

**О СТАТЬЕ В. В. НОВОЖИЛОВА «РЕОЛОГИЯ УСТАНОВИВШИХСЯ
ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ»**
(Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 3)

Целью работы В. В. Новожилова является установление новых универсальных соотношений для описания турбулентных движений жидкости. Автор пытается достигнуть этого, исходя из некоторых представлений теории вязкопластических сред. Характерно, что он базируется только на предположениях, а не исходит из опытов и физических представлений о механизме турбулентного перемешивания, как это делается при построении классических моделей. В качестве примеров рассматриваются только установившееся одномерное течение в трубе и течение Куэтта.

По содержанию работы необходимо высказать ряд замечаний.

1. В качестве критерия существования ламинарного течения предлагается неравенство $T = u_i u_i / \nu \varepsilon < T_{кр}$, где u_i — компоненты скорости, γ — коэффициент кинематической вязкости, $\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}}$, ε_{ij} — компоненты тензора скоростей деформации. Утверждается, что критическая величина $T_{кр}$ является физической константой жидкости.

Это условие не выдерживает проверки даже в простейших случаях. Так, например, для установившегося течения в цилиндрической трубе величина

$$T = u^2 / \nu \varepsilon = u^2 / (\nu |du/dr|)$$

монотонно меняется от нуля на стенке трубы, где скорость $u=0$ и производная du/dr конечна, до бесконечности на оси трубы, где $du/dr=0$, а скорость u конечна. Следовательно, по мнению В. В. Новожилова течение в трубе независимо от числа Рейнольдса всегда должно быть турбулентным. Аналогичное заключение получается и в отношении внешнего обтекания любого тела безграничным потоком, так как с удалением от тела $\varepsilon \rightarrow 0$ и $T \rightarrow \infty$.

2. В своей первой «скелетной» модели В. В. Новожилов определяет девиатор напряжений формулой

$$(1) \quad p_{ij}' / \rho = \nu \varepsilon_{ij} + \beta^2 u_k u_k \varepsilon_{ij} / \varepsilon$$

в которой константа β^2 зависит только от свойств жидкости и шероховатости твердых границ потока.

Эта формула тоже не соответствует действительности. В самом деле, для течения в круглой трубе единственная отличная от нуля компонента девиатора напряжений

$$p_{xr} / \rho = \nu du/dr + \beta^2 u^2 \operatorname{sgn} (du/dr)$$

Если взять реальное распределение скорости, то сколь угодно близко к оси трубы ($r \rightarrow 0$) производная $du/dr < 0$, и по написанной формуле напряжение трения $p_{xr} \rightarrow -\rho \beta^2 u^2 (0)$, хотя фактически оно стремится к нулю. Такое же несоответствие с опытом получается и для внешнего обтекания, при котором как угодно далеко в потоке, по формуле В. В. Новожилова, существуют конечные напряжения Рейнольдса, что разумеется, неправильно.

В дискуссии по этому вопросу В. В. Новожилов предложил для течения в трубе согласованное с гипотезой (1) «вязкопластическое» решение, по которому у оси трубы должно быть квазитвердое ядро, движущееся поступательно. Однако такое решение тоже не соответствует опыту ни по распределению скоростей, ни по зависимости коэффициента сопротивления трубы от числа Рейнольдса и от шероховатости ее стенок.

3. Для решения задач В. В. Новожилов предлагает видоизменение первой модели

$$(2) \quad p_{ij}' / \rho = \nu \alpha^2 T^n \varepsilon_{ij} \quad (T = u_k u_k / \nu \varepsilon = u^2 / \nu \varepsilon)$$

где α^2 — эмпирическая константа, а показатель степени n может выбираться в пределах от 0 до 1. Однако это видоизменение также является произвольным допущением, поскольку ничем не мотивируется преимущество такой модели по сравнению с известными.

Согласно (2) коэффициент турбулентной вязкости везде в потоке

$$\nu_T = p_{ij}' / \rho \varepsilon_{ij} = \nu \alpha^2 T^n$$

В случае $n=0$ получается $\nu_T = \nu \alpha^2$; это — в принципе неправильная гипотеза Бусинеска. При $n=1$ получается асимптотический ($\nu \rightarrow 0$) вариант первой модели. Для любого $n > 0$ коэффициент $\nu_T = \nu \alpha^2 (u^2 / \nu \varepsilon)^n$ неограниченно возрастает, когда $\varepsilon \rightarrow 0$. Например, в однородном потоке, что тоже неправильно.

В частном примере установившегося течения в трубе В. В. Новожилов выбирает $n=3/4$ и получает закон сопротивления Блазиуса; однако соответствующий профиль скорости $u=u(r)$ значительно отличается от наблюдаемого.

4. В заключение следует подчеркнуть то существенное обстоятельство, что предлагаемые В. В. Новожиловым реологические соотношения (1) и (2) для турбулентного потока являются нелокальными, в том смысле, что они зависят от условий на границах потока и от скоростей границ, которые в статье принимаются неподвижными или движущимися поступательно. В более сложных примерах очевидно возникает неопределенность в применении этих соотношений. Указанный недостаток имеет особое значение потому, что в то же время из литературы известно применение локальных классических гипотез турбулентности, которые во всех практически интересных задачах, в том числе и рассматриваемых В. В. Новожиловым, дают удовлетворительное совпадение с опытом. (Применение полумпирических теорий к турбулентному течению Куэтта см., например, в работах [1, 2].)

Отметим, что полумпирические теории успешно совершенствуются. В развитие и уточнение классических подходов используются различные многопараметрические аппроксимации переменных, многослойные модели, уравнение баланса турбулентной энергии и некоторые статистические гипотезы. Не учитывая современного состояния вопроса, В. В. Новожилов фактически предлагает вариант двухпараметрической теории, ничем не обоснованный и не дающий продвижения даже в известных решениях простейших задач.

В силу изложенного нельзя согласиться с заключением автора, что рассмотренная статья «дает инвариантную формулировку уравнений теории установившихся турбулентных течений, превращая тем самым последнюю в раздел математической физики».

Г. Ю. Степанов

ЛИТЕРАТУРА

1. Пэй С. Турбулентное течение между параллельными стенками. Сб. перев. «Механика», Изд-во иностр. лит., 1954, № 3, стр. 42–43.
2. Дорфман Л. А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. М., Физматгиз, 1960, стр. 200–202.

ОТВЕТ НА КРИТИЧЕСКОЕ ПИСЬМО Г. Ю. СТЕПАНОВА

Критикуемая статья является попыткой перенесения в теорию турбулентности феноменологического подхода к исследованию деформации сплошных сред со структурой случайного характера, успешно используемого в теориях пластичности и ползучести поликристаллов, где он представляется пока что единственным эффективным методом.

Предложены соотношения между девиатором рейнгольдсовых напряжений и средними характеристиками установившегося течения

$$(1) \quad \tau_{ij} = \mu \alpha^2 T^n \varepsilon_{ij}, \quad T = u^2 / \nu \varepsilon, \quad \varepsilon = \sqrt{\varepsilon_{mn} \varepsilon_{mn}}$$

которые, будучи применены к задаче о трубе, приводят (при $n=3/4$, $\alpha^2=0.039$) к формуле Блазиуса. Этот вариант рекомендуется как основной.

Вариант $n=1$ (названный скелетной теорией) является асимптотическим, отражая свойства турбулентных течений при $Re \rightarrow \infty$.

В настоящее время, основываясь на соотношениях (1), рассмотрены автомодельные задачи: пограничный слой на пластине, стекание турбулентной струи с прямоугольного порога, плоская затопленная струя.

Полученные результаты (направленные в Изв. АН СССР, МЖГ для публикации) достаточно согласуются с существующими представлениями об этих течениях.

Во всех случаях обнаруживается, однако, большая полнота профиля скорости, чем наблюдаемая в опытах; последнее свидетельствует, что формула (1) преувеличивает турбулентную вязкость в районах малых градиентов скорости.

При пренебрежении линейной вязкостью теория приводит к решениям с разрывами в градиентах скорости, причем встречаются поверхности разрыва двух видов: на одних рейнгольдсовы напряжения отличны от нуля, а на других равны нулю. Первым соответствуют твердые границы потока, а вторым – границы турбулентных струй. Это свойство делает предложенную теорию (в перспективе) подходящим аппаратом для описания отрыва турбулентных струй. Критика Г. Ю. Степанова