

К ТЕОРИИ ЗОНДА САТО В ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКЕ

В. В. УШАКОВ

(Киев)

Теория электрического зонда для исследования внешней зоны коронного разряда постоянного тока, который можно рассматривать как электрогазодинамическое течение при нулевой скорости газового потока, была предложена в [1]. Дальнейшее усовершенствование и распространение теории зондовых измерений на корону переменного тока было произведено в [2, 3].

В [4] приведена упрощенная теория зонда, на основании которой потенциал и плотность объемного заряда в исследуемой точке определяются по измеренным значениям плавающего потенциала и тока на заземленный зонд (плавающий потенциал зонда равен потенциалу, при котором ток на зонд равен нулю). Предложенная методика не требует построения зондовой характеристики и может быть использована для слабо заряженных ЭГД потоков.

В [5] рассмотрена задача об оптимальной форме зонда при равенстве плавающего потенциала потенциалу исследуемой точки.

В [6] представлены результаты экспериментального исследования с помощью зонда Сато электрического поля в коронном разряде при наличии газового потока, тормозящего движение заряженных частиц. Однако вопрос о зондовых характеристиках в случае неколлинеарных векторов скорости потока и напряженности электрического поля не обсуждается.

В данной работе рассмотрены особенности вольт-амперной характеристики цилиндрического зонда, помещенного в плоский сжимаемый и несжимаемый ЭГД поток со сравнительно большой плотностью объемного заряда ($q > 10^{-4}$ к/м³) и произвольным направлением векторов скорости потока и напряженности электрического поля. Показано, что с помощью зонда Сато можно определить модуль напряженности электрического поля только при углах между указанными векторами, меньших или равных $\pm\pi/2$.

1. Вольт-амперная характеристика цилиндрического зонда в несжимаемом потоке. Теория зонда Сато в коронном разряде основывается на следующих допущениях [2]: а) диффузионные токи пренебрежимо малы; б) исследуемое электрическое поле E_0 однородно в окрестности зонда на расстояниях, сравнимых с его характерным размером; в) возмущение поля E_0 в результате изменения плотности объемного заряда в месте расположения зонда и его окрестности при $I_3 \neq 0$ пренебрежимо мало; г) выполняется условие $I_3/I \ll 1$, где I_3 — ток на зонд (в случае цилиндрического зонда — на единицу длины), I — ток в разрядном промежутке. Принятые допущения позволяют считать плотность объемного заряда в окрестности цилиндрического зонда практически постоянной и равной плотности заряда q_0 в данной точке при отсутствии зонда [2].

В дальнейшем будем считать, что перечисленные допущения выполняются и в случае ЭГД потока.

Рассмотрим цилиндрический зонд радиуса r_0 , помещенный в двумерный идеальный несжимаемый ЭГД поток с произвольным направлением векторов скорости газа V_0 и напряженности электрического поля E_0 . Предполагаем, что результирующая скорость заряженных частиц $V_0 + kE_0$ постоянна на расстояниях, много больших характерного размера зонда (k — подвижность ионов) [2, 4].

Комплексный потенциал течения в окрестности зонда с зарядом τ на единицу длины имеет вид

$$(1.1) \quad W = \psi + i\Phi = -i(V_0 + k|E_0|e^{-i\alpha})z - i(V_0 - k|E_0|e^{i\alpha})r_0^2/z - iB \ln z$$

Здесь Φ, ψ — потенциал и функция тока ЭГД течения, $z=x+iy$, α — угол между вещественной осью x и вектором \mathbf{E}_0 (скорость V_0 направлена вдоль оси x), $B=k\tau(2\pi\epsilon)^{-1}$, ϵ — диэлектрическая постоянная, τ зависит от потенциала зонда и может регулироваться с помощью постороннего источника питания.

Определим из (1.1) функцию тока и радиальную составляющую результирующей скорости ионов $V_{r'}=V_r/V_0$ на поверхности зонда

$$(1.2) \quad \psi/V_0 r_0 = (r' - 1/r') \sin \theta + R_e [(r' + 1/r') \sin(\theta - \alpha) + 2m\theta]$$

$$(1.3) \quad V_{r'}|_{r'=1} = 2R_e [\cos(\theta - \alpha) + m], \quad m = 0.5B / kr_0 |\mathbf{E}_0|,$$

$$r' = r/r_0, \quad R_e = k |\mathbf{E}_0| / V_0$$

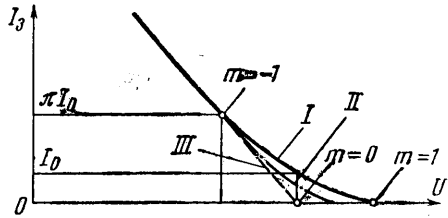
Из (1.3) следует, что при $m \leq -1$ $V_{r'}|_{r'=1} < 0$ и зонд отбирает ионы всей поверхностью. Полный ток на зонд определяется выражением (линейная часть зондовой характеристики)

$$(1.4) \quad I_3 = -2V_0 q_0 r_0 \int_0^{2\pi} V_{r'}|_{r'=1} d\theta = -k\tau q_0 \epsilon^{-1} \quad (\tau \leq -4\pi r_0 \epsilon |\mathbf{E}_0|)$$

Если $\tau = C(U - U_0)$ (C — емкость системы зонд—электроды, U — электрический потенциал зонда, U_0 — потенциал исследуемой точки) [2], то

$$(1.5) \quad I_3 = kq_0 C (U_0 - U) \epsilon^{-1}$$

Выражение (1.5) справедливо при произвольных углах α и позволяет определить по экспериментальной вольт-амперной характеристике зонда потенциал исследуемой точки (по точке пересечения линейной части характеристики с осью потенциалов на фиг. 1), а также проводимость kq_0 в месте расположения зонда или плотность объемного заряда, если известна подвижность частиц. Отметим, что выражения (1.4), (1.5) не зависят от R_e и совпадают с соответствующими выражениями для линейной части характеристики зонда в коронном разряде [2].



Фиг. 1

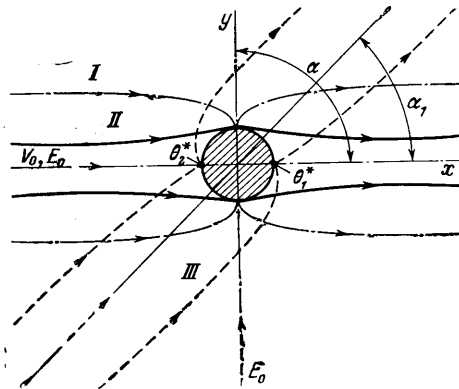
Если гидродинамические возмущения в ЭГД потоке и возмущения электрического поля за счет поляризации зонда пренебрежимо малы по сравнению с возмущениями, обусловленными его зарядом τ (это выполняется при $|\tau| \gg 2\pi\epsilon r_0 V_0 k^{-1} |1 - R_e|$), то цилиндрический зонд можно рассматривать как линейный сток ($r_0 \rightarrow 0$). При этом вследствие предположения о постоянстве плотности объемного заряда в окрестности зонда вместо (1.1) можно записать

$$(1.6) \quad W^* = (-i/2\pi) (2\pi j_0 z - I_3 \ln z)$$

где W^* — комплексный потенциал плотности электрического тока $\mathbf{j} = Vq_0$, j_0 — плотность тока в невозмущенном потоке.

Из (1.6) можно определить координату критической точки $x_* = I_3/2\pi j_0$ и максимальную полуширину зоны отбора ионов $h = I_3/2j_0$, ограниченную разветвляющейся линией тока, которая описывается уравнением $y = x \operatorname{tg}(y/h)$. Полагая $y/h = 0.99$, найдем характерный радиус зоны возмущения плотности электрического тока $R = 31.9h \approx 16I_3/j_0$, внутри которой $j_x \leq 0.99j_0$. Для измерений цилиндрическим зондом в неоднородном ЭГД потоке необходимо, чтобы плотность тока $j_0(x, y)$ оставалась практически постоянной в круге радиуса $R_1 \geq R$.

Если $|\tau| \ll 2\pi\epsilon r_0 V_0 k^{-1} |1 - R_e|$, то возмущения скорости заряженных частиц обусловлены в основном поляризационными эффектами и гидродинамическим обтеканием цилиндра. В этом случае, как следует из (1.2), воз-



Фиг. 2

мущения распространяются на расстояние $\sim 10r_0 |1 - R_e|$, которое при $q_0 = \text{const}$ определяет характерный размер зоны постоянства плотности тока $j_0(x, y)$.

Можно показать, что соотношение (1.5) описывает линейную часть характеристики зонда любой формы. В случае сферического зонда, полагая $U = 0$, $U_0 = U_*$, $C = -4\pi\epsilon r_0 (U_* - \text{плавающий потенциал})$, находим связь между током на заземленный зонд и плавающим потенциалом

$$(1.7) \quad I_3 = 4\pi k q_0 r_0 U_*$$

Выражение (1.7) было получено иным путем в [4]. Если в [4] положить, что потенциал зонда принимает значения $0 \leq U \leq U_*$ и $U_0 = U_*$, то вместо (1.7) получим вольт-амперную характеристику зонда, аналогичную (1.5). Таким образом, методика, предложенная в [4], предполагает сохранение линейной зондовой характеристики в диапазоне потенциалов зонда $0 \leq U \leq U_*$ и равенство U_* потенциалу исследуемой точки, что практически выполняется при малых плотностях объемного заряда ЭГД потока.

При $q_0 > 10^{-4} \text{ к/м}^3$ для потенциалов зонда, близких к потенциалу земли, характеристика становится нелинейной из-за большого тока I_3 , сравнимого с полным током в системе. Кроме того, как следует из (1.3), при $m > -1$ зонд отбирает ионы только частью своей поверхности, что также приводит к искривлению его характеристики. При $0 \leq |\alpha| \leq \pi/2$ границы зоны отбора определяются углами $\theta_{1,2}$, при которых $V_r'(\theta, 1) = 0$

$$(1.8) \quad \theta_{1,2} = \alpha \pm \arccos(-m)$$

Линии тока, проходящие через точки $(\theta_{1,2}, 1)$, ограничивают область ЭГД потока, из которой объемный заряд стекает на зонд. Постоянные c_1, c_2 , соответствующие граничным линиям тока, определяются из (1.2), (1.8)

$$(1.9) \quad c_1 = 2R_e [\sqrt{1-m^2} + m\theta_1], \quad c_2 = 2R_e [m(2\pi + \theta_2) - \sqrt{1-m^2}]$$

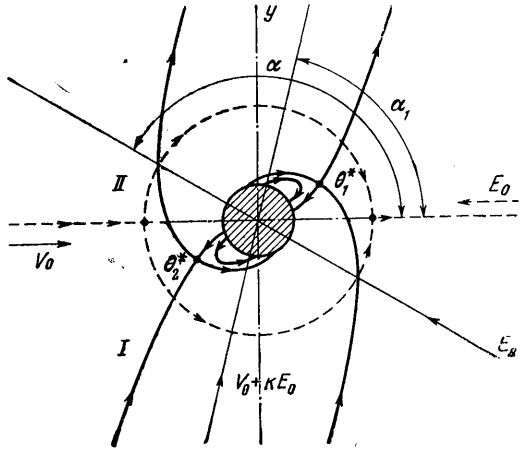
Учитывая, что ток на единицу длины зонда, протекающий между двумя линиями тока, равен $q_0(\psi_1 - \psi_2)$, можно записать на основании (1.2), (1.9)

$$(1.10) \quad I_3 = 4q_0 r_0 k |E_0| [\sqrt{1-m^2} - m \arccos m]$$

Выражение (1.10) определяет криволинейную часть зондовой характеристики при $0 \leq |\alpha| \leq \pi/2$ (кривая I на фиг. 1) и совпадает с аналогичным выражением для обычного коронного разряда при $V_0=0$ [2]. Точка $m=-1$, для которой $I_3=\pi I_0$ ($I_0=4q_0 r_0 k |E_0|$), определяет начало криволинейной части характеристики. При $m=0$ $I_3=I_0$ и потенциал зонда равен потенциалу исследуемой точки. При $m=1$ $I_3=0$ — зонд находится под плавающим потенциалом. Учитывая, что $m=C(U-U_0)/4\pi\epsilon_0 |E_0|$, найдем связь между плавающим потенциалом, параметрами ЭГД потока и геометрическими характеристиками зонда

$$(1.11) \quad U_* = 4\pi\epsilon |E_0| r_0 C^{-1} + U_0$$

Из (1.11) следует, что увеличение радиуса зонда, напряженности электрического поля и уменьшение емкости системы зонд — электроды приводят к возрастанию разницы между плавающим потенциалом и действительным потенциалом точки. Например, для зонда, находящегося на расстоянии a от заземленной плоскости, емкость системы зонд — плоскость определяется формулой [7]



Фиг. 3

$C=2\pi\epsilon (\ln 2a/r_0)^{-1}$ и выражение (1.11) принимает вид

$$U_* - U_0 = 2 |E_0| r_0 \ln(2a/r_0)$$

Эксперименты, проведенные с шаровым зондом в ЭГД струе, подтвердили наличие прямолинейного и криволинейного участков на зондовой характеристике. При этом относительная протяженность криволинейного участка вдоль оси потенциалов $(U_* - U_0)/U_0$, соответствующая $q_0 > 10^{-4}$ $\kappa/\text{м}^3$, превышала 30–40%.

Выражение (1.10) позволяет определить $|E_0|$, R_e и плотность тока проводимости $|j_1| = k |E_0| q_0$ по значению I_3 при $m=0$ ($U=U_0$)

$$(1.12) \quad |E_0| = I_0/4kq_0r_0, \quad R_e = I_0/4q_0r_0V_0, \quad |j_1| = I_0/4r_0$$

Отметим, что достаточно простые формулы (1.12) характерны только для ЭГД течений с ускоряющим полем при $0 \leq |\alpha| \leq \pi/2$. При $\pi/2 < |\alpha| \leq \pi$ в общем случае уравнение криволинейной части зондовой характеристики имеет довольно громоздкий вид и зависит от неизвестного угла α , что обусловлено появлением в ЭГД потоке в окрестности зонда критических точек и застойных зон, положение которых зависит от V_0 , E_0 , α и определяет величину тока I_3 . Анализ картины линий тока показывает (см. фиг. 2 при $m=0$, I соответствует $-R_e=0$; II — $R_e=0.5$, $\alpha=0$; III — $R_e=1$, $\alpha=\pi/2$), что в случае $m=0$ при $\alpha=\pi/2$ появляются две критические точки с координатами $r_{*1,2}'=1$, $\theta_1^*=0$, $\theta_2^*=\pi$ (это следует из (1.2) (1.3)), которые при увеличении α удаляются от поверхности зонда (фиг. 3, кривые I: $m=0$, $R_e=1$, $\alpha=150^\circ$). При этом возникают две симметричные застойные зоны, сливающиеся при $\alpha=\pi$ и $R_e < 1$ в одну с цилиндрической границей радиуса $r_{*1}' = [(1+R_e)/(1-R_e)]^{1/2}$, внутри которой коаксиально расположен зонд (фиг. 3, кривая II: $m=0$, $R_e=0.8$).

Ток на зонд при $m=0$ определяется по разности значений функции тока в критических точках (см. вывод (1.10))

$$(1.13) \quad I_3 = 2V_0 q_0 r_0 [(r_*' - 1/r_*') \sin \theta_1^* + R_e (r_*' + 1/r_*') \sin (\theta_1^* - \alpha)]$$

Координаты критических точек в общем случае определяются из уравнения $dW/dz=0$

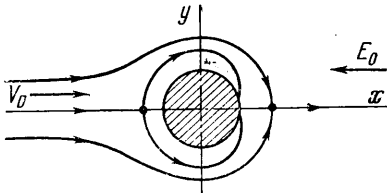
$$(1.14) \quad r_{*1,2} = \cos \alpha_1 (1 + R_e \cos \alpha)^{-1} (m^2 R_e^2 \mp 2mR_e D_2 + 2D_1^2)^{1/2}$$

$$(1.15) \quad \theta_1^* = \arctg [D_1 - D_2 \operatorname{tg} \alpha_1 - mR_e] (D_2 - D_1 \operatorname{tg} \alpha_1 - mR_e)^{-1}$$

$$\theta_2^* = \theta_1^* + \pi, \quad D_{1,2} = [1/2 (\sqrt{A^2 + 4R^2 \sin^2 \alpha} \mp A)]^{1/2}$$

$$A = (m^2 - 1) R_e^2 + 1, \quad \operatorname{tg} \alpha_1 = R_e (1 + R_e \sin \alpha)^{-1} \sin \alpha$$

Здесь α_1 — угол между вектором $(V_0 + kE_0)$ и осью x . При $m=0$ обе критические точки лежат на одном радиусе r_*' и из (1.13)–(1.15) получаем, что ток на зонд зависит от угла α . Вследствие этого выражение (1.13) не может быть использовано для определения $|E_0|$. Аналогичная ситуация возникает для всех $\pi/2 < |\alpha| \leq \pi$, при которых $I_3 > 0$.



Фиг. 4

Не выписывая в общем случае уравнения криволинейного участка зондовой характеристики, можно сделать следующие выводы: началу криволинейной части характеристики при любых α соответствует $m=-1$ (это следует из (1.3), (1.8)); плавающему потенциалу ($I_3=0$) соответствует $m=1$ при $|\alpha| \leq \pi/2$ и $m=0$ при $\alpha=\pi$. Для промежуточных углов $\pi/2 < |\alpha| < \pi$ потенциал зонда будет равен плавающему, если соответственно $1 > m > 0$. Таким образом, при $\alpha \rightarrow \pi$ происходит выпрямление криволинейного участка зондовой характеристики и приближение плавающего потенциала к потенциалу исследуемой точки (кривая II на фиг. 1).

Покажем, что для часто возникающего в эксперименте случая противоположного направления векторов V_0 и E_0 ($\alpha=\pi$) при $R_e < 1$, $m \leq 0$ зондовая характеристика не имеет криволинейного участка. Из картины линий тока, проходящих через критические точки при $-1 < m \leq 0$ (см. фиг. 4 при $m=-0.1$, $R_e=0.5$) следует, что зонд имеет в районе передней критической точки застойную зону и при $U \rightarrow U_*$ ($m \rightarrow 0$) отбирает ионы частью своей поверхности вблизи задней критической точки. Учитывая, что для всех $-1 < m \leq 0$ зона отбора ионов ограничена линиями тока $\psi_1 = 2\pi r_0 m k |E_0|$, $\psi_2 = 0$, получаем после преобразований линейную зависимость тока I_3 от разности потенциалов, которая совпадает с (1.5) (кривая III на фиг. 1). Если $m=0$, $I_3=0$, то ЭГД поток обтекает фиктивный цилиндр радиусом r_* , внутри которого плотность объемного заряда равна нулю. Характерный размер зоны возмущения плотности электрического тока в окрестности зонда при $q=q_0$ в соответствии с (1.2) равен $R \sim 10 r_0 r_*'$, что в $r_*'/(1-R_e)$ раз больше размера зоны гидродинамических и поляризационных возмущений. Следует отметить, что в реальных ЭГД потоках появление отрыва пограничного слоя на поверхности зонда приведет к искажению зоны с нулевой плотностью объемного заряда.

2. Цилиндрический зонд в сжимаемом ЭГД потоке. В соответствии с основными допущениями предполагаем, что все параметры потока (включая плотность ρ_0 и подвижность k) постоянны на расстояниях, много больших характерного размера зонда. Вследствие сжимаемости потока подвижность частиц k^* и плотность объемного заряда q^* на поверхности зонда будут отличаться от соответствующих значений в невозмущенном потоке. За-

висимость подвижности от параметров газовой среды определяется формулой Ланжевена [8]

$$(2.1) \quad k = \frac{0.235\rho_+}{\rho} \left[\frac{m_i + m_1}{\mu(\epsilon_1 - 1)_+} \right]^{1/2} = \frac{k_+ \rho_+}{\rho}$$

Здесь m_i , m_1 — соответственно массы иона и молекулы газа, ϵ_1 — относительная диэлектрическая проницаемость, μ — молекулярный вес газа, индекс плюс означает стандартные атмосферные условия.

Определим зависимость подвижности ионов вблизи зонда от скорости невозмущенного потока, которая представляет самостоятельный интерес и необходима, например, при исследовании коронного разряда с провода в сжимаемом потоке газа. В случае изэнтропического потока связь между плотностью газа в окрестности зонда и скоростью записывается в виде [9]

$$(2.2) \quad \frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 - \frac{\kappa - 1}{2} M_0^2 \left(\frac{|V|^2}{V_0^2} - 1 \right) \right]^{1/(\kappa - 1)}$$

$$\rho = \rho(r, \theta), \quad M_0 = V_0/a_0$$

где κ — отношение удельных теплоемкостей, a_0 — скорость звука в невозмущенном потоке.

При безотрывном обтекании зонда потоком с небольшой дозвуковой скоростью величину $|V|^2$ можно определить из приближенного решения, полученного методом Рэлея — Янсена [9]

$$(2.3) \quad |V|^2/V_0^2 = 1 - 2(1/r')^2 \cos 2\theta + (1/r')^4$$

Подставляя (2.2) после разложения в ряд с сохранением членов $\sim M_0^2$ и (2.3) в (2.1), находим выражение для подвижности

$$(2.4) \quad k = \frac{k_+}{\delta} \left[1 - \frac{M_0^2}{2r'^4} (1 - 2r'^2 \cos 2\theta) \right]^{-1}$$

где $\delta = \rho_0/\rho_+$ — относительная плотность газа.

Подвижность ионов k^* в момент соприкосновения с зондом минимальна в критических точках ($\theta = 0, \pi$) $k^*\delta/k_+ = 1 - M_0^2/2$ и достигает максимума $k^*\delta/k_+ = 1 + 3M_0^2/2$ при $\theta = \pi/2, 3/2\pi$.

Для определения плотности объемного заряда в окрестности зонда используем уравнение неразрывности тока

$$(2.5) \quad \nabla \nabla q + \nabla k q \mathbf{E} = 0$$

Учитывая, что $\nabla \nabla \rho = 0$, $\nabla \mathbf{E} = 0$, а также соотношение (2.1), получим решение уравнения (2.5), удовлетворяющее условию $q \rightarrow q_0$ при $r \rightarrow \infty$, $q = q_0 \rho / \rho_0$. Из последнего соотношения и (2.1) следует, что проводимость среды в окрестности зонда при выполнении принятых ограничений постоянна

$$(2.6) \quad kq = k^*q^* = k_+q_0\delta^{-1}$$

В случае отбора ионов всей поверхностью зонда плотность тока при $r' = 1$ в соответствии с (1.3) равна $2k^*q^*|E_0|(\cos(\theta - \alpha) + m)$ и прямолинейная часть зондовой характеристики определяется выражением

$$(2.7) \quad I_s = -2|E_0| \int_0^{2\pi} k^*q^* \cos \theta d\theta = -\frac{k_+q_0\tau}{\epsilon\delta}$$

При интегрировании в (2.7) изменение диэлектрической проницаемости от плотности не учитывалось, что допустимо для большинства реальных ЭГД потоков. Из соотношения (2.7) вытекает, что при $\delta > 1$ и одинаковых q_0 и τ зондовая характеристика в сжимаемом потоке будет более пологой по сравнению с несжимаемым потоком. Поэтому определение q_0 по данным эксперимента без учета сжимаемости приведет к заниженным в δ раз результатам.

Выражение для криволинейной части зондовой характеристики в сжимаемом потоке отличается от соответствующего выражения (1.10) для несжимаемого потока множителем δ^{-1} .

Поступила 2 III 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. *Satoh V.* Measurement of the space potential and the density of space charge in d.c. corona discharge. Mem. Ryeken. Coll. Engng, 1932, vol. 5, No. 313.
2. *Кравченко В. Д., Левитов В. И.* К теории зонда Сато. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 10.
3. *Левитов В. И.* Корона переменного тока. М., «Энергия», 1969.
4. *Вагажин А. Б., Лихтер В. А., Шувльгин В. И.* Исследование электрогазодинамической струи за источником заряженных частиц. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5.
5. *Бучин В. А.* Задача об электрогидродинамическом зонде, не возмущающем распределений плотностей тока и объемного заряда. ПММ, 1972, т. 36, вып. 3.
6. *Тимошин М. Г., Ларионов В. П.* Разрядные явления в потоке воздуха. Электричество, 1972, № 5.
7. *Миролубов Н. И., Костенко М. В., Левинштейн М. Л.* Методы расчета электростатических полей. М., «Высшая школа», 1963.
8. *Леб Л.* Основные процессы электрических разрядов в газах. М.—Л., Гостехиздат, 1950.
9. *Бай Ши-И.* Введение в теорию сжимаемой жидкости. М., Изд-во иностр. лит., 1961.