

## ТЕПЛОМАССОБМЕН В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА РАЗРУШАЮЩЕЙСЯ ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНЫ

Ю. С. ЧУМАКОВ

(Ленинград)

Исследуются процессы тепломассообмена в турбулентном пограничном слое на разрушающейся поверхности при аэродинамическом нагреве. Течение в слое считается замороженным, а состав газа определяется только реакциями на поверхности разрушения. Задача решается при обычных для теорий турбулентного пограничного слоя допущениях. Приводится пример расчета разрушения поверхности, материалом которой является асботекстолит.

Исследованию пограничного слоя на химически активной разрушающейся поверхности посвящено значительное число работ. В большинстве из них рассматривается ламинарный режим течения в пограничном слое. Значительно меньше исследован турбулентный пограничный слой. К числу первых таких исследований следует отнести работу [1], которая является дальнейшим обобщением известного метода [2] на случай сжимаемого турбулентного пограничного слоя при наличии уноса материала поверхности с учетом влияния химических реакций. В работе проведена оценка уноса графитовой поверхности в высокотемпературном газовом потоке.

В работе [3] содержится метод расчета турбулентного пограничного слоя в многокомпонентном газе с учетом различия в коэффициентах диффузии. Автором получено упрощенное решение уравнений Стефана — Максвелла в предположении, что числа Шмидта постоянны. В качестве иллюстрации метода рассматривается горение графитовой поверхности в смеси кислорода и азота.

Несколько иной подход в определении диффузионного потока используется в работе [4]. В отличие от [3] в ней диффузионный поток определяется через эффективный коэффициент диффузии. В качестве примера рассматривается более сложная задача разрушения поверхности по составу, близкому к текстолиту.

Более подробный обзор работ по вдуву при наличии химических реакций можно найти, например, в [5].

**1. Уравнения многокомпонентного турбулентного пограничного слоя. Граничные условия.** В системе координат  $x, y$ , направленных вдоль поверхности тела и по нормали к ней, система уравнений замороженного пограничного слоя на плоской пластине имеет следующий вид:

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0$$

$$(1.2) \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y}$$

$$(1.3) \quad \rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = (\mu + \epsilon) \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left[ (\lambda + \lambda_T) \frac{\partial T}{\partial y} \right] - \\ - \frac{\partial T}{\partial y} \sum_{i=1}^N c_{p_i} I_i$$

$$(1.4) \quad \rho u \frac{\partial c_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial y} = - \frac{\partial I_i}{\partial y} \quad (i=1, 2, \dots, N-1)$$

$$(1.5) \quad \sum_{i=1}^N c_i = 1, \quad p = \rho \frac{R_0}{m} T, \quad m = \left( \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i} \right)^{-1}, \quad c_p = \sum_{i=1}^N c_{p_i} c_i$$

где  $u, v$  — проекции вектора скорости на оси  $x$  и  $y$  соответственно;  $p, \rho, T$  — давление, плотность и температура газа;  $m, c_p$  — молекулярный вес и теплоемкость газа;  $c_i, c_{p_i}$  — массовая концентрация и теплоемкость  $i$ -й компоненты;  $\mu, \lambda$  — коэффициенты вязкости и теплопроводности;  $\epsilon, \lambda_T$  — турбулентные коэффициенты вязкости и теплопроводности;  $R_0$  — универсальная газовая постоянная.

Здесь напряжение трения  $\tau$  и диффузионный поток  $i$ -й компоненты  $I_i$  определяются по формулам

$$(1.6) \quad \tau = (\mu + \epsilon) \partial u / \partial y, \quad I_i = -\rho (D_i + D_T) \partial c_i / \partial y$$

где  $D_T$  — турбулентный коэффициент диффузии, а  $D_i$  — эффективный коэффициент диффузии, определяемый по формуле [8]

$$(1.7) \quad D_i^{-1} = \sum_{j=1}^N \frac{m}{m_j} \frac{c_j}{D_{ij}} \left( 1 - \frac{c_i I_j}{c_j I_i} \right) + \sum_{k=1}^N c_k \sum_{j=1}^N \frac{c_j}{D_{kj}} \frac{m}{m_j} \left( \frac{c_i I_j}{c_j I_i} - \frac{c_i I_k}{c_k I_i} \right)$$

Граничные условия на внешней границе пограничного слоя можно записать следующим образом:

$$(1.8) \quad \text{при } y \rightarrow \infty, \quad u \rightarrow u_e, \quad c_i \rightarrow c_{ie}, \quad T \rightarrow T_e$$

Состав на внешней границе предполагается равным равновесному составу при заданных температуре и давлении.

При постановке граничных условий на поверхности необходимо исходить из конкретных процессов, происходящих на фронте разрушения. Если разрушение происходит без образования жидкой пленки, то известно только одно условие

$$(1.9) \quad u = 0 \text{ при } y = 0$$

Остальные условия можно записать только формально.

Если на поверхности есть  $N$  компонент, состоящих из  $l$  элементов, то можно написать  $(N-l)$  уравнений независимых реакций

$$(1.10) \quad \sum_{j=1}^N \nu_{ji}' A_j' \rightleftharpoons \sum_{j=1}^N \nu_{ji}'' A_j''$$

и соответственно столько же уравнений равновесия этих реакций

$$(1.11) \quad K_{p_i} = \prod_{j=1}^N \left( \frac{c_{jw}}{m_j} m_p \right)^{\nu_{ji}'' - \nu_{ji}'}$$

где  $K_{p_i}$  — константа равновесия  $i$ -й реакции.

Для определения концентраций остальных компонент воспользуемся уравнением сохранения элемента на поверхности

$$(1.12) \quad \sum_{k=1}^N r_{lk} [\rho v (c_k - c_k^{(1)}) + I_k] = 0, \quad (l=1, 2, \dots, N-1)$$

где  $r_{lk} = n_k m_l / m_k$  — весовая доля элемента  $l$  в  $k$ -й компоненте,  $c_k^{(1)}$  — концентрация компонент в конденсированной фазе.

Температуру поверхности определяем, используя условие теплового баланса, которое, если не учитывать радиационный поток к поверхности, запишется в виде

$$(1.13) \quad (\rho v)_w (h - h^{(1)}) + \sum_{k=1}^N h_k I_k - \frac{\mu}{P} \frac{\partial h^T}{\partial y} + \varepsilon \sigma_r T_w^4 = (\rho v)_w (h_{sw} - h_{-\infty})$$

где слева стоит полный поток энергии, направленный от фронта разрушения, а справа — поток к фронту со стороны конденсированной фазы.

Здесь приняты следующие обозначения:  $h_k$  — энтальпия  $k$ -й компоненты,  $h_{sw}$  — энтальпия материала, нагретого до температуры поверхности,  $h_{-\infty}$  — энтальпия непрогретого материала,  $\varepsilon$  — степень черноты поверхности,  $\sigma_r$  — постоянная Стефана — Больцмана

$$h - h^{(1)} = \sum_{k=1}^N h_k (c_k - c_k^{(1)}) + \Delta$$

$\Delta$  — теплота фазового перехода.

Если ввести в рассмотрение коэффициенты теплообмена  $C_n$  и массообмена  $i$ -й компоненты  $C_{di}$  по формулам

$$(1.14) \quad C_n = \left( \frac{\mu}{P} \frac{\partial h^T}{\partial y} \right)_w / \rho_e u_e c_{pe} (T_r - T_w), \quad C_{di} = \frac{I_i}{\rho_e u_e (c_{ie} - c_{iw})}$$

где  $T_r = T_e + 1/2 r u_e^2$  — температура восстановления,  $r$  — коэффициент восстановления и  $Q_k$  — теплота образования молекул на фронте разрушения, то условие теплового баланса (1.13) преобразуется к виду

$$(1.15) \quad \frac{c_f}{2} \rho_e u_e \left[ \frac{2C_n}{c_f} (T_r - T_w) - \sum_{k=1}^N \frac{2C_{dk}}{c_f} (c_{ke} - c_{kw}) Q_k \right] = \\ = (\rho v)_w \left[ \Delta + c_{pe} (T_w - T_{-\infty}) - \sum_{k=1}^N (c_{ke} - c_k^{(1)}) Q_k \right] + \varepsilon \sigma_r T_w^4$$

В качестве замыкающего условия используется кривая равновесного испарения какой-либо компоненты  $K_p = K_p(p, T)$ .

Таким образом, определение граничных условий на поверхности разрушения сводится к решению системы из  $(N+2)$  уравнений, включающих  $(N-l)$  уравнений равновесия (1.11),  $l$  уравнений сохранения элементов на поверхности (1.12), уравнение теплового баланса (1.15) и закон равновесного испарения.

**2. Интегрирование системы уравнений турбулентного пограничного слоя.** В системе (1.1) — (1.5) перейдем к несколько измененным переменным Крокко [4]

$$(2.1) \quad \xi = x, \quad z = 1 + Bu'$$

где  $u' = u/u_e$ ,  $B = (\rho v)_w u_e / \tau_w$  — параметр вдува.

Далее будем предполагать, что профили концентраций и температуры зависят явно только от скорости  $u$  при этом неявная зависимость от продольной координаты  $x$  остается, ибо  $u = u(x, y)$ . Это допущение строго выполняется, если течение в пограничном слое замороженное и числа Шмидта (Si) и Прандтля (P) равны единице, поэтому можно ожидать, что при небольших отклонениях чисел Шмидта и Прандтля от единицы зависимость концентраций и температуры от продольной координаты будет сла-

бой. С учетом этого предположения уравнения диффузии и энергии преобразуются в обыкновенные дифференциальные уравнения

$$(2.2) \quad \frac{d}{dz} \left( \frac{S_i}{z} \frac{dc_i}{dz} \right) - \frac{dc_i}{dz} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N-1)$$

$$(2.3) \quad \frac{d}{dz} \left( \frac{c_p}{P} z \frac{dT}{dz} \right) - \frac{dT}{dz} \left( c_p - z \sum_{i=1}^N \frac{c_{pi}}{S_i} \frac{dc_i}{dz} \right) + \frac{u_e^2}{B^2} z = 0$$

Интегрируя уравнения (2.2) и (2.3), определяя первую постоянную интегрирования из условий на стенке (при  $z=1$ ,  $I_i=I_{iw}$ ,  $q=q_w$ ), вторую постоянную из условий  $c_i=c_{iw}$  и  $T=T_w$  при  $z=1+B$ , получим профиль концентрации и температуры в ламинарном подслое ( $1 \leq z \leq 1+Bu_L'$ )

$$(2.4) \quad c_i = \frac{1}{R_i(z)} \{ [R_i(z) - 1] A_i + c_{iw} \}$$

$$(2.5) \quad T = \frac{1}{R(z)} \left\{ T_w + [1 - R(z)] \frac{\delta}{c_p^*} + Q(z) \frac{u_e^2}{2c_{pe}} \right\}$$

В турбулентном ядре профиль концентраций и температуры можно найти, дважды проинтегрировав уравнения (2.2) и (2.3) при условии, что числа Шмидта и Прандтля равны единице. Первую постоянную интегрирования для уравнения (2.2) определим из условия равенства диффузионных потоков по обе стороны от границы ламинарного подслоя и турбулентного ядра, а для уравнения (2.3) — из условия постоянства теплового потока поперек пограничного слоя. Используя условия на внешней границе пограничного слоя (1.8) для определения второй постоянной интегрирования, получим в турбулентном ядре ( $1+Bu_L' < z \leq 1+B$ )

$$(2.6) \quad c_i = \frac{z}{z_e} \left[ A_i \left( \frac{z_e}{z} - 1 \right) + c_{ie} \right]$$

$$(2.7) \quad T = \frac{1}{\Phi(z)} \left\{ T_e + [1 + \Phi(z)] \frac{\delta}{c_p^*} + S(z) \frac{u_e^2}{2c_{pe}} \right\}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$(2.8) \quad R_i(z) = \exp \left[ - \int_1^z \frac{S_i}{z} dz \right], \quad A_i = c_{iw} + \frac{I_{iw}}{(\rho v)_w}, \quad c_p^* = \sum_{i=1}^N c_{pi} A_i$$

$$R(z) = \exp \left[ - \int_1^z \frac{c_p^* P}{c_p} \frac{dz}{z} \right], \quad \frac{\delta}{c_p^*} = \left( \lambda \frac{dT}{dz} \right)_w / \frac{c_f}{2} \rho_e u_e c_p^* T_e B$$

$$Q(z) = \frac{c_{pe}}{c_p^*} \frac{1}{B^2} \left[ (z^2 - 1) R(z) - 2 \int_1^z R(z) z dz \right]$$

$$\Phi(z) = 1 + \left( \frac{z_e}{z} - 1 \right) \frac{c_p^*}{c_{pe}}, \quad S(z) = \frac{z_e}{B^2} \left[ z_e - z + \frac{1}{z_e} - \frac{1}{z} \right]$$

Приравнивая значения концентраций и температуры на границе ламинарного подслоя и турбулентного ядра, получим выражения для коэффициентов теплообмена и массообмена

$$(2.9) \quad \frac{2C_H}{c_f} = \frac{BR(z_L)}{\Phi(z_L) - R(z_L)} \frac{c_p^*}{c_{pe}}, \quad \frac{2C_{dt}}{c_f} = \frac{BI_{iw}}{(\rho v)_w (c_{ie} - c_{iw})}$$

а также для коэффициента восстановления

$$(2.10) \quad r = S(z_L) - Q(z_L) \Phi(z_L) / R(z_L)$$

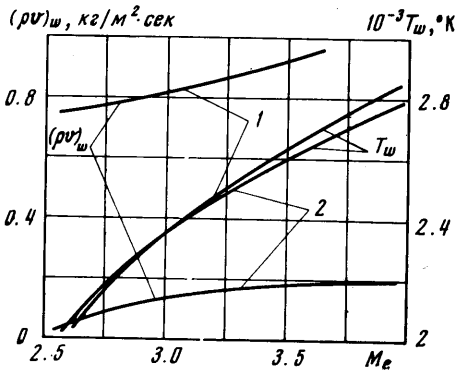
Уравнение сохранения элемента на поверхности (1.12) при переходе к новым переменным примет вид

$$(2.11) \quad \sum_{k=1}^N r_{ik} [\beta_i c_{ie} + (1 - \beta_i) c_{iw}] - c_i^* = 0$$

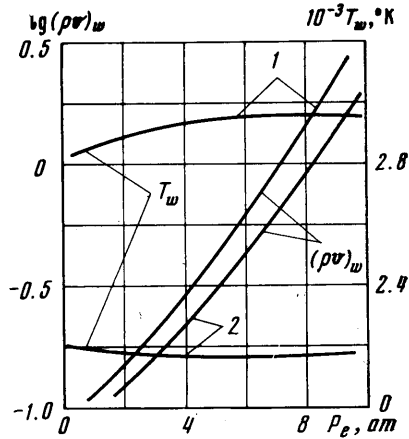
$$\beta_i = \left[ 1 - \frac{z_e}{z_L} \exp \left( \int_1^z \text{Si} \frac{dz}{z} \right) \right]^{-1}$$

Коэффициент молекулярной вязкости смеси газов вычислялся по формуле Уилки [6], а коэффициент теплопроводности — по формуле Масона и Саксена для смесей многоатомных газов [7].

**3. Определение поверхностного трения.** Расчет трения проводился при обычных для теории турбулентного пограничного слоя допущениях. При-



Фиг. 1



Фиг. 2

нималась двухслойная схема течения, при которой пограничный слой делится на ламинарный подслой, где молекулярная вязкость значительно больше турбулентной, и турбулентное ядро, где преобладает турбулентная вязкость. Турбулентные аналоги чисел Прандтля и Шмидта предполагались равными единице.

Используя метод расчета из работы [5], определение коэффициента поверхностного трения  $c_f$  можно свести к решению трансцендентного уравнения

$$(3.1) \quad \lg k + k = L$$

$$(3.2) \quad k = \frac{FN\sqrt{c_{f0}}}{2\sqrt{c_f}}, \quad F = \frac{0.242}{\sqrt{c_{f0}}}, \quad N = \frac{1}{B} \int_1^{z_e} \sqrt{\frac{1}{z} \frac{\rho}{\rho_e}} dz$$

$$L = \lg \frac{FN}{2} + \frac{1}{2} \left[ \lg \frac{\mu_e}{\mu_w} + F \right], \quad c_{f0} = 0.0263 \text{Re}_x^{-1/2}$$

Тогда выражение для коэффициента трения  $c_f$  будет

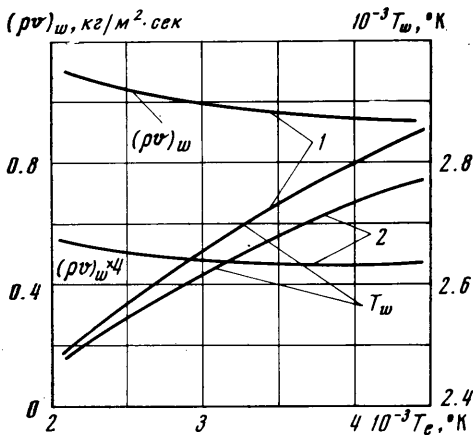
$$(3.3) \quad c_f = c_{f0} (FN/2k)^2$$

Здесь плотность газа  $\rho$  определяется из уравнения состояния (1.5), в котором состав газа в пограничном слое и температуру можно найти по формулам (2.4) — (2.7).

**4. Последовательность расчетов и обсуждение результатов.** Расчет проводится методом последовательных приближений. В качестве нулевого приближения задаются параметры на поверхности разрушения ( $T_w$ ,  $C_{iw}$ ,  $B$ ) и значение скорости на границе ламинарного подслоя  $u_L$ , а также числа Шмидта. Затем определяется в нулевом приближении профиль температуры и концентраций. Далее можно найти профиль плотности  $\rho$  и в первом приближении коэффициент трения  $c_f$ , а следовательно, можно уточнить значение  $u_L$ , решив трансцендентное уравнение [5]

$$(4.1) \quad u_L = 11.5 \sqrt{\frac{2\rho_w}{c_f \rho_e} \exp\left(\frac{1}{2} B u_L\right)}$$

После этого по формуле (1.7) находятся эффективные коэффициенты диффузии. Решив нелинейную систему из  $(N+2)$  уравнений (1.11), (1.12), (1.15), находим в первом приближении параметры на поверхности разрушения. Затем весь итерационный процесс повторяется до тех пор, пока не будет удовлетворено условие сходимости. В качестве критерия сходимости можно, например, использовать величину  $u_L$  или параметр вдува  $B$ .



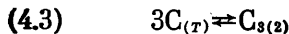
Фиг. 3

Для иллюстрации предложенного метода была рассмотрена задача о разрушении поверхности, материалом которой является асботекстолит. Этот материал представляет собой слоистый пластик, в котором наполнителем служит асбестовая ткань, а связующим элементом является фенолформальдегидная смола.

При температуре поверхности выше 2000 °K и давлении 0.1–10 ат состав газа на поверхности, как показывают расчеты в работе [8], в основном представлен следующими компонентами:  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $CN$ ,  $HCN$ ,  $CO$ ,  $SiO$ ,  $MgO$ ,  $C_3$ , а наиболее существенными реакциями являются реакции образования паров синильной кислоты  $HCN$  и циана  $CN$

(4.2)  $HCN \rightleftharpoons C_{(T)} + \frac{1}{2} N_2 + \frac{1}{2} H_2$ ,  $CN \rightleftharpoons C_{(T)} + \frac{1}{2} N_2$

Для определения параметра вдува  $B$  используется кривая равновесного испарения углерода



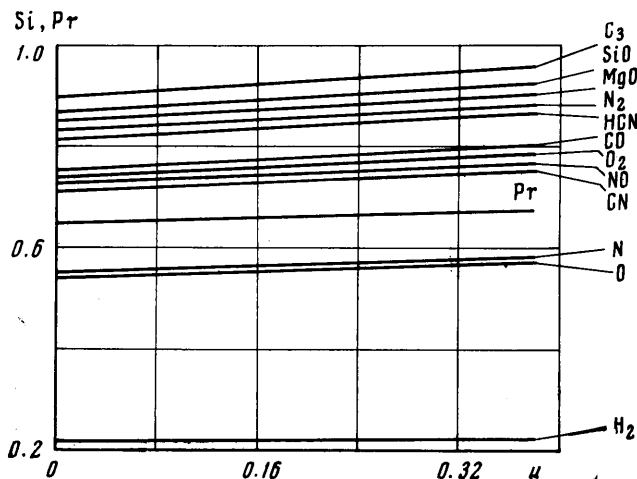
Таким образом, при разрушении асботекстолита в потоке диссоциированного воздуха ( $O$ ,  $O_2$ ,  $N$ ,  $N_2$ ,  $NO$ ) газ в пограничном слое состоит из двенадцати компонент:  $N$ ,  $O$ ,  $NO$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $CN$ ,  $HCN$ ,  $CO$ ,  $SiO$ ,  $MgO$ ,  $C_3$ .

По изложенной методике был проведен расчет, в котором исследовалось влияние внешних параметров задачи ( $T_e$ ,  $p_e$ ,  $M_e$ ) на температуру поверхности и массовую скорость уноса.

На фиг. 1 представлены кривые изменения температуры поверхности  $T_w$  и массовой скорости  $(\rho v)_w$ . Кривые 1 соответствуют давлению  $p_e = 3$  ат, кривые 2 —  $p_e = 0.25$  ат. Температура на внешней границе пограничного слоя  $T_e$  равна 3500 °K.

На фиг. 2 представлены те же зависимости, параметром является скорость  $u_e$ , для кривой 1 —  $u_e=4500$  м/сек и для кривой 2 —  $u_e=3000$  м/сек. Видно, что с ростом  $p_e$  массовая скорость  $(\rho v)_w$  резко возрастает, что объясняется резким возрастанием плотности потока за счет роста давления.

В отличие от рассмотренных зависимостей, где с ростом температуры поверхности массовая скорость увеличивается, на фиг. 3 (кривая 1 —  $p_e=3$  ат, кривая 2 —  $p_e=0.25$  ат,  $u_e=4000$  м/сек) с ростом  $T_w$  массовая скорость уменьшается, что происходит за счет уменьшения плотности потока.



Фиг. 4

На фиг. 4 представлены профили значений чисел Шмидта. Видно, что числа  $Si$  изменяются не более чем на 10–15%. Был проведен расчет с постоянными числами Шмидта поперек пограничного слоя и равными их значениям на поверхности. При этом погрешность в определении температуры поверхности и массовой скорости уноса составила 2–5%.

Поступила 12 IX 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Денисон М. Р. Турбулентный пограничный слой на химически активных разрушающихся поверхностях. *Вопр. ракетн. техн.*, 1962, № 1.
2. Dorrance W. H., Dore E. J. The effect of mass transfer on the compressible turbulent boundary layer skin friction and heat transfer. *J. Aero/Sci.*, 1954, vol. 21, No. 6.
3. Совершенный В. Д. Многокомпонентный турбулентный пограничный слой на химически активной поверхности. *Изв. АН СССР, МЖТ*, 1968, № 1.
4. Черняков В. М. Турбулентный пограничный слой в многокомпонентной смеси на химически активной поверхности. *Тр. Ленингр. политехн. ин-та*, 1970, № 313.
5. Лапин Ю. В. Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа. М., «Наука», 1970.
6. Wilke C. R. Viscosity equation for gas mixtures. *J. Chem. Phys.*, 1950, vol. 18, No. 4.
7. Дорренс У. Х. Гиперзвуковые течения вязкого газа. М., «Мир», 1966.
8. Тирский Г. А. Анализ химического состава ламинарного многокомпонентного пограничного слоя на поверхности горящих пластиков. *Космические исследования*, 1964, т. 2, вып. 4.