Для четырехзонной схемы из одномерного решения Бакли-Леверетта можно найти $s_1=0.3738$, $s_2=0.4634$, $s_3=0.6044$, $\langle s_1\rangle=0.3365$, $\langle s_2\rangle=0.4151$, $\langle s_3\rangle=0.5240$, $\langle s_4\rangle=0.7288$.

Сравнение аналитического решения с численным, приведенным в этой же таблице, показывает их хорошее соответствие. Различие между ними может быть уменьшено, с одной стороны, дроблением пространственного и временного шагов в численном решении, а с другой — повышением порядка приближения в решении системы уравнений Фредгольма для u_{it}. Сравнение результатов для различных схем аппроксимации области D иллюстрирует хорошую сходимость метода с ростом числа зон D_i.

Поступила 7 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Данилов В. Л., Кац Р. М.* Метод однородных зон решения нелинейных многомерных задач массопереноса в пористых средах. Докл. АН СССР, 1971, т. 201, № 2.
2. *Чарный И. А.* Подземная гидрогазодинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.
3. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966.
4. *Данилов В. Л.* Интегро-дифференциальные уравнения движения границы раздела двух жидкостей в пористой среде. Изв. Казанск. фил. АН СССР, Сер. физ.-мат. и техн. н., 1957, № 11.
5. *Абрамов Ю. С., Кац Р. М.* О пространственном движении границы раздела двух несжимаемых жидкостей в пористой среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 6.
6. *Кюхеман Д., Вебер И.* Аэродинамика авиационных двигателей. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
7. *Данилов В. Л.* Об одном аналитическом методе решения задачи стягивания контура нефтеносности. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 1.

УДК 533.6.011.8

ОБ ИСПАРЕНИИ И КОНДЕНСАЦИИ СФЕРИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЧИСЛАХ КНУДСЕНА

И. Н. ИВЧЕНКО, Ю. И. ЯЛАМОВ

(Москва)

Путем рассмотрения процессов массо- и теплопереноса в квазистационарном режиме получено выражение для скорости роста сферической капли жидкости, находящейся в переохлажденном паре, при произвольных числах Кнудсена.

В [1] методом сшивания свободномолекулярного и диффузионного потоков получено выражение для скорости роста капель при произвольных числах Кнудсена ($\mathrm{Kn}=\lambda/R$, где λ — длина свободного пробега молекул, R — радиус капли).

Однако метод сшивания является нестрогим. Кроме того, он не дает правильной функциональной зависимости от числа Кнудсена в почти свободномолекулярном режиме. В [2] исследован рост частиц в перенасыщенном паре и в инертном газе при наличии процессов тепло- и массопереноса. Метод сшивания, примененный автором, не позволяет получить строгие количественные результаты. В работе [3] получено выражение скорости роста капель при произвольных числах Кнудсена для бинарной смеси пара и неконденсирующегося газа, но не учтена зависимость температуры капли от скорости роста.

1. Рассмотрим сферическую каплю, находящуюся в переохлажденном паре. Предполагается, что начальный радиус капли R_0 больше радиуса критического зародыша. Для описания кинетики роста капли необходимо иметь формулу для потока числа молекул при произвольных числах Kn. Решение задачи может быть получено методом, который основан на решении конечной системы моментных уравнений, полученной из уравнения Больцмана [4]. Система конечного числа моментных уравнений не является замкнутой. Указанная трудность может быть преодолена путем определенного выбора функции распределения, содержащей столько неизвестных функций, сколько берется моментных уравнений.

Система первых четырех моментных уравнений, полученная из уравнения Больцмана с эллипсоидальной моделью оператора столкновений [5], имеет вид

$$\frac{d}{dr}(r^2nu)=0,\qquad mnu\frac{du}{dr}+\frac{d}{dr}p_{rr}+\frac{1}{r}(2P_{rr}-P_{\theta\theta}-P_{\varphi\varphi})=0 \tag{1.1}$$

$$\frac{d}{dr}\left[r^2\left(Q+\frac{3}{2}pu+uP_{rr}-\frac{1}{2}mnu^3\right)\right]=0$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\int r^2\frac{mv^2}{2}v_r^2 f\,dv-\frac{1}{r}\int\frac{mv^2}{2}(v_\theta^2+v_\varphi^2)f\,dv=$$

$$=\frac{Rp}{\eta}\left[-\frac{2}{3}Q+\frac{5}{6}(2kT)u\right]$$

Здесь r — безразмерная радиальная координата; n, T — плотность числа молекул и температура пара; u, Q — радиальные составляющие средней скорости и потока тепла; P_{ij} — тензор напряжений; $p=nkT$; m, v — масса и тепловая скорость молекул пара; $f(v, r)$ — функция распределения пара; η — вязкость пара.

Плотность и температура на больших расстояниях даются формулами

(1.2) $\quad n(\infty)=n_0(1+\nu_0),\qquad T(\infty)=T_0$

Здесь n_0 — плотность насыщенного пара при температуре T_0, ν_0 — степень пересыщения пара, относительно которой предполагается, что $\nu_0\ll 1$.

Плотность и температура пара вблизи поверхности капли ($r=1$) отличны от плотности насыщенного пара и температуры капли, которая является неизвестной величиной, зависящей от скорости конденсации. Неизвестные на поверхности капли величины могут быть вычислены с помощью задания коэффициентов аккомодации (энергии α_T, массы α_m) и уравнения баланса энергии

(1.3) $$\alpha_T=\frac{|Q^-|-Q^+}{|Q^-|-Q_s^+},\qquad \alpha_m=\frac{|N^-|-N^+}{|N^-|-N_s^+}$$

(1.4) $\quad Q^+ + Q^- = -q(N^+ + N^-)$

Здесь верхние индексы плюс и минус означают потоки энергии и числа молекул для молекул, летящих от капли и падающих на нее, Q_s^+ и N_s^+ — соответствующие величины при условии, что все молекулы отражались бы с поверхности капли с температурой капли и с плотностью насыщенного пара, $q=q(T_0)$ — теплота конденсации на одну молекулу.

Плотность насыщенного пара при температуре капли $T_s=T_0(1+\tau_s)$ может быть вычислена по формуле Клайперона — Клаузиуса

(1.5) $\quad n_s=n_0[1-(q/kT_0-1)\tau_s]$

В (1.5) не учитывается зависимость плотности насыщенного пара от радиуса капли.

Все моменты, входящие в (1.1), выразим через четыре неизвестные функции, от которых зависит функция распределения. Функцию распределения вне и внутри конуса влияния капли будем искать в виде

(1.6) $$f_1=f^{(0)}[1+\nu_1(r)+(c^2-{}^3/_2)\tau_1(r)],\qquad f_2=f^{(0)}[1+\nu_2(r)+(c^2-{}^3/_2)\tau_2(r)],$$

$$f^{(0)}=n_0(m/2\pi kT_0)^{3/2}\exp(-mv^2/2kT_0),\qquad c=(m/2kT_0)v^{1/2}.$$

Такой выбор функции распределения позволяет получить замкнутую систему уравнений для неизвестных функций $\nu_i(r)$, $\tau_i(r)$.

Путем решения (1.1) с граничными условиями (1.2) – (1.5) получим следующее выражение для потока числа молекул через поверхность капли:

(1.7) $$N=N^*/(1+a\varepsilon),\qquad N^*=-(8\pi kT_0/m)^{1/2}R^2n_0\nu_0\xi(\alpha_m,\alpha_T,\zeta)$$

$$\xi(\alpha_m,\alpha_T,\zeta)=\frac{4\alpha_m\alpha_T}{\alpha_T(4\zeta+2)+\alpha_m\zeta(2\zeta-1)},\qquad \zeta=\frac{q}{kT_0}$$

$$a=\pi^{-1/2}(\zeta+0.4\zeta^2)\xi(\alpha_m,\alpha_T,\zeta),\qquad \varepsilon=16R(15\pi^{1/2}\lambda)^{-1}$$

Скорость роста капли задается выражением

(1.8) $\quad dR/dt=-mN/4\pi R^2\rho_1$

где ρ_1 – плотность жидкости, t – время.

Интегрируя (1.8), получим

$$t=\frac{\rho_1}{n_0 v_0 \xi}\left(\frac{2\pi}{kT_0 m}\right)^{1/2}\left[(R-R_0)+\frac{8(\zeta+0.4\zeta^2)\xi}{15\pi\lambda}(R^2-R_0^2)\right] \tag{1.9}$$

Формула (1.9) описывает рост капли при произвольных числах Кнудсена. Первое слагаемое этой формулы описывает кинетику роста в свободномолекулярном режиме, второе – в континуальном.

Поступила 18 VI 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фукс Н. А.* Испарение и рост капель в газообразной среде. М., Изд-во АН СССР, 1958.
2. *Кань Сан-вук.* Исследование роста конденсированных частиц в разреженных и континуальных средах. Ракетная техника и космонавтика, 1967, т. 5, № 7, стр. 91–99.
3. *Shankar P. N.* A kinetic theory of steady condensation. J. Fluid Mech., 1970, vol. 40, No. 2, pp. 385–400.
4. *Lees L.* Kinetik theory description of rarefied gas flow. J. Soc. Industr. and Appl. Math., 1965, vol. 13, No. 1, pp. 278–311.
5. *Holway L. H.* New statistical models for kinetic theory: methods of construction. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 9, pp. 1658–1673.

УДК 533.6.11

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ПЛОТНОСТИ, ДАВЛЕНИЯ И ОТХОДА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ НА НЕПОДВИЖНОЕ ЗАТУПЛЕННОЕ ТЕЛО

В. А. БРАСЛАВЕЦ, Е. А. ЖМАЕВА, А. И. ХАРИТОНОВ

(Москва)

При помощи интерферометра с оптическим квантовым генератором и малогабаритных пьезодатчиков получены количественные данные об изменении плотности и давления при взаимодействии ударной волны с цилиндром, притупленным по сфере. Определены времена установления стационарного обтекания по давлению и плотности в критической точке, проведено сравнение этих времен с данными [1] по отходу головного скачка уплотнения.

Изменение газодинамических параметров при взаимодействии ударной волны с притупленными телами исследовалось в [1, 3]. В [2] измерялось давление в критической точке сферы и притупленных цилиндров. Число Маха фронта ударной волны M_1 изменялось в пределах от 1.5 до 6.0. Была предложена аппроксимирующая функция, описывающая изменение давления в критической точке тела со временем. Там же показано, что давление устанавливается раньше, чем отошедший головной скачок достигает своего стационарного положения. Количественные данные по изменению во времени отхода головного скачка на нулевой линии тока получены в [1, 3], где исследовалось нестационарное обтекание некоторых притупленных тел (сфера, цилиндр, конус и др.). Кроме того, в [1] приведена аппроксимирующая формула для определения величины отхода скачка в любой момент времени нестационарного обтекания тел.

В данной работе экспериментальные исследования нестационарного обтекания проводились в ударной трубе [1], работающей по однодиафрагменной схеме. Рабочим газом был воздух, число Маха $M_1=3.2$, перепад давления на фронте волны $p_2/p_0=11.8$ (p_0 и p_2 – давление газа в отсеке низкого давления и в набегающем потоке).

Скорость фронта ударной волны измерялась датчиками давления по всей длине отсека низкого давления и в рабочем сечении контролировалась по фоторазверткам и кинограммам. Визуализирующим прибором был интерферометр ИЗК-454, работающий с оптическим квантовым генератором на рубине и с высокоскоростными оптическими регистраторами ждущего типа [4–6]. По кинограмме (фиг. 1), полученной при