

УДК 533.6.011

ОКРЕСТНОСТЬ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ТУПОГО ТЕЛА В ДВУХФАЗНОЙ ГИПЕРЗВУКОВОЙ СТРУЕ

Н. Е. ХРАМОВ

(Москва)

Рассмотрено течение в окрестности критической точки тупого тела, помещенного в двухфазную сильно недорасширенную гиперзвуковую струю. Численно проинтегрировано уравнение движения твердых частиц в ударном слое перед сферой и цилиндром. В отличие от работ [1, 2] набегающий двухфазный поток рассматривался неравномерным по углу наклона вектора скорости, а также использовалось несколько иное решение для течения в окрестности критической точки тупого тела, обтекаемого однофазной струей.

Показано влияние неравномерности потока перед ударной волной на коэффициент осаждения в окрестности критической точки.

Течение в свободной двухфазной сверхзвуковой струе в отличие от течения внутри сопла изучено мало и в настоящее время практически отсутствует информация о режимах обтекания в относительном движении, размере, скорости и траектории частиц конденсированной фазы, влиянии конденсированной фазы на течение газа.

Ниже при анализе течения в окрестности критической точки тупого тела были сделаны следующие предположения: конденсированная фаза состоит из твердых частиц одного размера; в невозмущенной струе запаздывание по температуре газа и твердых частиц отсутствует; массовый расход твердых частиц таков, что частицы не оказывают влияния на параметры невязкого течения как перед ударной волной, так и в ударном слое; столкновение между частицами отсутствует.

Используем для коэффициента сопротивления частиц аппроксимирующую формулу $C_D = a \text{Re}^{-n}$ [1], где a, n — эмпирически подобранные константы, свои для каждого диапазона чисел Рейнольдса Re . Тогда уравнение движения частиц, выражающее баланс сил инерции и сил сопротивления, можно записать в виде

$$(1) \quad K \frac{dU}{dt} = q^{1-n}(u-U), \quad K = \left(\frac{2s+n}{3a} \right) \left(\frac{\rho_1}{\rho} \right) \left(\frac{r}{R} \right)^{1+n} \left(\frac{\rho R V_\infty}{\mu} \right)^n,$$

$$q = [(u-U)(u-U)]^{1/2}$$

$$uV_\infty = u', \quad UV_\infty = U', \quad qV_\infty = q', \quad tR/V_\infty = t'.$$

Здесь u' — скорость газа, U' — скорость частицы, t' — время, q' — скорость частиц относительно газа, V_∞ — модуль скорости газа, ρ — плотность за ударной волной, ρ_1 — плотность частиц, μ — вязкость за ударной волной, R — характерный размер.

Параметр K является мерой способности частиц достичь местной скорости газа. Условия $K \ll 1$ и $K \gg 1$ соответствуют случаям, когда равновесное состояние достигается быстро или медленно, при $K \sim 1$ частицы будут изменять свою скорость в течение всего процесса движения.

В общем случае в набегающем неравномерном потоке необходимо рассматривать запаздывание между фазами по модулю и расхождение по углу наклона вектора скорости.

Поэтому в окрестности оси струи угол наклона вектора скорости u и U представим в виде

$$\theta = mx + \dots, \quad \theta' = m'x + \dots \quad (m \geq m')$$

где x, y — система криволинейных координат, соответственно направленных вдоль и по нормали к поверхности тела с началом в передней критической точке.

Тогда, если через c обозначить отношение модулей скорости твердых частиц и газа непосредственно перед ударной волной, то для составляющих скорости U в направлении x и y будем иметь

$$U_0 = cm'x + \dots, \quad V_0 = -c$$

Используя гиперзвуковой характер течения в струе для умеренных значений m' , предположим [1], что за ударной волной $V \gg u, v, U$. Отсюда скорость q , согласно определению, будет равна просто скорости частиц в набегающем невозмущенном потоке, т. е. $q = c$.

Уравнения траектории частиц, граничные и начальные условия примут вид

$$(2) \quad K \frac{dU}{dt} = c^{1-n}(u-U), \quad K \frac{dV}{dt} = -c^{1-n}V$$

$$U_0 = cm'x, \quad V_0 = -c, \quad y = \delta \quad (t=0)$$

где δ — отход ударной волны на оси струи.

Проинтегрировав второе уравнение (2) и уравнение $V = dy/dt$, получим

$$(3) \quad \delta - y = c^n K [1 - \exp(-c^{1-n}t/K)]$$

Первое уравнение (2) можно переписать в виде

$$(4) \quad K d^2x/dt^2 = c^{1-n}(u - dx/dt)$$

Значение составляющей скорости u берется из решения задачи о взаимодействии невязкой однофазной струи с преградой [3] соответственно в плоском и осесимметричном случаях

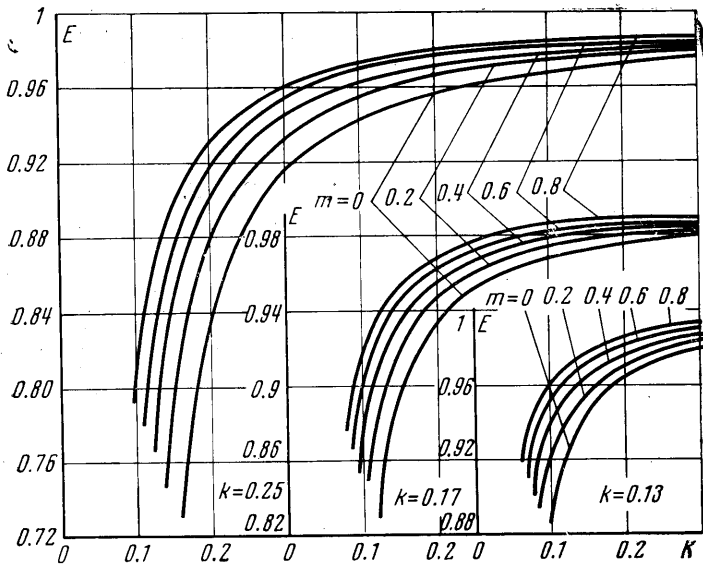
$$(5) \quad u = xf_0', \quad f_0 = rR_* \sqrt{2k\beta} \operatorname{sh}(y/kR_*)$$

$$\beta = R_*^{-2}(1 + R_*/2R_1), \quad \delta/kR_* = 1/2 \ln 2/k$$

$$(6) \quad u = xf_0'/2, \quad f_0 = 2\sqrt{2k\beta}y + (k - 2\delta\sqrt{2k\beta})(y/\delta)^2$$

$$\beta = \frac{1}{R_*^2} \left(1 + \frac{R_*}{3R_1} \right), \quad \frac{\delta}{kR_*} = \frac{1}{1 + \sqrt{2k}}, \quad \frac{1}{R_*} = m + \frac{1}{R_1}$$

Здесь R_* — эффективный радиус кривизны ударной волны, R_1 — истинный радиус кривизны ударной волны, k — отношение плотностей до и после прямой ударной волны, малый параметр.



Фиг. 1

Решение (5), (6) носит локальный характер и описывает течение в некоторой окрестности критической точки, которую определим длиной дуги на поверхности тела x_{\max} .

Особый интерес представляет коэффициент осаждения: отношение массы падающих частиц в указанной окрестности к массе частиц, которые достигли бы ее в отсутствие ударного слоя. Для определения коэффициента осаждения необходимо знать траекторию частицы, проходящую через некоторую точку x_s ударной волны и встречающуюся с поверхностью тела в точке x_{\max} .

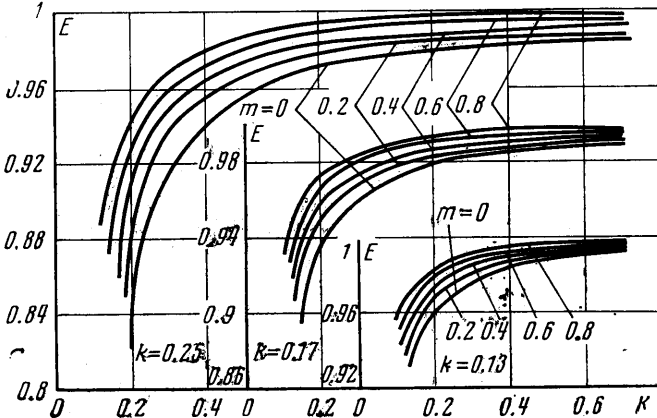
Для удобства интегрирования вводится переменная $\zeta = x/x_s$. Тогда, подставив значение u для плоского и осесимметричного случая в уравнение (4), получим соответственно

$$(7) \quad Kd^2\zeta/dt^2 = c^{1-n}[\zeta\sqrt{2k\beta} \operatorname{ch}(y/kR_*) - d\zeta/dt]$$

$$Kd^2\zeta/dt^2 = c^{1-n}\{\zeta[\sqrt{2k\beta} + (k-2\delta\sqrt{k\beta})y/\delta^2] - d\zeta/dt\}$$

с начальными условиями $d\zeta/dt = cm'$, $\zeta = 1$ при $t = 0$.

Численное интегрирование уравнений (7) проводилось методом Рунге – Кутта от начального момента $t = 0$ до момента времени t , при котором достигалось условие $y = 0$. Полученное при этом значение $\zeta_{\max} = x_{\max}/x_s$ позволяет определить коэффициент



Фиг. 2

осаждения E , который в рамках сделанных предположений вычислялся по формуле

$$E = [x_s/x_{\max}(1 - m'\delta)]^\nu$$

где $\nu = 1$ для цилиндра, $\nu = 2$ для сферы.

Основными параметрами, определяющими коэффициент осаждения, являются интенсивность ударной волны, которая задается отношением плотностей k , параметры m и m' , характеризующие расхождение потока газа и твердых частиц в окрестности оси симметрии струи, отношение s модулей скорости твердых частиц и газа, а также характеристики частиц, которые объединены в параметре K .

Расчеты проводились для цилиндра и сферы в следующем диапазоне параметров:

$$k = 0.09 \div 0.25, \quad m = 0 \div 0.8, \quad \delta/c^n < K \leq 2.$$

Из уравнения (3) следует, что условие $y = 0$ может быть выполнено только при $K > \delta/c^n$, т. е. в рамках рассматриваемой теории при $K \leq \delta/c^n$ соударения частиц с поверхностью нет.

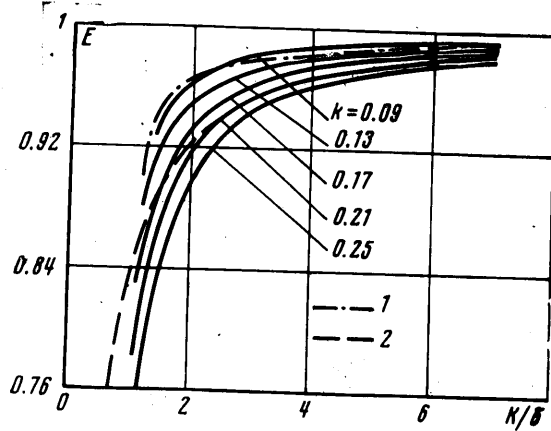
Согласно результатам численного расчета параметров двухфазных сверхзвуковых струй, отношение s модулей скорости частиц и газа в окрестности струи, начиная с некоторого расстояния от среза сопла, остается постоянным и в зависимости от исходных данных на срезе сопла меняется в пределах 0.95–0.98.

Проведенные расчеты для $s = 0.95 \div 1$ при $n = 0$ и $n = 1$ показали, что параметр s в указанном диапазоне практически не влияет на величину коэффициента осаждения, поэтому все приведенные ниже результаты получены при $s = 1$, т. е. в предположении, что запаздывания по модулю скорости нет.

Значение параметра m' бралось для двух крайних случаев: $m' = 0$, т. е. в начальный момент времени частицы в рассматриваемой окрестности имеют траектории, параллельные оси струи, и $m' = m$, т. е. расхождения по углу наклона вектора скорости между фазами нет.

На фиг. 1 и 2 соответственно для $m' = 0$ и $m' = m$ показано распределение коэффициента осаждения E для различных k в зависимости от параметров K и m . Для всех исходных данных характерным является то, что при значении параметра K , чуть превышающем δ , величина коэффициента осаждения интенсивно возрастает и стремится асимптотически к единице.

Наблюдается зависимость от параметра m , причем эффект расхождения набегающего потока приводит к увеличению коэффициента осаждения. Это объясняется, очевидно, тем, что, с ростом параметра m уменьшается толщина ударного слоя и его влияние становится менее заметным, поскольку сокращается протяженность траектории частицы в ударном слое и, следовательно, уменьшается ее отклонение от траектории в невозмущенном потоке.



Фиг. 3

Изменение угла наклона вектора скорости частиц в начальный момент слабо влияет на величину коэффициента осаждения. Действительно, как показывают фиг. 1 и 2, кривые распределения E для случаев $m'=0$ и $m'=m$ различаются незначительно.

Зависимость коэффициента осаждения от параметра K/d для каждого k описывается практически единой кривой для цилиндра и сферы и всех значений параметров $m=0 \div 0.8$ и $m'=0 \div 0.8$ (фиг. 3), причем в отличие от результатов [1] для различных k кривые в области наибольшего изменения заметно различаются. Аналогичный результат получен в [2]. Это объясняется, по-видимому, тем, что в [1] используется решение для течения газа в окрестности критической точки, слабо зависящее в рассматриваемом диапазоне от параметра k (результаты приведены для $k=0.083 \div 0.166$).

В частности, отход ударной волны на оси симметрии перед сферой для указанного диапазона k применяется в пределах $\delta=0.045 \div 0.057$, в то время как по формулам [2, 3] для того же диапазона k имеем соответственно $\delta=0.058 \div 0.1$ и $\delta=0.064 \div 0.13$.

При $K \rightarrow \delta$, $y \rightarrow 0$, $V \rightarrow 0$, допущение $V \gg v$ не выполняется. Поэтому в окрестности значений $K \sim \delta$ величина коэффициента осаждения для других теоретических моделей может быть отличной от приведенной здесь, что подтверждает сравнение с результатами [2], но это, по-видимому, не должно качественно изменить характер влияния на него параметров m , m' и s .

Поступила 20 II 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Probstein R. F., Fassio F. Dusty hypersonic flows. AIAA Journal, 1970, vol. 8, No. 4.
2. Waldman G. D., Reinecke W. G. Partical trajectories heating, and breakup in hypersonic shoch layers. AIAA Journal, 1971, vol. 9, No. 6.
3. Лунев В. В., Храмов Н. Е. Течение в окрестности критической точки тупого тела в расходящемся гиперзвуковом потоке. Изв. АН СССР, 1970, № 3.