

при закачке воды соединяются, снова образуя сплошной язык. Этот язык прогрессивно удлиняется от цикла к циклу, обводняя сток масла. Зона двухфазного течения флюидов в эксперименте отличается разрывным строением.

Таким образом, эксперимент подтверждает гипотезу о том, что при действии источников и стоков управляющего назначения колебательно протекающий двухфазный фильтрационный поток обладает разрывным макростроением. Это должно быть учтено при технологическом проектировании подземных хранилищ газа, в которых это может произойти.

Необходимо дальнейшее экспериментальное изучение колебательно протекающих процессов двухфазной фильтрации, осложненных действием источников и стоков управляющего назначения, и создание математической теории, адекватной действительной физической картине их протекания.

Поступила 2 X 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Евгеньев А. Е.* Экспериментальные исследования процессов вытеснения воды газом и газа водой и способа их интенсификации. В кн. «Хранение газа в горизонтальных и пологозалегающих водоносных пластах». М., «Недра», 1968.
2. *Boucher M., Marrast J.* Etude sur modeles numerique et physique des possibilites de stockage de gaz naturel en couches horizontales. Rev. Inst. Frans. Petrol., 1969, vol. 24, No. 11.
3. *Эфрос Д. А.* Исследования фильтрации неоднородных систем. Л., Гостоптехиздат, 1963.
4. *Швидлер М. И., Леви Б. И.* Одномерная фильтрация несмешивающихся жидкостей. М., «Недра», 1970.

УДК 532.546.06

О ВЛИЯНИИ ВОЛНЕНИЯ НА ФИЛЬТРАЦИЮ ПОД ГИДРОТЕХНИЧЕСКИМИ СООРУЖЕНИЯМИ

И. Б. БАСОВИЧ

(Москва)

В работе рассматривается задача о влиянии волнения на фильтрацию несжимаемой жидкости под плоским флюидбером в грунте бесконечной глубины. Выражение для потенциала течения преобразуется к виду, удобному для численного интегрирования. Приводятся результаты численных расчетов.

Предполагается, что уровни воды H_1 и H_2 в верхнем $-\infty < x < b$ и нижнем $b < x < \infty$ бьефах — заданные функции x и t

$$(1) \quad H_1(x, t) = H_1 = \text{const}, \quad H_2(x, t) = H_2 + (A \sin \pi x/c + B \cos \pi x/c) \sin \omega t$$

Тогда комплексный потенциал скорости фильтрации имеет вид [1]

$$(2) \quad W(z, t) = k \frac{H_1 - H_2}{\pi} \arcsin \frac{z}{b} - k \frac{H_1 + H_2}{2} - \\ - \frac{kA(z^2 - b^2)^{1/2}}{\pi i} \sin \omega t \int_b^{\infty} \frac{\sin(\pi \eta/c) d\eta}{(\eta^2 - b^2)^{1/2}(\eta - z)} - \\ - \frac{kB(z^2 - b^2)^{1/2}}{\pi i} \sin \omega t \int_b^{\infty} \frac{\cos(\pi \eta/c) d\eta}{(\eta^2 - b^2)^{1/2}(\eta - z)}$$

Вводя безразмерные переменные

$$\tau = \omega t, \quad \xi = \eta/b, \quad a = \pi b/c, \quad x = z/b$$

из (1) и (2) будем иметь для напора $h(x, \tau)$ в верхнем и нижнем бьефах соответственно

$$h(x, \tau) = H_1, \quad -\infty < x < -1 \\ h(x, \tau) = H_2 + (A \sin ax + B \cos ax) \sin \tau, \quad 1 < x < \infty$$

в основании флютбета $-1 < x < 1$

$$h(x, \tau) = -\frac{H_1 - H_2}{\pi} \arcsin x + \frac{H_1 + H_2}{2} + \\ + \left(A \int_1^\infty \frac{\sin a\xi d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)} + B \int_1^\infty \frac{\cos a\xi d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)} \right) \frac{(1 - x^2)^{1/2}}{\pi} \sin \tau$$

Введем обозначения

$$P(a, x) = \int_1^\infty \frac{\sin a\xi d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)}, \quad R(a, x) = \int_1^\infty \frac{\cos a\xi d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)}$$

Преобразуем выражения для $P(a, x)$ и $R(a, x)$

$$P(a, x) = \int_1^\infty \frac{\sin a\xi - \sin ax}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)} d\xi + \sin ax \int_1^\infty \frac{d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)}$$

$$\sin a\xi = \sin a(\xi - x) \cos ax + \cos a(\xi - x) \sin ax$$

Тогда

$$P(a, x) = \cos ax \int_1^\infty \frac{\sin a(\xi - x) d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)} + \sin ax \int_1^\infty \frac{\cos a(\xi - x) - 1}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)} d\xi + \sin ax f(x)$$

$$f(x) = \int_1^\infty \frac{d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)}$$

Обозначим

$$M(a, x) = \int_1^\infty \frac{\sin a(\xi - x) d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)}$$

$$L(a, x) = \int_1^\infty \frac{\cos a(\xi - x) - 1}{(\xi^2 - 1)^{1/2}(\xi - x)} d\xi$$

Дифференцируя $M(a, x)$ и $L(a, x)$ по a , получим [2]

$$M_a' = \int_1^\infty \frac{\cos a(\xi - x)}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} d\xi = \cos ax \int_1^\infty \frac{\cos a\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} d\xi + \sin ax \int_1^\infty \frac{\sin a\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} d\xi$$

$$L_a' = \sin ax \int_1^\infty \frac{\cos a\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} d\xi - \cos ax \int_1^\infty \frac{\sin a\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} d\xi$$

$$\int_1^\infty \frac{\cos a\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} d\xi = -\frac{\pi}{2} N_0(a), \quad \int_1^\infty \frac{\sin a\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2}} d\xi = \frac{\pi}{2} J_0(a)$$

где $J_0(a)$ — функция Бесселя первого рода нулевого порядка, $N_0(a)$ — функция Бесселя второго рода нулевого порядка. Отсюда имеем

$$M(a, x) = \frac{\pi}{2} \int_0^a [\sin a_1 x J_0(a_1) - \cos a_1 x N_0(a_1)] da_1$$

$$L(a, x) = -\frac{\pi}{2} \int_0^a [\cos a_1 x J_0(a_1) + \sin a_1 x N_0(a_1)] da_1$$

Тогда

$$P(a, x) = \cos ax M(a, x) + \sin ax L(a, x) + \sin ax f(x) = \\ = \frac{\pi}{2} \int_0^a [\sin(a_1 - a) x J_0(a_1) - \cos(a_1 - a) x N_0(a_1)] da_1 + \sin ax f(x)$$

Преобразуем интеграл

$$f(x) = \int_1^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2} (\xi - x)}$$

Сделаем замену $\xi = 1/\sin t$ [2]

$$\int_1^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi^2 - 1)^{1/2} (\xi - x)} = \int_0^{\pi/2} \frac{dt}{(1 - x \sin t)} = \frac{2}{(1 - x^2)^{1/2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{1/2}$$

Тогда имеем

$$P(a, x) = \frac{\pi}{2} \int_0^a [\sin(a_1 - a) x J_0(a_1) - \cos(a_1 - a) x N_0(a_1)] da_1 + \\ + \frac{2 \sin ax}{(1 - x^2)^{1/2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{1/2}$$

Совершенно аналогично получаем выражение для $R(a, x)$

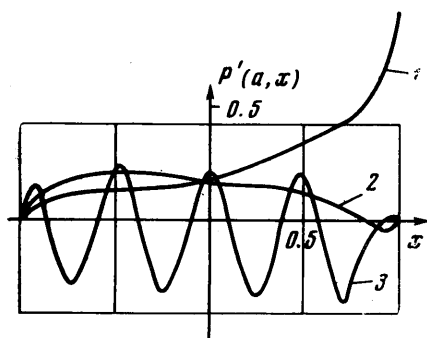
$$R(a, x) = -\frac{\pi}{2} \int_0^a [\cos(a_1 - a) x J_0(a_1) + \sin(a_1 - a) x N_0(a_1)] da_1 + \\ + \frac{2 \cos ax}{(1 - x^2)^{1/2}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^{1/2}$$

Выражение для напора $h(x, \tau)$ при $-1 < x < 1$ теперь имеет вид

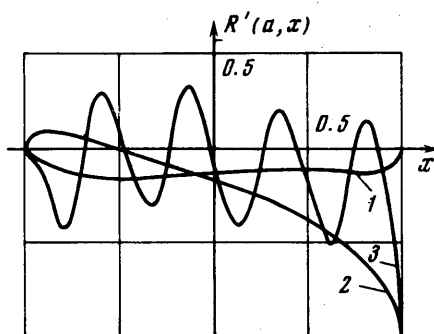
$$h(x, \tau) = -\frac{H_1 - H_2}{\pi} \operatorname{arc} \sin x + \frac{H_1 + H_2}{2} + [AP'(a, x) + BR'(a, x)] \sin \tau$$

$$P' = (1 - x^2)^{1/2} P / \pi, \quad R' = (1 - x^2)^{1/2} R / \pi$$

Для функции $P'(a, x)$ и $R'(a, x)$ были проведены численные расчеты.



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1.2 изображены графики функций $P'(a, x)$ и $R'(a, x)$. Кривые 1, 2, 3 соответствуют значениям $a = \pi/2, \pi, 5\pi$.

Автор благодарит М. Н. Мякишину за проделанные расчеты.

Поступила 1 III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гостехиздат, 1952.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1963.

УДК 533.15

НЕКОТОРЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ О ВЫТЕСНЕНИИ ГАЗА ГАЗОМ ИЗ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

С. Н. БУЗИНОВ, М. А. ПЕШКИН

(Москва)

В связи с разработкой газоконденсатных месторождений методом обратной закачки сухого газа приводятся результаты экспериментального исследования вытеснения газа газом на трубных моделях однородных пористых сред различной проницаемости.

Физическая картина вытеснения газа газом из пористой среды во многом аналогична смешивающемуся вытеснению жидкостей, но может существенно отличаться по количественным характеристикам, так как коэффициент диффузии газа при нормальном давлении на четыре порядка, а при пластовом давлении на два порядка больше, чем коэффициент диффузии жидкостей.

Основной интерес в таком процессе представляет зона смеси, протяженность которой определяет необходимое количество вытеснителя для полного извлечения исходного продукта. Длина зоны смеси зависит от таких факторов, как скорость фильтрации, продолжительность процесса, характеристики пористой среды и физические свойства жидкости.

Вытеснение смешивающихся жидкостей одинаковой вязкости и плотности из пористой среды описывается уравнением диффузии с конвективным членом, из которого следует зависимость длины зоны смеси l от коэффициента дисперсии D и времени процесса t

$$(1) \quad l \sim \sqrt{Dt} = \sqrt{DLu^{-1}}$$

где L — путь вытеснения, а u — скорость.

Исследования [1-4], проведенные в основном на жидкостях, показали, что увеличение длины зоны смеси пропорционально корню квадратному из пройденного расстояния.

Коэффициент дисперсии для различных фильтрационных систем определяется обычно экспериментальным путем и его зависимость от параметров процесса принято выражать в критериальной форме

$$(2) \quad D/D_0 = 1/E + \varphi(d_p u/D_0)^n$$

где D_0 — коэффициент молекулярной диффузии, d_p — средний размер частиц пористой среды, E — коэффициент извилистости, φ и n — коэффициенты, зависящие от характера пористой среды и ее однородности. Графическое изображение результатов экспериментов в виде зависимости $D/D_0 = f(d_p u/D_0)$ позволяет указать область, где определяющей является молекулярная диффузия ($D/D_0 = \text{const}$), и область конвективного перемешивания ($d_p u/D_0 \geq 10^{-1}$), где $D/D_0 \sim u^n$.

Эксперименты с различными пористыми средами показали, что коэффициенты в (2) могут колебаться в весьма широких пределах. Так, например, коэффициент извилистости для большинства насыпных сред $E \approx 1.5$, однако для некоторых песчаников, доломитов и известняков он возрастает до 10 и более [5]. Это означает, что в области молекулярной диффузии расчетная оценка коэффициента дисперсии может привести к ошибке в 10 раз, а в оценке длины зоны смеси — в 3 раза. Показатель степени n в (2) по данным [6] колеблется в пределах $n = 1.17 \div 1.24$, а по данным [7] $n = 1.0 \div 1.5$. Это означает, что в области конвективной дисперсии ошибка в оценке коэффициента дисперсии может достигать, например, 30 раз при $d_p u/D_0 = 10^{-1}$ и 3 раз при $d_p u/D_0 = 10$. Такое большое различие в коэффициентах дисперсии для одних и тех же чисел $d_p u/D_0$ принято объяснять прежде всего фактором неоднородности пористых сред. При существующем уровне знаний расчетная оценка коэффициента дисперсии и длины зоны смеси из-за малой точности не целесообразна.