [1] слагаемым $(\mathbf{b}_1\cdot\mathbf{k}_1)^2$, пренебречь которым можно только в случае сверхальфвеновского потока ($U \gg b_1$).

Уравнение (1) упрощается в предположении $\mathbf{U}\| B \| \mathbf{k}_t$

$$(2)\qquad \frac{4[(z-M_A)^2-\alpha^2]^3}{\delta^2\{4(z-M_A)^4-(\gamma\delta)^2[(z-M_A)^2-\alpha^2]\}}=\frac{(z^2-z_-^2)(z^2-z_+^2)}{z^2-z_\infty^2}z_\infty^2$$

$$z=\frac{\omega k_t}{b_2},\qquad \delta=\frac{2a_1}{\gamma b_2},\qquad \alpha=\frac{b_2}{b_1},\qquad \gamma=\frac{c_p}{c_V},\qquad \beta=\frac{b_2k_t}{\omega_j}$$

где β — параметр Холла, ω_j — ионная частота

$$z_\infty^2=(1+\beta^2)^{-1},\qquad z_{+,-}=\sqrt{1+(\beta/2)^2}\pm\beta/2,\qquad M_A=U/b_1$$

При $a_1 \gg b_2$ ($\delta \gg 1$) вместо (2) с точностью до $O(x/\delta)$ получим

$$(3)\qquad \begin{gathered} \frac{M^4}{M^2-1}=\frac{[x^2-(2z_-/\gamma)^2][x^2-(2z_+/\gamma)^2]}{x^2-(2z_\infty/\gamma)^2}z_\infty^2 \\ x=2z/\gamma,\qquad \alpha/\delta\equiv\gamma b_1/2a_1\ll 1,\qquad M\equiv U/a_1 \end{gathered}$$

где M — число Маха.

Так как в рассматриваемом случае критерий Рауса — Гурвица абсолютной устойчивости не выполняется, то может существовать только режим нейтральной устойчивости. Для этого необходимо и достаточно, чтобы $x^2>0$, т. е.

$$1<M^2<2\gamma^{-2}(\sqrt{1+\gamma^2}-1)\equiv M_0$$

Таким образом, уравнение (3) имеет неустойчивые корни при

$$(4)\qquad M_0<M<1$$

Появление неустойчивых корней не зависит от эффекта Холла в отличие от вывода, сделанного в [1] и связанного с тем, что нижняя граница неравенства (4) в [1] вычислена неверно: отсутствует множитель z_∞^2 в правой части уравнения (3).

Физически независимость устойчивого тангенциального разрыва от эффекта Холла может быть объяснена тем, что возмущения, вызываемые этим эффектом, пренебрежимо малы по сравнению со звуковыми возмущениями, которые приводят к неустойчивости.

Если $a_1 \ll b_2$ $(\delta \ll 1)$, то в (2) вместо $z = {}^1/_2 \gamma\delta y$ по [1] необходимо положить $z = M_A + {}^1/_2\gamma\delta y$. Тогда с точностью до $O(\gamma\delta y/M_A)$ (а не $O(\gamma\delta/yM_A)$, как в [1]) получим

$$\frac{y^4}{y^2-1} = \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 \frac{(M_A{}^2-z_-{}^2)(M_A{}^2-z_+{}^2)}{M_A{}^2-z_\infty{}^2} z_\infty{}^2 \equiv A \tag{5}$$

Неустойчивые корни (5) имеются при $0<A<4$. Это неравенство приведет к следующим условиям неустойчивости тангенциальных разрывов

$$z_+ < M_A < M^+, \qquad M^- < M_A < z_\infty$$

$$M^\pm = \left(\frac{\gamma^2+1+z_\infty{}^2 \pm \sqrt{(\gamma^2+1+z_\infty{}^2)^2 - 4z_\infty{}^4(\gamma^2+1)}}{2z_\infty{}^2}\right)^{1/2}$$

Эти условия отличаются от приведенных в [1], что также связано с отсутствием множителя $z_\infty{}^2$ в правой части (3), и определяют область устойчивости для малых z_∞ (больших параметров Холла), которая оказывается более широкой, чем в [1].

Поступила 31 I 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *McKenzie J. F.* The hydromagnetic Kelvin – Helmholtz problem in a Hall plasma. J. Plasma Phys., 1971, vol. 5, pt 2.

Технический редактор *Э. Ф. Бунова*

Сдано в набор 17/V-1974 г. Т-12061 Подписано к печати 30/VII-1974 г. Тираж 1935 экз.
Зак. 649 Формат бумаги 70×108¹/₁₆ Усл. печ. л. 16,8+1 вкл. Бум. л. 6. Уч.-изд. л. 17,9

2-я типография издательства «Наука». Москва, Шубинский пер., 10