

В этом случае распределение давления по поверхности тела вращения определяется следующим образом:

$$(4.4) \quad c_p = c_{p\infty} \pm \frac{4\beta h}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S'(\xi)(\xi-x)d\xi}{[(\xi-x)^2 + 4\beta^2 h^2]^2}$$

или если пренебречь первым слагаемым в знаменателе, т. е. иметь в виду, что $4\beta^2 h^2 \gg (\xi-x)^2$, то получим

$$(4.5) \quad c_p = c_{p\infty} \mp \frac{\tau}{4\pi\beta^3 h^3}, \quad \tau = \int_{-1}^1 S(\xi) d\xi$$

где τ — объем тела вращения.

В формулах (4.2) — (4.5) верхние знаки относятся к случаю твердых стенок, а нижние — к свободной границе.

Поступила 25 IV 1972

УДК 533.6.011

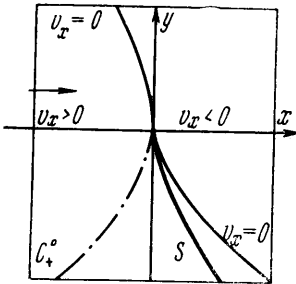
УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОДНОГО ТИПА ОКОЛОЗВУКОВЫХ АВТОМОДЕЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

А. П. ЦВЕТКОВ

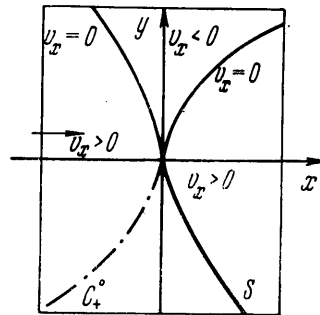
(Саратов)

В работе рассматривается вопрос о характере поведения течения околозвукового потока в окрестности точки встречи звуковой линии и ударной волны.

Изучаются автомодельные околозвуковые течения, в которых проходящий вдоль предельной характеристики разрыв производных (конечный разрыв первых или бесконечный разрыв вторых) компонент вектора скорости по координатам отражается



Фиг. 1



Фиг. 2

в виде ударной волны (фиг. 1, 2). Рассмотрение ведется при наличии только одной предельной характеристики в области сверхзвуковых скоростей.

В [1] были рассчитаны два примера течений вида, изображенного на фиг. 1, соответствующие значениям показателя автомодельности $n=3/2$, $17/12$. Кроме того было найдено необходимое условие ($7/3 < n < 5/3$) существования рассматриваемых течений.

В [2, 3] подобные течения изучались, когда приходящая вдоль предельной характеристики особенность была конечным разрывом первых производных компонент вектора скорости по координатам ($1.4 < n < 1.5$). Значение $n=1.40225$ характеризуется использованием для построения течения в области между предельной характеристикой и ударной волной решения типа простой волны.

Ниже указаны условия, необходимые и достаточные для существования течений видов, представленных на фиг. 1, 2. Поскольку изучение течений вида, изображенного на фиг. 2, проводится впервые, то интервал Жермена по n расширенный

$1.4 < n < 2$. При фиксированном n из найденного интервала существует ограничение $g_{01} < g_0 < g_{02}$ на значение g_0 , определяющее выбор конкретного автомодельного решения. Полученные результаты представлены на фиг. 3 в виде области допустимых значений n и g_0 .

1. Рассматривается плоское безвихревое течение идеального газа, в котором величина скорости всюду мало отличается от звуковой. На физической плоскости

основные уравнения в трансзвуковом приближении имеют вид [4]

$$(1.1) \quad -v_x \partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y = 0, \quad \partial v_x / \partial y - \partial v_y / \partial x = 0$$

где v_x, v_y — безразмерные координаты скорости возмущения однородного звукового потока, x, y — декартовы координаты.

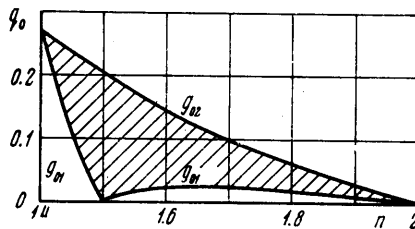
Автомодельные решения системы (1.1) с произвольным показателем автомодельности n имеют вид

$$(1.2) \quad v_x = |y|^{2(n-1)} f(\zeta), \quad v_y = |y|^{3(n-1)} g(\zeta), \\ \zeta = x|y|^{-n} \operatorname{sign} y$$

где ζ — автомодельная переменная.

Подставляя (1.2) в (1.1), систему (1.1) можно представить в виде

$$(1.3) \quad \frac{df}{d\zeta} = \frac{3(n-1)g - 2n(n-1)\zeta f}{f - n^2 \zeta^2} \\ \frac{dg}{d\zeta} = \frac{2(n-1)f^2 - 3n(n-1)\zeta g}{f - n^2 \zeta^2}$$



Фиг. 3

Условия на скачке уплотнения имеют вид [5]

$$(1.4) \quad f_1 + f_2 = 2n^2 \zeta_1^2, \quad \zeta_1 = \zeta_2, \quad g_2 - g_1 = -n \zeta_1 (f_2 - f_1)$$

2. Фиксируется произвольное значение показателя автомодельности из интервала $1.4 < n < 2$. На верхней половине оси y задается дозвуковое значение скорости, например $f_0 = -0.5$. Конкретное значение f_0 несущественно, так как система (1.3) инвариантна относительно однопараметрической группы преобразований растяжения по ζ, f, g . Величине g_0 необходимо придавать различные постоянные значения. Задача заключается в нахождении допустимых значений этой постоянной. Для этого решение продолжается аналитическим образом вплоть до предельных характеристик. При $n < 1.5$, прежде чем достигается предельная характеристика, возникает предельная линия, которая устраняется с помощью ударной волны.

В оставшейся части физической плоскости необходимо построить поток с ударной волной. При этом должны выполняться условия однолиственности течения и непрерывности ζ вдоль предельной характеристики.

Система (1.3) интегрировалась численно на ЭВМ.

При $\zeta_0 = 0, f_0 = -0.5$ выяснены границы изменения начального значения g_0 , при которых можно построить течения с ударной волной и одной предельной характеристикой. При $1.4 < n < 1.5$ возможны только течения вида, представленного на фиг. 1. Течение за скачком может быть как сверхзвуковым, так и дозвуковым. При $n > 5/3$, течение за скачком всегда сверхзвуковое и имеет вид, изображенный на фиг. 2. При $3/2 < n < 5/3$ в зависимости от значений g_0 возможны течения каждого из рассматриваемых видов (фиг. 1, 2).

Автор благодарен С. В. Фальковичу и И. А. Чернову за ценные советы и указания.

Поступила 29 VII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Germain P., Gillon G. Ecoulements transsoniques au voisinage d'un point de rencontre d'une onde de choc et d'une ligne sonique. Office Nat. d'Etudes et Rech. Aér., 1961, Publ. No. 102.
2. Лифшиц Ю. Б. О течениях в окрестности точки встречи звуковой линии со скачком уплотнения. Инж. ж., 1965, т. 5, вып. 1.
3. Лифшиц Ю. Б., Рыжов О. С. О некоторых точных решениях уравнений трансзвуковых течений газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1964, т. 4, № 5.
4. Karman Th. The similarity law of transonic flow. J. Mathem. and Phys., 1947, vol. 26, No. 3.
5. Рыжов О. С. Исследование трансзвуковых течений в соплах Лаваля. М., Изд. ВЦ АН СССР, 1965.