

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ В КОНИЧЕСКИХ СОПЛАХ

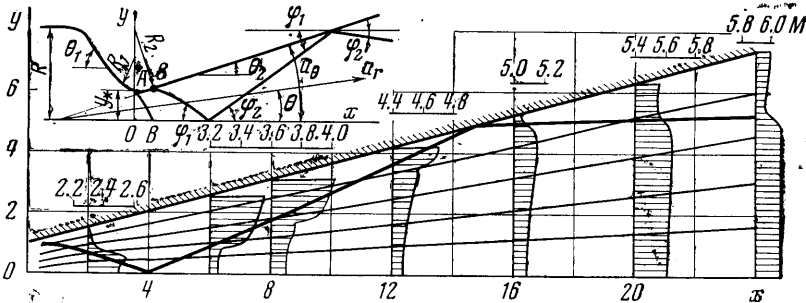
У. Г. ПИРУМОВ, Г. С. РОСЛЯКОВ, В. П. СУХОРУКОВ

(Москва)

Представлены результаты исследования течений в сверхзвуковых осесимметричных конических соплах при наличии ударных волн в потоке. Использован метод сквозного счета [1] и метод малых возмущений [2]. Исследовано влияние различных геометрических параметров и показателя адиабаты на течение газа в конических соплах. Приведено сравнение с экспериментальными данными.

1. Рассмотрим течения совершенного газа в осесимметричных конических соплах, образующая поверхности которых состоит из прямолинейных отрезков, сопряженных дугами окружностей (фиг. 1).

Несмотря на довольно большое число работ, посвященных течениям в конических соплах [2-5], по существу отсутствуют сколько-нибудь полные данные о структуре потока. Детально изучено течение лишь в транс-



Фиг. 1

звуковой области [6]. В [6] показано, что основное влияние на параметры течения в трансзвуковой области оказывает величина  $R_1$ ; влияние параметров  $R$ ,  $\theta$ , и показателя адиабаты  $\kappa$  невелико.

Обычно используемое предположение о том, что течение в сверхзвуковой области близко к течению от источника, не всегда оправдано. Как следует из более ранних работ (см., например, [2, 5, 6]), а также из приводимых ниже экспериментальных данных, течение в коническом сопле имеет существенно более сложную структуру. В окрестности точки сопряжения  $C$  (схема на фиг. 1) при некоторых условиях может возникнуть торможение потока. Волна сжатия порождает ударную волну, которая, многократно отражаясь от оси симметрии и от контура сопла, может оказать заметное влияние на распределение параметров в потоке.

2. В данной работе исследование сверхзвуковых течений в конических соплах проведено численным методом сквозного счета, изложенным в [1].

Метод основан на разностной аппроксимации уравнений газовой динамики, записанных в дивергентной форме, с помощью явной пересчетной схемы второго порядка точности типа «предиктор – корректор» и использовании процедуры сглажива-

ния. Счет велся по слоям  $x = \text{const}$  от некоторой линии  $AB$  (фиг. 1), которая, как правило, являлась характеристикой второго семейства, выходящей из точки контура сопла, в которой угол наклона вектора скорости  $\theta$  равен нулю. Параметры на линии  $AB$  определялись методом [6].

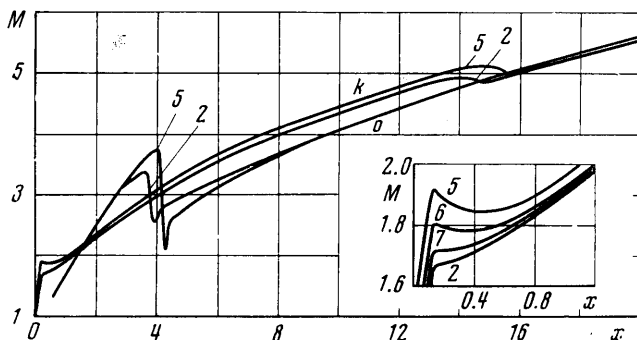
Изучим влияние геометрических параметров ( $R_1, R_2, \theta_2$ ) и показатели адиабаты  $\kappa$  на структуру течения. Исследования были проведены в следующем диапазоне параметров:  $0.25 \leq R_1 \leq 2, 0 \leq R_2 \leq 2, 5^\circ \leq \theta_2 \leq 20^\circ, \kappa = 1.14, 1.25, 1.4$  (линейные размеры здесь и всюду отнесены к радиусу горла сопла). Рассмотренные варианты сведены в таблицу. Здесь приведены значения  $R_1, R_2, \theta_2, \kappa$ , координаты точек на оси и на контуре, в которые приходит ударная волна, углы наклона  $\varphi_1, \varphi_2$  падающей и отраженной ударных волн и отношение давления  $p_2$  за отраженной ударной волной к давлению  $p_1$  перед падающей ударной волной. На номера вариантов, помещенных в таблице, в дальнейшем будем ссылаться при анализе результатов расчетов.

Типичная картина течения газа в коническом сопле приведена на фиг. 1 (вариант 2), где нанесены линии тока, положение ударной волны и эпюры числа Маха  $M$  для ряда сечений  $x = \text{const}$ . В окрестности точки сопряжения  $C$  возникает вначале ударная волна, которая отражается от оси и контура сопла. Наличие ударной волны влечет за собой немонотонность в распределении параметров по сечениям. Из фиг. 1 следует, что интенсивность ударной волны, возникающей вблизи точки сопряжения криволинейного и конического участков, при приближении к оси симмет-

N	$R_1$	$R_2$	$\theta_2$	$\kappa$	Ось				Контур				
					$x$	$\varphi_1^\circ$	$\varphi_2^\circ$	$p_2/p_1$	$x$	$y$	$\varphi_1^\circ$	$\varphi_2^\circ$	$p_2/p_1$
1	2	0	15	1.4	3.65	20	21	4.36	14.0	4.74	12	10	1.04
2	2	0.5	15	1.4	3.75	20	21	3.99	14.6	4.89	12	10	1.03
3	2	1	15	1.4	3.9	20	21	2.62	15.2	5.08	12	10	1.01
4	2	2	15	1.4	4.3	20	21	1.77	16.9	5.52	12	10	1.00
5	0.25	0.5	15	1.4	4.15	20	21	14.58	15.2	5.04	12	10	1.12
6	0.5	0.5	15	1.4	4.05	20	21	9.45	15.0	5.02	12	10	1.07
7	1	0.5	15	1.4	3.85	20	21	5.38	14.7	4.96	12	10	1.06
8	2	0.5	5	1.4	1.4	35	37	1.74	3.0	1.26	32	27	1.09
					5.6	32	28	1.97	8.9	1.78	23	21	1.05
					13.8	24	19	1.37	22.2	2.92	15	12	1.01
9	2	0.5	10	1.4	2.3	24	28	2.25	6.1	2.07	18	18	1.09
					15.5	18	16	1.98	—	—	—	—	—
10	2	0.5	20	1.4	6.5	20	14	5.56	—	—	—	—	—
11	2	0	5	1.4	1.35	35	37	1.78	3.0	1.26	32	27	1.13
					5.55	32	28	1.88	8.75	1.76	24	22	1.06
					13.8	26	20	1.5	21.6	2.88	16	13	1.01
12	2	0	10	1.4	2.25	24	28	2.6	6.0	2.05	18	18	1.14
					15.3	19	17	2.01	—	—	—	—	—
13	2	0	20	1.4	6.3	20	14	8.55	—	—	—	—	—
14	2	0.5	15	1.14	3.0	23	26	2.46	8.7	3.29	21	17	1.05
15	2	0.5	15	1.25	3.3	21	23	2.93	10.4	3.78	17	13	1.05
16	2	0.5	20	1.14	4.5	26	19	2.35	18.0	7.48	14	11	1.01
17	2	0.5	20	1.25	5.1	23	17	2.78	—	—	—	—	—
18	2	0.5	10	1.14	2.0	27	33	1.89	4.9	1.86	23	23	1.08
19	2	0.5	10	1.25	2.15	26	31	1.94	5.35	1.92	21	21	1.08
					12.2	21	20	1.65	—	—	—	—	—

при повышается, далее вниз по потоку интенсивность ее уменьшается из-за влияния волн разрежения. В большинстве случаев интенсивность ударной волны невелика (см. таблицу).

На фиг. 2 представлено распределение чисел Маха по оси ( $o$ ) к контуру ( $k$ ) конических сопл для вариантов 2, 5, 6, 7. Видно, что влияние  $R_1$  сказывается на распределении чисел  $M$  в небольшой сверхзвуковой окрестности точки сопряжения и на интенсивности ударной волны; при этом с уменьшением  $R_1$  интенсивность ударной волны увеличивается. Слабо зависят от  $R_1$  координаты точек пересечения ударной волны с осью сим-



Фиг. 2

метрии и контуром сопла; с уменьшением  $R_1$  эти точки смещаются вниз по потоку. Слабая зависимость параметров течения от  $R_1$  согласуется с общим свойством внутренних течений [2], согласно которому при увеличении числа  $M$  происходит затухание малых возмущений, наложенных на сверхзвуковое течение от источника.

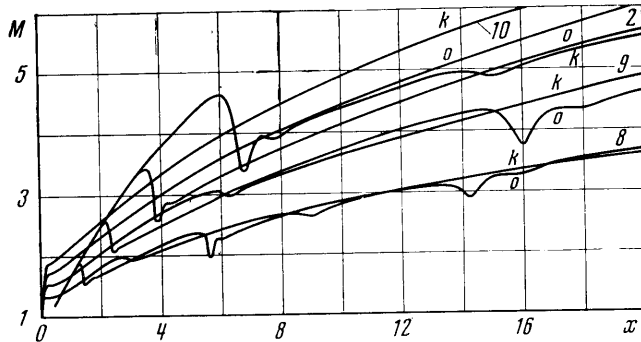
Отметим, что в точке сопряжения  $C$  имеет место разрыв производной  $dM/ds$ , где  $s$  — длина дуги. При малых  $R_1$  на контуре сопла возникает участок с почти постоянным значением числа  $M$  или даже максимумом в его распределении сразу вниз по потоку от точки сопряжения (фиг. 2). Возникающий при этом положительный градиент давления при некоторых условиях может существенным образом повлиять на параметры пограничного слоя. Величину положительного градиента давления можно рассчитать с помощью формулы, полученной в [6]. Расчеты по этой формуле и численным методом хорошо совпадают между собой.

В результате расчетов получено, что влияние  $R_2$  на параметры течения также невелико, хотя и более существенно, чем влияние  $R_1$ . Интенсивность нарастания числа Маха в области криволинейного участка контура сопла, а также по оси уменьшается с ростом  $R_2$ . Интенсивность ударной волны несколько возрастает с уменьшением  $R_2$  и достигает своего максимального значения для сопла с угловой точкой. Отметим также, что с ростом  $R_2$  ударная волна сдвигается вниз по потоку.

Для исследования влияния величины угла  $\theta_2$  на течение в сверхзвуковой области были проведены расчеты для двух типов сопл: с малым радиусом скругления  $R_2=0.5$  (варианты 2, 8, 9, 10) и с угловой точкой  $R_2=0$  (варианты 1, 11, 12, 13). Как следует из фиг. 3, с уменьшением угла  $\theta_2$  увеличивается число отражений ударной волны от оси и контура сопла. Кроме того, при малых углах  $\theta_2$  параметры в сечениях почти выравниваются, за исключением малых зон в окрестности ударных волн. В соплах с угловой точкой разгон потока идет несколько интенсивнее, ударные волны также более интенсивны, особенно при больших углах  $\theta_2$ .

Для определения влияния показателя адиабаты  $\kappa$ , который принимается постоянным по длине сопла и равным 1,14, 1,25, 1,4, были рассчитаны течения в соплах с  $\theta_2=10, 15, 20^\circ$ . Рассмотрим влияние  $\kappa$  на примере сопла с  $\theta_2=15^\circ$  для вариантов 2, 14, 15. Как и следовало ожидать, газ с большим  $\kappa$  при фиксированной длине сопла расширяется до больших чисел  $M$ . Ударная волна также более интенсивна и приходит на ось и контур сопла в точки, более удаленные от минимального сечения.

Если в трансзвуковой области сопла влияние  $\kappa$  невелико [6], то в сверхзвуковой области влияние  $\kappa$  весьма существенно, особенно при боль-



Фиг. 3

ших углах  $\theta_2$ . Это относится как к расположению ударных волн, так и ко всему течению в целом. Отметим еще, что с уменьшением  $\kappa$  происходит более быстрое выравнивание параметров в сечениях. Так, при  $\kappa=1,4$  числа Маха на оси и контуре мало различаются между собой при  $M \geq 5$ , при  $\kappa=1,25$  — при  $M \geq 3,75$ , а при  $\kappa=1,14$  — при  $M \geq 3,2$ .

3. В практических приложениях важно знать для конических сопел величины коэффициентов потерь импульса на рассеяние, характеризующих степень отличия импульса действительного сопла от импульса идеального сопла. Сравнение действительного и идеального сопла проводится при следующих условиях. Принимается, что действительное и идеальное сопла имеют одинаковые полные давления, расходы и площади выходного сечения (площади минимального сечения у них могут различаться), идеальное сопло имеет, кроме того, на выходе равномерный и параллельный оси поток. Рассчитываются два вида коэффициентов потерь, один из которых ( $\xi_f$ ) соответствует действительному течению в сопле, а другой ( $\xi_{f,k}$ ) вычисляется в предположении о том, что в сопле реализуется течение от источника

$$(3.1) \quad \xi_f = 1 - 2 \int_0^{v_k} (\rho u^2 + p) y \, dy / \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \mu \lambda_0 \left( 1 + \frac{1}{\kappa M_0^2} \right)$$

$$(3.2) \quad \xi_{f,k} = 1 - \cos^2 \frac{\theta_2}{2} \lambda_k \left( 1 + \frac{1}{\kappa M_k^2} \right) / \lambda_0 \left( 1 + \frac{1}{\kappa M_0^2} \right)$$

В (3.1) скорость отнесена к максимальной скорости  $u_{\max}$ , плотность — к критическому значению  $\rho_*$ , а давление — к  $\rho_* u_{\max}^2$ ;  $\mu$  — коэффициент расхода.

Значения коэффициентов скорости  $\lambda_k, \lambda_0$  при заданном контуре сопла можно получить из соотношений

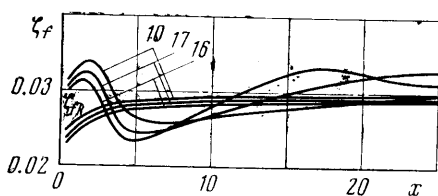
$$(3.3) \quad q(\lambda_0) = \mu / y_k^2, \quad q(\lambda_k) = \mu \cos^2 \frac{1}{2} \theta_2 / y_k^2$$

где  $y_k$  — координата контура сопла.

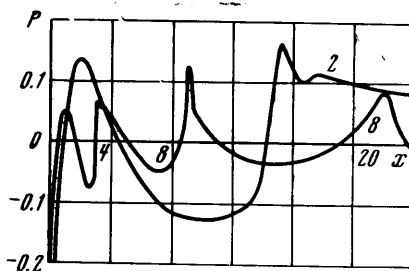
Имеет место асимптотическая зависимость

$$\lim_{y_k \rightarrow \infty} \zeta_{fk} = \sin^2 \frac{1}{2} \theta_2$$

Некоторые результаты расчетов величин  $\zeta_f$  и  $\zeta_{fk}$  представлены на фиг. 4, на которой асимптотическое значение  $\zeta_{fk}$  показано штрихпунктир-

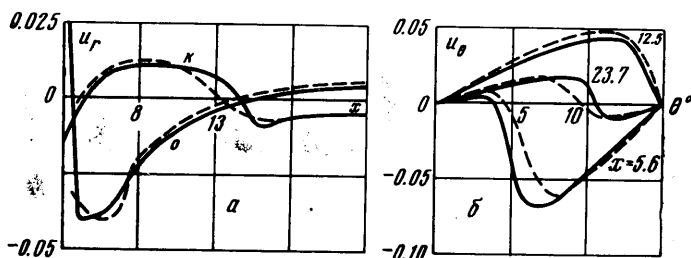


Фиг. 4



Фиг. 5

ной линией. На величины коэффициентов  $\zeta_f$  и  $\zeta_{fk}$ , так же как и на все течение в сопле, величины радиуса  $R_1$  и  $R_2$  оказывают весьма малое влияние (в пределах 0.1%). Показатель адиабаты  $\kappa$  оказывает несколько большее влияние, которое возрастает с увеличением угла  $\theta_2$ . Величины  $\zeta_f$  и  $\zeta_{fk}$  несколько уменьшаются при уменьшении  $\kappa$ . Определяющее влияние оказывает угол  $\theta_2$ . С увеличением  $\theta_2$  увеличиваются потери на рас-



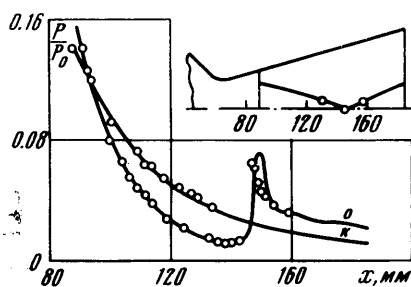
Фиг. 6

сеяние, поскольку увеличивается неравномерность потока в сечениях. Увеличивается также амплитуда колебания коэффициентов, что вызывается увеличением отличия течения в действительном сопле от течения от источника в трансзвуковой области. Это согласуется с тем [2], что распространение малых возмущений имеет колебательный характер с затухающей амплитудой. Величина  $\zeta_f$  совершает колебания относительно полученного значения из формулы (3.2). Подтверждается также, что с уменьшением угла  $\theta_2$  увеличивается частота колебаний. Значения  $(\zeta_f - \sin^2 \frac{1}{2} \theta_2)$  могут быть разного знака, т. е. в коническом сопле возможно как уменьшение, так и увеличение потерь по сравнению с течением от источника.

4. Сравним потенциальное течение от источника с течением в коническом сопле. В течении от источника на дугах окружностей, проведенных из центра источника, все газодинамические параметры постоянны, а вектор скорости направлен по лучам, выходящим из центра источника. Как показывают расчеты, наиболее сильное различие этих двух течений наблюдается в окрестности горла сопла. В этом месте происходит весьма интенсивный разгон потока, затем в окрестности точки сопряжения образуются волны сжатия, уменьшающие скорость потока, далее вдоль контура вновь происходит разгон потока с последующим торможением в месте пересечения ударной волны с контуром сопла. Изменение величин по длине сопла имеет колебательный характер.

На фиг. 5 представлено изменение величины  $P=(p-p^0)/p^0$ , где  $p$  — давление в данной точке контура сопла, а  $p^0$  — давление в этой же точке в течении от источника. (Отметим, что давление  $p^0$  весьма близко к давлению, рассчитанному в одномерном приближении.) Как показывают расчеты, различие между параметрами действительного течения и течения от источника уменьшается вниз по потоку, однако на значительной длине сопла оно достаточно велико. Так, различие в давлениях может составлять  $10\div 20\%$ . Этот факт необходимо иметь в виду при проведении экспериментальных исследований неравновесных течений, в которых эти эффекты приводят к изменениям давления такого же порядка.

Отметим, что основное влияние на величину отличия оказывают величины угла  $\theta_2$  и показателя адиабаты  $\kappa$ ; с их увеличением увеличивается и степень отличия.



Фиг. 7.

Для сопла с  $\theta_2=5^\circ$ , хотя течение в целом мало отличается от течения от источника, в окрестности ударной волны различие в давлении по-прежнему может достигать  $10\%$ .

5. Проведем сравнение результатов расчетов, полученных методом малых возмущений [2], с результатами представленного выше численного решения. Начальные данные в виде возмущений скорости  $u_r$  и  $u_\theta$  берутся из результатов численных расчетов, представленных выше, на некоторой начальной сфере радиуса  $r=r_n$  ( $\lambda=\lambda_n$ ). Эта начальная сфера должна располагаться вниз по потоку от характеристики, ограничивающей течение расширения, возникающее при обтекании криволинейного участка. При аппроксимации начальных возмущений  $u_r$  и  $u_\theta$ , как показали проведенные исследования, достаточно пяти членов ряда [2]. При увеличении числа членов результаты практически совпадают.

Некоторые результаты сравнения представлены на фиг. 6, а и б. Сплошной линией нанесены результаты численного решения (вариант 2), а пунктирной — результаты расчета по методу малых возмущений. На фиг. 6, а представлена зависимость возмущенной радиальной составляющей скорости  $u_r$  на оси и контуре от длины сопла, а на фиг. 6, б — зависимость возмущенной окружной составляющей скорости  $u_\theta$  от угла  $\theta$  в нескольких сечениях сопла при  $\lambda_n=1.96$ .

Как видно, имеет место хорошее соответствие между результатами расчетов по обоим методам. Так как возмущенные параметры рассчитываются с достаточно высокой точностью, то полные скорости будут рассчитываться с еще большей точностью. Проведенные исследования показали правомерность применения метода малых возмущений для расчета течений в конических соплах с  $\theta_2 \leq 20^\circ$ . Этот вывод имеет принципиальный характер и позволяет применять метод малых возмущений для расчета маловозмущенных пространственных течений в конических соплах, которые, по-видимому, не удастся рассчитать какими-либо другими методами с приемлемой для практики точностью.

6. На фиг. 7 представлено распределение статического давления по оси и контуру сопла, полученное при численном расчете (сплошные линии) и эксперименте [5];  $p_0$  — давление торможения. Исследовалось течение в коническом сопле, в котором  $R_1=R_2=0.625$ ,  $\theta_1=45^\circ$ ,  $\theta_2=15^\circ$ ,  $\kappa=1.4$ . Расчет проводился от сечения  $x=0.89$  мм, в котором решение было получено по методу [6]. Следует отметить весьма хорошее совпадение результатов расчета и эксперимента. Это относится как к распределению параметров по оси и контуру сопла, так и к положению ударной волны и ее интенсивности.

Г. З. Никулин провел экспериментальное исследование распределения давления на стенке конического сопла с  $R_1=R_2=0.75$ ,  $\theta_2=15^\circ$  и  $\kappa=1.275$ . Сравнение экспериментальных и расчетных результатов показывает хорошее их соответствие между собой во всей области течения. Исключение составляет небольшая область в окрестности пересечения ударной волны с контуром сопла (см. фиг. 1, 2 и таблицу), в

которой экспериментальное распределение давления выше (на 10–15%) расчетного. Это связано, по-видимому, с увеличением толщины пограничного слоя в точке пересечения с ударной волной и передачей повышенного давления по пограничному слою вверх по потоку. Аналогичное повышенное давление в области пересечения ударной волны с контуром было отмечено также и в эксперименте, проведенном В. И. Зюзиным на коническом сопле с  $R_1=R_2=2$ ,  $\theta_2=10^\circ$ ,  $\kappa=1.4$ .

В заключение авторы благодарят Н. В. Дроздову за участие в проведении расчетов.

Поступила 19 IV 1973

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Росляков Г. С., Сухоруков В. П. Разностный метод для расчета течений газа с разрывами. В сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 19. М., Изд-во МГУ, 1972.
2. Жигулева И. С., Пирумов У. Г. Исследование распространения малых возмущений в сверхзвуковых конических соплах. М., Оборонгиз, 1959.
3. Darwell H. M., Badham H. Shock formation in conical nozzles. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 8. (Рус. перев.: Образование скачка в конических соплах. Ракетная техника и космонавтика, 1963, № 8.)
4. Migdal D., Kosson R. Shock predictions in conical nozzles. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 8. (Рус. перев.: Расчеты положения скачков уплотнения в конических соплах. Ракетная техника и космонавтика, 1956, № 8.)
5. Back L. H., Caffel R. F. Detection of oblique shocks in a conical nozzle with a circular-art throat. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 12. (Рус. перев.: Определение косых скачков уплотнения в коническом сопле с критическим сечением в виде дуги окружности. Ракетная техника и космонавтика, 1966, № 12.)
6. Пирумов У. Г. Исследование течения в до- и трансзвуковой областях сопла Лаваля. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.