

ЛИТЕРАТУРА

1. Шардин Г. Пример применения ударной трубы к решению задач нестационарной газовой динамики. Ударные трубы. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
2. Ионов В. П., Николаев Г. Н., Гусев М. В., Лунова О. И. Изучение потоков газа в ударной трубе с помощью системы Теплера и скоростной покадровой съемки. Физическая газодинамика и свойства газов при высоких температурах. М., «Наука», 1964.
3. Amann H. O. Experimental study of the starting process in a reflection nozzle. Phys. Fluids, 1969, vol. 12, № 5—1, pp. 150.

УДК 536.25

О КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЯХ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ
В ЗАМКНУТОЙ ПОЛОСТИ, ПОДОГРЕВАЕМОЙ СНИЗУ

Т. П. ЛЮБИМОВА

(Пермь)

Как известно, равновесие ньютоновской жидкости, подогреваемой снизу, устойчиво относительно малых возмущений при малых значениях вертикального градиента температуры. При достижении некоторого критического градиента температуры равновесие становится неустойчивым. Малые возмущения приводят к стационарному движению, амплитуда которого вблизи порога пропорциональна квадратному корню из надкритичной («мягкое» возбуждение неустойчивости). Представляет интерес рассмотрение конвекции при подогреве снизу в неньютоновской жидкости. В настоящей работе исследуется возникновение и развитие конвективного движения пеньютоновской жидкости со степенным реологическим законом

$$(1) \quad \tau_{ik} = k |1/2 \dot{\epsilon}_{im} \dot{\epsilon}_{ml}|^{(n-1)/2} \dot{\epsilon}_{ik}, \quad \dot{\epsilon}_{ik} = (\partial v_i / \partial x_k + \partial v_k / \partial x_i)$$

где τ_{ik} — тензор напряжений, $\dot{\epsilon}_{ik}$ — тензор скоростей деформации, k — консистентность, n — показатель неньютоновости.

Запишем уравнения конвекции степенной жидкости в приближении Буссинеска в безразмерном виде

$$(2) \quad \partial v / \partial t + (v \nabla) v = -\nabla p + G T \nabla + \text{Div } \tau, \quad \partial T / \partial t + v \nabla T = P^{-1} \Delta T, \quad \text{div } v = 0 \\ G = g \beta \theta l^3 / \nu_s^2, \quad P = \nu_s / \chi, \quad \nu_s = (k/\rho)^{1/(2-n)} / l^{(2n-2)/(2-n)}$$

В качестве единиц измерения выбраны для длины — l , скорости — ν_s/l , температуры — θ , времени — l^2/ν_s , давления — $\rho \nu_s^2/l^2$. Здесь через ν_s обозначена величина, имеющая размерность вязкости; l — характерный размер полости, θ — характерная разность температур. Параметры G и P , входящие в уравнения (2), — аналоги чисел Грасгофа и Прандтля соответственно.

Очевидно, обычные условия равновесия — вертикальность и постоянство градиента температуры — сохраняются для степенной жидкости. Возникает вопрос об устойчивости равновесия при подогреве снизу. Качественные рассуждения приводят к следующим выводам. Если $n > 1$, то при линеаризации уравнений (2) около равновесия приходится зачеркивать член с $\text{Div } \tau$, т. е. малые возмущения ведут себя так, как если бы в жидкости отсутствовали силы внутреннего трения. Следовательно, можно ожидать, что в дилатантной жидкости малые возмущения равновесия всегда нарастают, т. е. равновесие при подогреве снизу неустойчиво при всех G . В случае $n < 1$ ситуация иная. Для псевдопластиков характерно наличие очень большой начальной вязкости. На малые возмущения действуют очень большие силы внутреннего трения, что приводит к затуханию таких возмущений. Следовательно, можно ожидать, что в псевдопластичной жидкости равновесие при подогреве снизу всегда устойчиво относительно малых возмущений.

Поскольку при $n > 1$ равновесие неустойчиво при всех значениях числа Грасгофа, можно думать, что в результате развития возмущений во времени установится стационарное движение, описываемое нелинейными уравнениями. Если $n < 1$, то, по-видимому, при достаточно больших G также возможно стационарное движение, которое, однако, возникает в результате развития во времени конечных возмущений. Для получения стационарных решений уравнений конвекции степенной жидкости в данной работе применяется метод конечных разностей.

Рассмотрим конвективное движение степенной жидкости в горизонтальном цилиндре квадратного сечения. Ось z совпадает с осью цилиндра. Цилиндр предполагается достаточно длинным, так что условия на концах несущественны, и решение не зависит от z . Предполагается также, что составляющая скорости вдоль оси z отсутствует. Аналогичная задача для ньютоновской жидкости была рассмотрена в [1].

Введем функцию тока ψ

$$(3) \quad \partial\psi/\partial x = -v_y, \quad \partial\psi/\partial y = v_x$$

Применяя к уравнению движения операцию rot , проектируя это уравнение на ось z и заменяя всюду v_x и v_y на производные ψ , получаем уравнения конвекции степенной жидкости в терминах функции тока ψ , вихря скорости φ и температуры T в виде

$$(4) \quad \begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \frac{\partial\psi}{\partial y} - \frac{\partial\varphi}{\partial y} \frac{\partial\psi}{\partial x} \right) &= H\Delta\varphi + 2 \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + 2 \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial\varphi}{\partial y} - \\ &- 4 \frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} - \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \right) + G \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial\psi}{\partial y} - \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial\psi}{\partial x} \right) &= \frac{1}{P} \Delta T, \quad \varphi = -\Delta\psi \\ H &= \left| 4 \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x \partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} \right)^2 \right|^{(n-1)/2} \end{aligned}$$

На границе полости Γ обращаются в нуль нормальная и касательная компоненты скорости. На горизонтальных участках поддерживаются постоянные (разные) температуры, а на вертикальных участках температура меняется с высотой по линейному закону. Таким образом, граничные условия таковы:

$$(5) \quad \psi|_{\Gamma}=0, \quad \left. \frac{\partial\psi}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0$$

$$T(x, 0, t) = 1, \quad T(x, 1, t) = 0, \quad T(0, y, t) = T(1, y, t) = 1 - y$$

Задача решалась численно методом сеток. Система уравнений (4) и граничные условия (5) записывались в конечно-разностной форме. Использовалась неявная схема продольно-поперечной прогонки [2]. Все пространственные производные заменялись центральными разностями. Значения вихря скорости на границе получались из разложения ψ в ряд около граничной точки с сохранением членов порядка h^2 (h — пространственный шаг сетки). Схема имела порядок аппроксимации $O(h^2 + \Delta t)$.

Стационарные решения уравнений получались методом установления. За начальное состояние принималось распределение ψ и φ , соответствующее одновихревому движению, амплитуда которого являлась назначаемым параметром. Начальное распределение температуры принималось равновесным, соответствующим постоянному вертикальному градиенту температуры; тепловых возмущений в систему специально не вносилось.

Основные результаты были получены на сетке 15×15 . Проверочные вычисления, проведенные на сетках 10×10 и 20×20 , показали удовлетворительную точность результатов, полученных на сетке 15×15 .

Для дилатантной жидкости основные вычисления были проведены при $n=1.2$ и $P=1$. В этом случае в результате развития возмущений во времени устанавливается одновихревое стационарное движение при всех значениях числа Грасгофа и независимо от начальной амплитуды возмущения. Интенсивность движения можно характеризовать максимальным значением функции тока в полости ψ_m и безразмерным тепловым потоком через границы N . Поток N определяется следующим образом:

$$N = \int \frac{\partial T}{\partial n} dl$$

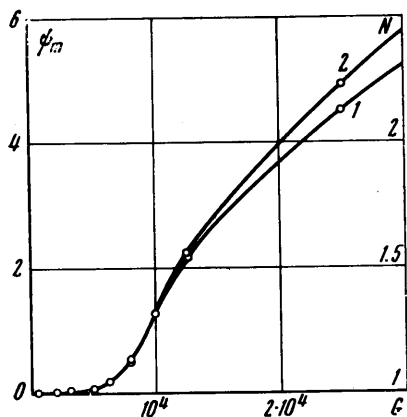
Интегрирование проводится по той части границы, на которой нормальный градиент температуры имеет один знак. В условиях стационарного движения $N_+ = -N_- = N$, где N_+ и N_- — соответственно «входящий» и «выходящий» потоки.

Зависимость $\psi_m(G)$ и $N(G)$ для стационарных движений, полученных в численном счете при $n=1.2$, $P=1$, приведена на фиг. 1 (кривая 1 — зависимость $\psi_m(G)$, кривая 2 — зависимость $N(G)$). В отличие от ньютоновской жидкости, где стационарное движение возможно лишь в надкритической области $G > G_{n1}$ ($G_{n1} = 5099$; см. (4)), здесь стационарное движение начинается с $G=0$. В области $G \sim G_{n1}$ происходит резкое нарастание интенсивности. При малых G амплитуда стационарного движения растет с увеличением G пропорционально $G^{1/(n-1)}$.

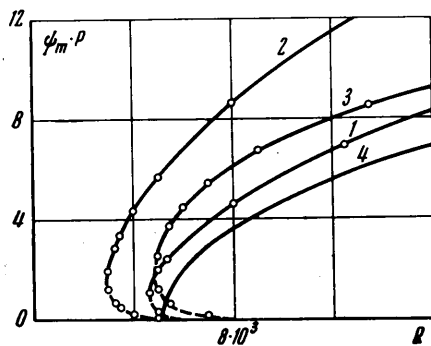
Форма движения в общем напоминает первое критическое движение ньютоновской жидкости. С ростом числа Грасгофа увеличивается интенсивность движения и намечается тенденция к образованию почти изотермического ядра и температурного пограничного слоя возле горизонтальных границ области.

В случае псевдопластичной жидкости основные вычисления были проведены для трех вариантов: $n=0.95, P=1$ (I), $n=0.8, P=1$ (II), $n=0.8, P=10$ (III).

Расчеты показывают, что в случае псевдопластичной жидкости, если число Грасгофа меньше некоторого критического значения G_* , зависящего от n и P , все воз-

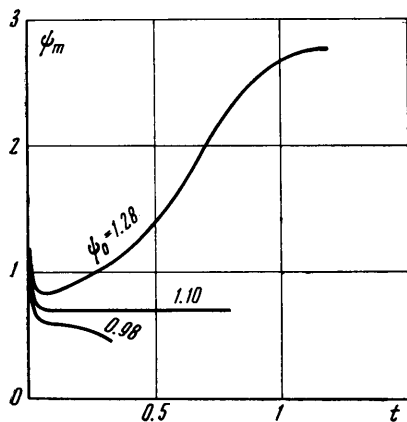


Фиг. 1

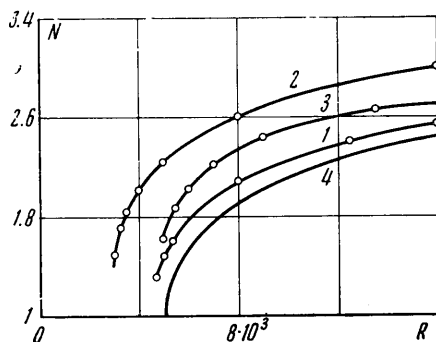


Фиг. 2

мущения затухают независимо от их начальной амплитуды. Если $G > G_*$, то имеются два устойчивых стационарных режима; один из них является равновесным, а другой соответствует стационарному движению с определенной амплитудой. Какое из устойчивых стационарных решений устанавливается в ходе переходного процесса — зависит от амплитуды начального возмущения. Малые возмущения затухают, приводя к тривиальному стационарному решению (равновесию). Возмущения с достаточно большой начальной амплитудой нарастают, приводя к устойчивому стационарному



Фиг. 3



Фиг. 4

движению. Перебирая начальные возмущения с малым шагом по амплитуде, можно достаточно уверенно зафиксировать неустойчивый стационарный режим.

Таким образом, при $n < 1$ существуют три стационарных решения, два из которых являются устойчивыми, а одно — неустойчивым. Результаты расчетов для трех вариантов приведены на фиг. 2 в координатах $\psi_m P - R$ ($R = GP$ — число Рэлея) (кривые 1–3 соответственно). Неустойчивые ветви обозначены штриховыми линиями. Для сравнения на фиг. 2 приведена также линия устойчивого стационарного режима ньютоновской жидкости (кривая 4; $n=1, P=1$).

Следует отметить, что состояния, соответствующие неустойчивым ветвям, являются долгоживущими (благодаря этому неустойчивые ветви удается реализовать

в численном счете). Однако в конце концов неустойчивые состояния под влиянием неустранимых возмущений разрушаются, переходя либо в равновесие, либо в устойчивое стационарное движение.

Зависимость поведения возмущений во времени от величины начальной амплитуды $\psi_0 = \psi_m$ ($t=0$) для $n=0.8$, $P=1$, $G=3250$ иллюстрируется фиг. 3.

Безразмерный тепловой поток N в зависимости от числа Рэлея представлен на фиг. 4 (изображены значения, соответствующие устойчивым ветвям).

Таким образом, как видно из результатов счета, в случае псевдопластичной жидкости имеет место жесткий механизм возбуждения стационарной конвекции при подогреве снизу. При этом существуют две ветви стационарных движений — устойчивая и неустойчивая. Равновесие устойчиво относительно малых возмущений при всех R . Начиная с R_* существует устойчивое стационарное движение, для возбуждения которого требуются возмущения конечной амплитуды.

При $n=1$ (ньютоновская жидкость) неустойчивая ветвь стационарных движений переходит в неустойчивое тривиальное решение. Пороговое значение R_* совпадает с критическим числом Рэлея для устойчивости равновесия, и жесткий режим возбуждения стационарной конвекции сменяется мягким.

В заключение автор благодарит Г. З. Гершуни за постановку задачи и руководство работой.

Поступила 9 XII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Тарунин Е. Л. Численное исследование конвекции жидкости, подогреваемой снизу. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
2. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск, «Наука», 1967.

УДК 539.196

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ ДЕЗАКТИВАЦИЯ МОЛЕКУЛЯРНОГО КИСЛОРОДА В ОХЛАЖДАЮЩЕМСЯ ПОТОКЕ

В. Н. МАКАРОВ, О. П. ШАТАЛОВ

(Москва)

Процесс колебательного возбуждения большинства двухатомных газов в настоящее время исследован достаточно полно; колебательная дезактивация молекул изучалась лишь в небольшом количестве работ. Вместе с тем проблема исследования колебательной дезактивации молекул становится в настоящее время особенно актуальной в связи с развитием лазерных исследований, в частности работ, связанных с газодинамическими лазерами.

Из анализа работ по колебательной дезактивации, обзор которых дан в [1], следует, что время колебательной дезактивации молекул в несколько раз (до порядка величины и более) меньше времени колебательного возбуждения. Этот вывод сделан в основном из анализа колебательной дезактивации молекул CO, N₂ и их смесей в соплах методом обращения спектральных линий или из анализа инфракрасного излучения.

Единственная упоминаемая в литературе работа [2] по колебательной дезактивации кислорода в сопле указывает на своеобразное поведение молекул O₂: колебательная дезактивация кислорода проходит на порядок медленнее, чем колебательное возбуждение в том же диапазоне температур. Этот результат был получен из анализа обращения спектральных линий натрия.

В настоящей работе было проведено исследование времени колебательной дезактивации молекул O₂ более прямым методом — с применением абсорбционной спектроскопии. Работа проводилась на ударной трубе, внутренний диаметр камеры низкого давления которой 493 мм, длина 13 м; камера изготовлена из нержавеющей стали. Трехметровая камера высокого давления имеет внутренний диаметр 90 мм и соединяется с камерой низкого давления 30-градусным конусным переходником. В качестве толкающего газа использовался водород (70%), смешанный с гремучей смесью (30%). В момент проведения эксперимента гремучая смесь поджигалась с помощью искры одновременно в нескольких точках, расположенных вдоль оси камеры высокого давления.

Камера низкого давления наполнялась кислородом, подвергнутым предварительной очистке с помощью фракционирования путем охлаждения жидким азотом. Перед наполнением камера низкого давления откачивалась до давления $\sim 10^{-2}$ мм