

## ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СЖИМАЕМОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

А. А. ЗАЙЦЕВ, М. М. СИВАРАМАКРИШНАН

(Москва)

Задача об устойчивости сжимаемого пограничного слоя в отличие от несжимаемого содержит много параметров и требует рассмотрения трехмерных возмущений. Важное значение приобретает поперечная компонента основной скорости, тепловой режим на стенке и т. д. Изучение всех аспектов этой задачи требует систематических расчетов с помощью современных вычислительных машин. По устойчивости сжимаемого пограничного слоя относительно трехмерных возмущений имеются немногие расчеты для частных случаев. Из этих расчетов (см., например, [1]) следует важность рассмотрения трехмерных возмущений и учета поперечной компоненты скорости основного течения. Многие вопросы еще не изучены. Кроме громоздкости задачи имеются чисто математические трудности, связанные с наличием малого параметра при старших производных в дифференциальных уравнениях для возмущений, что влечет за собой потерю точности в процессе расчетов.

В настоящей работе отработан алгоритм решения задачи об устойчивости сжимаемого пограничного слоя относительно трехмерных возмущений с учетом поперечной компоненты основной скорости на основе метода прогонки. Проведены расчеты устойчивости пограничного слоя на плоской теплоизолированной пластине, выяснено влияние поперечной компоненты основной скорости и трехмерности возмущений на устойчивость при различных числах Маха.

Исследование устойчивости течения в пограничном слое проводится путем наложения на основное течение малых возмущений и анализа их поведения со временем. Параметры основного течения берутся при том фиксированном значении продольной координаты, в окрестности которого исследуется устойчивость. Таким образом, коэффициенты линеаризованных уравнений для возмущений оказываются зависящими только от поперечной координаты, что позволяет рассматривать волновые возмущения в прямоугольной системе координат  $x, y, z$ , ось  $x$  которой направлена вдоль основного течения, ось  $y$  перпендикулярна стенке, возмущения представляются в виде

$$(1) \quad \begin{aligned} u' &= f(y)\kappa, & v' &= \alpha_1 \varphi(y)\kappa, & w' &= h(y)\kappa \\ \rho' &= r(y)\kappa, & p' &= \pi(y)\kappa, & T' &= \theta(y)\kappa \\ \mu' &= (d\mu/dT)\theta(y)\kappa, & \kappa &= \exp[i(\alpha_1 x + \alpha_3 z - \alpha_1 ct)] \end{aligned}$$

Здесь  $u', v', w'$  проекции возмущений скорости на оси  $x, y, z$ ;  $\rho', p', T', \mu'$  — возмущения плотности, давления, температуры и коэффициента вязкости соответственно;  $\alpha_1, \alpha_3$  — действительные волновые числа;  $c$  — комплексная скорость волны в направлении оси  $x$ . Основное течение при выбранном значении продольной координаты в пограничном слое характеризуется числами Рейнольдса ( $R$ ), Маха ( $M$ ), Прандтля ( $\sigma$ ) и безразмерными функциями  $u(y), v(y), w=0, \rho(y), T(y), \mu(y)$ , представляющими соответственно проекции скорости на оси  $x, y, z$ , плотность, температуру и коэффициент вязкости.

Подстановка (1) в линеаризованные уравнения Навье — Стокса, энергии, неразрывности и состояния (уравнение Клайперона) [2] приво-

ДИТ К СИСТЕМЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$(2) \quad \left\{ \frac{i\alpha_1}{T}(u-c) + \frac{\mu}{R} \left( \frac{4}{3} \alpha_1^2 + \alpha_3^2 \right) \right\} f + \left\{ \frac{v}{T} - \frac{T'}{R} \frac{d\mu}{dT} \right\} f' +$$

$$+ \left\{ -\frac{\mu}{R} \right\} f'' + \left\{ \frac{\alpha_1 u'}{T} - i\alpha_1^2 \frac{T'}{R} \frac{d\mu}{dT} \right\} \varphi - i \frac{\alpha_1^2}{3R} \mu \varphi' +$$

$$+ \left\{ \frac{i\alpha_1}{\gamma M^2} + \frac{v u'}{T} \right\} \pi + \left\{ i \frac{2}{3} \frac{\alpha_1 v'}{R} \frac{d\mu}{dT} - \frac{u''}{R} \frac{d\mu}{dT} - \frac{v u'}{T^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{T' u'}{R} \frac{d^2 \mu}{dT^2} \right\} \theta - \frac{u'}{R} \frac{d\mu}{dT} \theta' + \frac{1}{3} \frac{\alpha_1 \alpha_3}{R} \mu h = 0$$

$$(3) \quad \left\{ i \frac{2}{3} \frac{\alpha_1 T'}{R} \frac{d\mu}{dT} \right\} f - \left\{ \frac{i\alpha_1 \mu}{3R} \right\} f' + \left\{ \frac{i\alpha_1^2 (u-c)}{T} + \right.$$

$$+ \frac{\alpha_1 \mu}{R} (\alpha_1^2 + \alpha_3^2) + \frac{\alpha_1 v'}{T} \left. \right\} \varphi + \left\{ \frac{\alpha_1 v}{T} - \frac{4}{3} \frac{\alpha_1 T'}{R} \frac{d\mu}{dT} \right\} \varphi' -$$

$$- \frac{4}{3} \frac{\alpha_1 \mu}{R} \varphi'' + \frac{v v'}{T} \pi + \frac{\pi'}{\gamma M^2} + \left\{ -\frac{v v'}{T^2} - i \frac{\alpha_1}{R} u' \frac{d\mu}{dT} - \right.$$

$$\left. - \frac{4}{3} \frac{v''}{R} \frac{d\mu}{dT} - \frac{4}{3} \frac{T' v'}{R} \frac{d^2 \mu}{dT^2} \right\} \theta - \frac{4}{3} \frac{v'}{R} \frac{d\mu}{dT} \theta' +$$

$$+ i \frac{2}{3} \frac{T' \alpha_3}{R} \frac{d\mu}{dT} h - \frac{1}{3} i \frac{\alpha_3}{R} \mu h' = 0$$

$$(4) \quad \left\{ -\frac{1}{3} \frac{\alpha_1 \alpha_3}{R} \mu \right\} f + \left\{ i \frac{\alpha_1 \alpha_3}{R} T' \frac{d\mu}{dT} \right\} \varphi + \frac{\alpha_1 \alpha_3}{3R} \varphi' -$$

$$- \frac{i\alpha_3}{\gamma M^2} \pi + \left\{ -\frac{i\alpha_1}{T} (u-c) - \frac{\mu}{R} \left( \alpha_1^2 + \frac{4}{3} \alpha_3^2 \right) \right\} h +$$

$$+ \left\{ \frac{T'}{R} \frac{d\mu}{dT} - \frac{v}{T} \right\} h' + \frac{\mu}{R} h'' - i \frac{2}{3} \frac{\alpha_3 v'}{R} \frac{d\mu}{dT} \theta = 0$$

$$(5) \quad \left\{ i\alpha_1 (\gamma-1) + i \frac{4}{3} \frac{\mu}{R} \gamma (\gamma-1) M^2 \alpha_1 v' \right\} f + i\alpha_3 (\gamma-1) h +$$

$$+ \left\{ -2u' \frac{\mu}{R} \gamma (\gamma-1) M^2 \right\} \varphi + \left\{ v M^2 \frac{T'}{T} + (\gamma-1) M^2 v' \right\} \frac{\pi'}{M^2} +$$

$$+ \left\{ \frac{i\alpha_1}{T} (u-c) - \frac{v}{T} (\ln T)' - \gamma (\gamma-1) \frac{M^2}{R} \left( u'^2 + \frac{4}{3} v'^2 \right) \right\} \frac{d\mu}{\sigma R} +$$

$$+ \frac{\gamma \mu}{\sigma R} (\alpha_1^2 + \alpha_3^2) - \frac{\gamma T''}{\sigma R} \frac{d\mu}{dT} - \frac{\gamma T'}{\sigma R} \frac{d^2 \mu}{dT^2} \left. \right\} \theta +$$

$$+ \left\{ \frac{v}{T} - \frac{2T' \gamma}{\sigma R} \frac{d\mu}{dT} \right\} \theta' - \frac{\gamma \mu}{\sigma R} \theta'' +$$

$$+ \left\{ \alpha_1 (\gamma-1) \left( 1 - \frac{8}{3} \frac{v' \mu}{R} M^2 \right) \right\} \varphi' = 0$$

$$(6) \quad i f - (\ln T)' \varphi + \varphi' + \left\{ i(u-c) + \frac{v'}{\alpha_1} - \frac{v}{\alpha_1} (\ln T)' \right\} \pi + \frac{v}{\alpha_1} \pi' +$$

$$(7) \quad + \frac{1}{\alpha_1 T} \{2v(\ln T)' - i\alpha_1(u-c) - v'\} \theta - \frac{v}{\alpha_1 T} \theta' + i \frac{\alpha_3}{\alpha_1} h = 0$$

$$r = \pi / T - \theta / T^2$$

где  $r(y)$  исключено в уравнениях (2)–(6) с помощью (7). Требование прилипания и сохранения температуры стенки при наложении возмущений приводит к граничным условиям

$$(8) \quad f(0) = \varphi(0) = h(0) = \theta(0) = 0$$

Рассмотрение поведения решений системы (2)–(6) в области  $y \geq \delta$ , где все коэффициенты в уравнениях системы постоянны, удобно провести, переходя к системе уравнений первого порядка

$$(9) \quad z' = Az, \quad z = \{f, f', \varphi, \pi / M^2, \theta, \theta', h, h'\}, \quad A = a^{-1} \times B$$

Здесь и далее штрихами обозначаются производные. Ненулевые элементы матриц  $a$  и  $b$  определяются следующими равенствами:

$$(10) \quad \begin{aligned} a_{11} = a_{33} = a_{55} = a_{77} = b_{12} = -ib_{31} = b_{56} = b_{78} = 1 \\ a_{22} = -a_{88} = \mu / R, \quad a_{23} = i\alpha_1^2 \mu / (3R), \quad a_{34} = b_{36} M^2 = -v\alpha_1^{-1} M^2 \\ a_{43} = -\alpha_1 v, \quad a_{44} = -1/\gamma - i^4/3\alpha_1(1-c)\mu R^{-1} M^2, \quad a_{46} = i^4/3\mu R^{-1} v \\ a_{63} = -b_{61} = -\alpha_1(\gamma-1), \quad a_{66} = \gamma\mu/(\sigma R), \quad a_{83} = b_{81} = \\ = -1/3\alpha_1\alpha_3 R^{-1} \mu \\ b_{24} = i\alpha_1(1-c) + \mu R^{-1}(i^4/3\alpha_1^2 + \alpha_3^2), \quad b_{22} = b_{66} = -b_{88} = v \\ b_{24} = i\alpha_1/\gamma, \quad b_{27} = 1/3\alpha_1\alpha_3\mu/R, \quad b_{34} = -M^2 b_{35} = i(1-c)M^2 \\ b_{37} = i\alpha_3/\alpha_1, \quad b_{42} = i\alpha_1\mu/R, \quad b_{43} = i\alpha_1^2(1-c) + \alpha_1\mu R^{-1}(\alpha_1^2 + \alpha_3^2) \\ b_{48} = i\alpha_3\mu R^{-1}, \quad b_{46} = -i^4/3\alpha_1\mu R^{-1}(1-c), \quad b_{67} = i\alpha_3(\gamma-1) \\ b_{85} = i\alpha_1(1-c) + \gamma\mu\sigma^{-1} R^{-1}(\alpha_1^2 + \alpha_3^2), \quad b_{84} = -i \frac{\alpha_3}{\gamma}, \\ b_{87} = -i\alpha_1(1-c) - \mu R^{-1} \left( \alpha_1^2 + \frac{4}{3}\alpha_3^2 \right) \end{aligned}$$

Характеристическое уравнение системы (9) является алгебраическим уравнением восьмой степени, все корни которого различны. Поэтому общее решение системы (9) представляется в виде

$$(11) \quad z_i = \sum_{j=1}^8 C_j K_{ij} e^{\lambda_j y}, \quad i=1, 2, \dots, 8 \quad (y \geq \delta)$$

где  $C_j$  – постоянные интегрирования,  $\lambda_j$  – корни характеристического уравнения,  $K_{ij}$  – компоненты собственных векторов, образующих матрицу  $K$ . При  $y = \delta$  системы (11) разрешается относительно  $C_i$

$$(12) \quad C_i = e^{-\lambda_i \delta} \sum_{j=1}^8 K_{ij}^* z_j(\delta)$$

Из восьми корней характеристического уравнения четыре ( $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ ) имеют положительные действительные части, остальные – отрицательные. Требование ограниченности амплитуды возмущения при  $y \rightarrow \infty$  приводит к граничным условиям

$$(13) \quad \sum K_{ij}^* z_j(\delta) = 0, \quad i=1, 2, 3, 4$$

Система дифференциальных уравнений (2)–(6) с однородными граничными условиями (8), (13) представляет собой задачу на собственные значения с параметрами  $\alpha_1, \alpha_3, c=c_r+ic_i, R, M, \sigma$ . В [3] предложено применение метода прогонки к задаче об устойчивости несжимаемого пограничного слоя, где система уравнений второго порядка не содержит первых производных. Приведение системы дифференциальных уравнений к такому виду в случае сжимаемой жидкости и последующее решение системы дифференциальных уравнений при прямой прогонке приводит к быстрорастущим функциям, что не позволяет провести расчеты с достаточной точностью.

Здесь применяется метод прогонки в следующем виде. Пусть требуется найти такие значения параметра  $\xi$ , при которых однородная система дифференциальных уравнений второго порядка и граничных условий

$$(14) \quad F'' + BF' + CF = 0$$

$$(15) \quad F'(\delta) + DF(\delta) = 0$$

$$(16) \quad PF'(0) + QF(0) = 0$$

имеет нетривиальное решение ( $F$  —  $n$ -мерный вектор). От параметра  $\xi$  зависят матрицы  $B, C, D, P, Q$ . Тогда ищется система дифференциальных уравнений первого порядка

$$(17) \quad F' + SF = 0$$

эквивалентная системе дифференциальных уравнений второго порядка (14) и граничным условиям (15). Решения системы (17) будут удовлетворять граничному условию (15), если  $S(\delta) = D$ . Если  $F$  — некоторое решение, обращающее в тождество уравнение (17), то после дифференцирования этого тождества и исключения  $F'$  с помощью (17) получается соотношение

$$(18) \quad F'' + (S^2 - S')F = 0$$

Так как (17) и (14), (15) должны быть эквивалентны, то это же решение должно обращать в тождество (14). Если у последнего также исключить  $F'$  с помощью (17), то получается выражение

$$(19) \quad F'' + (C - BS)F = 0$$

Коэффициенты в равенствах (18), (19) должны совпадать. Это требование приводит к дифференциальному уравнению для матрицы  $S$

$$(20) \quad S' = S^2 - BS + C$$

которое при начальном условии  $S(\delta) = D$  имеет единственное решение, определяющее коэффициенты уравнения (17).

Соотношение (17) при  $y=0$  представляет собой прямую прогонку, переводящую граничные условия при  $y=\delta$  (15) для системы (14) на другую границу  $y=0$ . Для существования нетривиального решения задачи (14)–(16) необходимо обращение в нуль определителя

$$(21) \quad \begin{vmatrix} E & S(0) \\ P & Q \end{vmatrix} = \Delta(\xi) = 0$$

где  $E$  — единичная матрица. Задача на собственные значения свелась к отысканию корней уравнения (21).

Система уравнений (2)–(6) приводится к виду (14). С помощью уравнения неразрывности (6) функция  $f$  (но не ее производные) исключается из (2)–(5). После этого уравнения (2) и (6) дифференцируются. Содержащие  $\lambda$  члены оказываются малыми (их оценка сделана в [1]) и отбрасываются. Наконец, после исключения  $\lambda, \lambda'$  получается система четырех уравнений второго порядка, которая приводится к виду (14), где

$$(22) \quad F = \{f', \varphi, h, \theta\}$$

Элементы матриц  $B$  и  $C$  имеют весьма громоздкие выражения. Исключение  $f$ ,  $\pi$ ,  $\pi'$  с помощью (2)–(6), коэффициенты которых в области  $y \geq \delta$  постоянны, позволяет привести граничные условия (13) к виду (15), где  $F$  определяется равенством (22). Одно из граничных условий (8)  $f(0)=0$  с помощью уравнений (2)–(6) приводится к виду

$$(23) \quad \frac{\mu}{R} f''(0) + \left\{ i\alpha_1^2 \frac{\mu}{3R} - \frac{\alpha_1}{c\gamma M^2} \right\} \varphi'(0) + \frac{u'}{R} \frac{d\mu}{dT} \theta'(0) = 0$$

После этого граничные условия (8) записываются в виде (16), ненулевые элементы матриц  $P$  и  $Q$  имеют значения

$$(24) \quad \begin{aligned} P_{11} &= \mu/R, & P_{12} &= \{i\alpha_1^2 \mu / (3R) - \alpha' / (c\gamma \mu^2)\} \\ P_{14} &= u'R^{-1} d\mu/dT, & \theta_{22} &= \theta_{33} = \theta_{44} = 1 \end{aligned}$$

Характеристическое уравнение (21) приводится к виду

$$(25) \quad P_{11}S_{11} + P_{12}S_{21} + P_{14}S_{41} = 0$$

левая часть этого уравнения является комплексной функцией действительных переменных  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ ,  $c_r$ ,  $c_i$ ,  $R$ ,  $M$ ,  $\sigma$ . В результате разделения действительной и мнимой частей получается система двух уравнений, содержащих те же параметры. В случае нейтральной устойчивости  $c_i=0$ .

Проведены расчеты устойчивости пограничного слоя на плоской пластине. Профили скорости и температуры основного течения вычислялись по методу, описанному в [4] для теплоизолированной пластины при  $\sigma=1$ ,  $\mu = \mu_\infty c_0 T/T_\infty$ ,  $c_0 = (T_w/T_\infty)^{1/2} (T_s + T_\infty)/(T_s + T_w)$ ,  $T_s = 114^\circ$ , где  $\mu_\infty$  и  $T_\infty$  — коэффициенты вязкости и температура вне пограничного слоя.

Наличие большого числа нулевых элементов в матрице  $a$  облегчило обращение последней в процессе вычисления матрицы  $A$  (9). Вычисление корней характеристического уравнения системы (9) с помощью обобщенного метода вращений [5] было успешным, несмотря на близость некоторых корней. При расчете граничных условий (13) матрица компонент собственных векторов (11) обрабатывалась с помощью метода Жордана [5]. Интегрирование системы (20) с начальными данными  $S(\delta)=D$  проводилось методом Рунге — Кутты с переменным шагом [6].

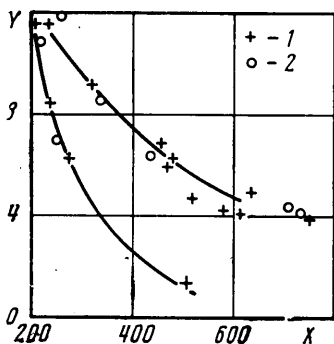
При заданных значениях  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ ,  $c_r$ ,  $c_i$ ,  $R$ ,  $M$ ,  $\sigma$  вычислялись профили скорости и температуры основного течения, собственные значения и собственные векторы системы (9), начальные условия  $S(\delta)=D$  для интегрирования системы (20). При интегрировании этой системы подсчитывались матрицы  $B$  и  $C$ . После интегрирования системы (20) до границы  $y=0$  вычислялись действительная и мнимая части характеристического уравнения (25). Поочередно менялись два параметра (например,  $c_r$ ,  $R$ ), и весь цикл повторялся. Методом Ньютона — Рафсона [6] вычислялись

Таблица 1

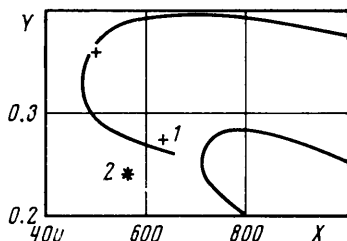
$\alpha_1$	$\alpha_3$	$c_r$	$R$	$R_0$	$(\alpha_1 c_r / R) \times 10^6$
0.0633	0.0904	0.5770	340	218	10.80
0.0700	0.1000	0.5971	680	437	6.15
0.0180	0.0257	0.5666	2107	1355	0.484
0.0830	0.1185	0.5870	1100	708	4.26
0.0470	0.0710	0.5672	388	251	6.89
0.0770	0.1100	0.5980	1137	730	4.05
0.0750	0.1071	0.6100	530	341	8.50
0.0790	0.1120	0.5991	401	258	11.80
0.0633	0.0920	0.5669	596	384	6.02
0.0633	0.0890	0.5669	572	363	6.30
0.0825	0.0900	0.5668	2001	1285	2.33
0.1000	0.0700	0.5664	3668	2350	1.55

нужные поправки. Вычисление собственных значений прекращалось, когда поправки становились достаточно малыми. Были подобраны подходящие точности различных частей программы с тем, чтобы расчеты были устойчивыми и согласованными с известными данными.

В табл. 1, 2, 3 представлены результаты расчетов нейтральных возмущений при числах Маха 2, 0,3, 1 соответственно. В первых четырех столбцах таблиц приводятся волновые числа  $\alpha_1$  и  $\alpha_3$ , скорость волны  $c_r$  в на-



Фиг. 1



Фиг. 2

правлении оси  $x$  и число Рейнольдса  $R$ , отнесенные к характерной длине  $(u_\infty / \nu x)^{1/2}$  и скорости  $u_\infty$ , где  $u_\infty$  и  $\nu$  — скорость и коэффициент кинематической вязкости вне пограничного слоя,  $x$  — расстояние до передней кромки пластины. В табл. 1 в пятом столбце помещены числа Рейнольдса  $R_\theta$ , составленные по толщине потери импульса, а в шестом — безразмерная частота  $(\alpha_1 c_r / R) \cdot 10^5$ . В табл. 2 и 3 в пятом и шестом столбцах помещены числа Рейнольдса  $R_\delta$  и волновые числа  $\alpha_\delta$ , отнесенные к толщине вытеснения.

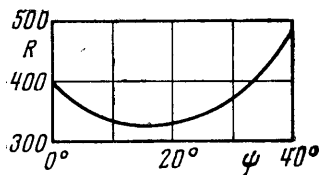
Таблица 2

$\alpha_1$	$\alpha_3$	$c_r$	$R$	$R_{\delta 1}$	$\alpha_{\delta 1}$
0.210	0	0.4250	281	485	0.362
0.178	0	0.4365	1100	1895	0.307
0.180	0	0.4180	280	480	0.310
0.158	0	0.4241	359	618	0.273
0.195	0	0.4401	831	1390	0.336
0.228	0	0.4301	483	830	0.392
0.210	0	0.4257	288	495	0.362
0.158	0	0.4245	366	632	0.273
0.180	0.03	0.4160	298	514	0.316
0.180	0.06	0.4120	312	536	0.327

На фиг. 1 приведена нейтральная кривая при  $M=2.2$  из работы Брауна [1] для возмущений, волновой вектор которых составляет угол  $\psi=55^\circ$  с направлением основной скорости. По оси абсцисс откладывается величина  $X=R_\theta$ , по оси ординат  $Y=(\alpha_1 c_r / R) \cdot 10^5$ . В указанной статье результаты расчета приводятся также в виде таблиц. На фиг. 1 нанесены точки 1 по данным этих таблиц, свидетельствующие о некотором разбросе расчетных данных Брауна. На этот же график нанесены точки 2 из табл. 1, относящиеся к углу  $\psi=55^\circ$ . Их расположение свидетельствует о хорошем согласии настоящих расчетов с расчетами Брауна.

На фиг. 2 по оси абсцисс откладывается величина  $X=R_{\delta 1}$ , по оси ординат  $Y=\alpha_{\delta 1}$ . Верхняя кривая является нейтральной кривой двумерных возмущений при  $M=0.3$  без учета поперечной составляющей скорости основного течения. Там же нанесены две точки 1, рассчитанные с учетом поперечной компоненты основной скорости, свидетельствующие о незначительной роли поперечной компоненты.

Расчеты точек нейтральной устойчивости при волновом числе  $\alpha_1=0.18$ , соответствующем критическому числу Рейнольдса для двумерных возмущений, и малых значениях  $\alpha_3=0.03$  и  $0.06$  показали (см. табл. 2), что при  $M=0.3$  наиболее опасными остаются двумерные возмущения.



Фиг. 3

В табл. 3 приведены результаты расчета нейтральных возмущений при  $M=1$  в основном с учетом поперечной составляющей скорости основного течения. На фиг. 2 построена нейтральная кривая двумерных возмущений при  $M=1$  (нижний график). Эта нейтральная

кривая определяет критическое число Рейнольдса и критическое волновое число для двумерных возмущений. Рассчитывались нейтральные трехмерные возмущения с модулем волнового вектора, равным критическому волновому числу двумерных возмущений. Для таких возмущений по-

Таблица 3

$\alpha_1$	$\alpha_3$	$c_r$	$R$	$R_{\delta 1}$	$\alpha_{\delta 1}$
0.1100	0.00	0.4210	485	835	0.189
0.1115	0.00	0.3847	488	843	0.198
0.1200	0.00	0.4160	451	776	0.204
0.1250	0.00	0.4398	1394	2400	0.216
0.1300	0.00	0.3779	432	745	0.224
0.1300	0.00	0.4622	833	1435	0.224
0.1350	0.00	0.4359	418	723	0.233
0.1400	0.00	0.4885	602	1035	0.244
0.1400	0.03	0.4651	427	734	0.247
0.1350	0.04	0.4339	341	587	0.242
0.1368	0.03	0.4586	329	567	0.241
0.1265	0.06	0.4307	348	600	0.241
0.1072	0.09	0.4985	492	848	0.241
0.1386	0.02	0.4328	342	589	0.241
0.1342	0.04	0.4126	345	594	0.241
0.1149	0.08	0.4245	368	633	0.241
0.1400	0.00	0.4381	269	463	0.241
0.1368	0.03	0.4319	312	537	0.241

}  $V = 0$ 

лучена зависимость числа Рейнольдса от угла  $\psi$ , который составляет волновой вектор с направлением основной скорости. Эта зависимость, представленная на фиг. 3, определяет критическое число Рейнольдса для таких возмущений и направление наиболее опасного волнового вектора. Оказалось, что наиболее опасный волновой вектор направлен под углом  $12.5^\circ$  к оси  $x$ . На фиг. 2 отмечена эта критическая точка 2. В табл. 3 также приведены результаты расчета нейтральных двумерных и трехмерных возмущений в окрестности критических значений параметров без учета поперечной скорости основного течения. Значительное отличие этих данных указывает на важность учета поперечной компоненты при  $M=1$ .

Поступила 2 I 1974

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Brown W. B.* Stability of compressible boundary layers. *AIAA Journal*, 1967, vol. 5, No. 10.
  2. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1970.
  3. *Лутовинов В. М.* О варианте метода прогонки и задачах устойчивости пограничного слоя. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 2.
  4. *Charman D. R., Ribesin M. W.* Temperature and velocity profiles in the compressible laminar boundary layer with arbitrary distribution of surface temperature. *J. Aeronaut. Sci.*, 1949, vol. 16. (Рус. перев.: Профили температур и скоростей в ламинарном пограничном слое сжимаемого газа при произвольном распределении температуры вдоль обтекаемой поверхности. Механика, Сб. сокр. перев. и реф. иностр. период. лит., 1950, № 9, вып. 4.
  5. *Воеводин В. В.* Численные методы линейной алгебры. М., «Наука», 1966.
  6. *Мак-Кракен Д. Д., Дорн У.* Численные методы и программирование на ФОРТРАНе. М., «Мир», 1969.
-