

УДК 533.6.011

РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ В ЭЖЕКТОРНЫХ СОПЛАХ

В. М. ПУЗЫРЕВ, Р. К. ТАГИРОВ

(Москва)

Предложен метод расчета двумерного невязкого течения в эжекторных соплах произвольной формы для двух режимов их работы: режима дозвукового течения вторичного потока и режима, когда вторичный поток достигает критической скорости, т. е. запирается. Во втором случае допускается возможность появления прямого скачка уплотнения в сверхзвуковой части вторичного потока.

1. Для большинства многорежимных самолетов современной авиации используются воздушно-реактивные двигатели с эжекторными соплами. Это объясняется относительной простотой регулирования таких сопел при наличии ограничений на вес и длину.

Хотя изучению течения двух потоков в эжекторах посвящено значительное число работ, однако большинство теоретических работ ограничивается одномерным рассмотрением течения в обоих потоках (см., например, [1, 2]). Такой подход оказывается удовлетворительным при определении некоторых интегральных характеристик эжекторов, имеющих цилиндрическую обечайку. При наличии нецилиндрической обечайки указанный одномерный подход становится неприменимым.

Впервые метод расчета двумерного течения в эжекторном сопле был предложен в 1954 г. в работе А. А. Никольского и В. И. Шустова для плоского канала и в 1964 г. в работе Эдди и Чоу [3] для осесимметричного канала. При этом для расчета высоконапорного (первичного) потока применялся метод характеристик, а для расчета низконапорного (вторичного) потока использовались уравнения одномерного изэнтропического течения. Указанный метод нашел применение в работах различных авторов Харди и Делери [4] и др. Следует, однако, отметить, что использование метода характеристик вызывает значительные трудности при составлении программ для ЭВМ, в особенности при наличии скачков уплотнения в потоке. В данной работе был использован метод, предложенный в [5]. Он позволяет рассчитывать сверхзвуковые течения без выделения косых скачков уплотнения и является простым для реализации на ЭВМ.

При создании алгоритма и программы расчета была разработана схема течения в эжекторном сопле, которая основывается на модели, предложенной в [3], однако содержит ряд новых элементов. Вязкость не учитывается. Как показали результаты сравнения с экспериментальными данными в [3, 6] и в данной работе, невязкая модель достаточно точно описывает течение в эжекторном сопле, когда коэффициенты эжекции вторичного потока $> 5\%$, а длина обечайки достаточно мала.

2. При течении первичного и вторичного потоков в эжекторном сопле возможны три режима.

Первый режим возникает, когда отношение полного давления первичного потока p_p^* к статическому давлению среды, в которую происходит истечение, недостаточно большое, чтобы произошло запирание вторичного потока (здесь и в дальнейшем нижний индекс p характеризует параметры первичного потока). В этом случае давление вторичного потока вначале уменьшается и затем, не достигнув критического значения, возрастает до давления среды p_n (рассматриваются случаи, когда первичное сопло работает на режиме недорасширения). При достаточном уменьшении p_p^* наступает второй режим течения. В этом случае происходит запирание вторичного потока и образование области сверхзвукового течения, в которой в общем случае могут возникнуть скачки уплотнения. Дальнейшее уменьшение отношения p_n/p_p^* не изменяет картины течения. Если теперь производить уменьшение полного давления p_p^* вторичного потока на входе, то происходит более сильное расширение первичного потока и его граница начина-

ет приближаться к стенке обечайки (здесь и в дальнейшем нижний индекс s характеризует параметры вторичного потока). Третий режим соответствует случаю, когда первичный поток присоединяется к стенке обечайки.

В данной работе рассматриваются первый и второй режимы течения. Задача ставится следующим образом. Считаются заданными геометрические параметры первичного сопла и обечайки эжектора, включая длину. В каком-либо сечении сверхзвуковой части первичного сопла задается начало декартовой системы координат x, y , причем ось x направляется вдоль оси симметрии рассматриваемого канала. В начальном сечении первичного сопла задаются распределение продольной составляющей скорости u_{p0} , полное давление p_{p0}^* , полная температура T_{p0}^* , газовая постоянная R_{p0} и отношение теплоемкостей γ_{p0} . Вертикальная составляющая скорости в указанном сечении принимается $V_{p0}=0$ (нижний индекс 0 соответствует начальному сечению сопла). Распределение энтальпии торможения в начальном сечении считается равномерным. Кроме того, предполагается, что в потоке отсутствуют физико-химические превращения, поэтому

$$R_p = R_{p0}, \gamma_p = \gamma_{p0}, T_p^* = T_{p0}^*.$$

Вторичный поток предполагается одномерным, и в его начальном сечении считаются известными полное давление p_{s0}^* , полная температура T_{s0}^* , газовая постоянная R_{s0} и отношение теплоемкостей γ_{s0} . Как в предыдущем случае, считается

$$R_s = R_{s0}, \gamma_s = \gamma_{s0}, T_s^* = T_{s0}^*.$$

Для замыкания задачи в общем случае должно быть еще задано давление среды p_∞ . При решении задачи течение считается стационарным, а газ каждого из двух потоков предполагается совершенным, невязким и не-теплопроводным. Как и в [4, 6], здесь используется условие равенства статических давлений на границе раздела первичного и вторичного потоков, причем в отличие от указанных работ считается, что параметры в одномерном вторичном потоке постоянны не вдоль прямолинейных поперечных сечений, а вдоль сечений, описываемых дугами окружности.

3. Решение поставленной выше задачи достигается в процессе численного интегрирования уравнений сохранения для первичного потока [5] и рассмотрения конечных уравнений для вторичного потока. Расчет ведется шагами вдоль оси x , причем на каждом шаге за срезом первичного сопла с помощью итераций достигается равенство статических давлений на границе двух рассматриваемых потоков.

Вначале рассмотрим поле течения первичного потока

$$0 \leq x, \quad y^-(x) \leq y \leq y^+(x)$$

где функции $y^-(x)$ и $y^+(x)$ или заданы, как например, при течении в канале с твердыми стенками, или находятся в процессе решения, как в случае истечения струи. Если $y^-(x)=0$, то нижней границей рассматриваемой области является ось симметрии. На каждом шаге по x для заданного давления p_s на границе струи однозначно определяется угол ее наклона θ_s . Обозначим эту функциональную связь в виде равенства $\theta_s = \varphi_1(p_s)$.

Рассмотрим вторичный поток. Для каждого сечения этого потока можно записать уравнение неразрывности. Если известен расход m_s , то указанное уравнение связывает две неизвестные: площадь F_s , и давление p_s , т. е. $F_s = \varphi_2(p_s)$. Для определенности будем считать, что площади относятся к площади выходного сечения первичного сопла. С другой стороны, при известном угле θ_s легко определяются радиус струи y^+ в рассматриваемом сечении и геометрическая кольцевая площадь сечения вторичного потока f_s , причем это сечение описывается дугой окружности и предполагается, что f_s отсчитывается от той точки на границе первичного потока, которая соответствует середине шага по x . Так как точка пересечения этого сечения со стенкой заранее неизвестна, то величина f_s определяется с помощью метода последовательных приближений. Таким образом устанавливается $f_s = \varphi_3(\theta_s)$. Здесь отметим,

что начальное сечение вторичного потока обычно представляется в виде плоского сечения. Поэтому для избежания резкого перехода от плоского сечения к сечению, описываемому дугой окружности, в данной работе вводится закон плавного изменения площадей f_s на заданной длине L

$$f_s = (x/L)^n (f_{s,г} - f_{s,п}) + f_{s,п}$$

где $f_{s,п}$ — площадь плоского сечения, $f_{s,г}$ — площадь сечения, описываемого дугой окружности, n — произвольная константа. При проведении расчетов принималось $n=2$, $L=1.6$. Линейные размеры здесь и в дальнейшем отнесены к высоте выходного сечения первичного сопла.

Полученные функции φ_1 , φ_2 и φ_3 позволяют для каждого p_s определить требуемую площадь F_s и геометрическую площадь f_s . Необходимо подобрать на каждом шаге по x такое значение p_s , при котором $F_s = f_s$. Обычно расчет ведется методом последовательных приближений. Этот итерационный процесс продолжается до достижения необходимой точности $f_s - F_s \leq \varepsilon_F$, где ε_F — малая величина. В расчетах принималось обычно $\varepsilon_F = 10^{-5}$. Полученное при этом p_s и будет искомым значением давления вторичного потока, равного давлению на границе первичного потока.

Таким образом, на каждом шаге по x определяются все параметры первичного и вторичного потоков. Такой расчет может проводиться для каждого заданного расхода m_s вторичного потока, или для каждого заданного статического давления p_{s0} в начальном сечении вторичного потока. Эти величины пока неизвестны, для их определения необходимо рассмотреть заданную величину p_n .

При наличии первого режима работы эжекторного сопла должно выполняться равенство статического давления в выходном сечении вторичного потока статическому давлению среды p_n , в которую происходит истечение, т. е. $p_{se} = p_n$. В случае второго режима работы эжекторного сопла вторичный поток запирается при достижении минимальной площади $F_{s, \min}$, а расход m_s достигает при этом максимального значения. В этом случае параметры обоих потоков в области, находящейся выше по потоку от минимального сечения вторичного потока, не зависят от величины p_n .

Если в первом случае получение решения не вызывает трудностей, то во втором случае оно связано со значительными сложностями. Это объясняется тем, что необходимо получить единственную интегральную кривую, например $p_s = p_s(x)$, проходящую через особую точку типа седла (критическое сечение вторичного потока). Эта проблема аналогична проблеме нахождения решения для сопла Лавала [7], проходящего через особую точку. Напомним, что в данной работе расчет ведется шагами, причем на каждом шаге используется итерационный процесс для определения p_s и F_s . Если интегральная кривая подошла достаточно близко к особой точке, то при последующем шаге решение для p_s и F_s будет искажаться уже за сечением записания, т. е. за особой точкой. При этом отпадает необходимость в специальных мерах для прохождения особой точки.

Таким образом определяется течение за критическим сечением вторичного потока. Такое течение, которое, как показали проведенные расчеты, является сверхзвуковым, реализуется в том случае, если в выходном сечении вторичного потока $p_{se} \geq p_n$. При $p_{se} < p_n$ в сверхзвуковой области вторичного потока должен возникнуть прямой скачок, за которым поток становится опять дозвуковым, причем положение прямого скачка определяется из условия $p_{se} = p_n$. Для определения параметров вторичного потока непосредственно за скачком используются соотношения для прямого скачка. Дальнейший счет за сечением скачка ведется обычным образом, однако интегральная кривая будет лежать уже в дозвуковой области.

После нахождения решения коэффициенты эжекции k и тяги \bar{R} могут быть без труда определены. В частности, коэффициент эжекции равен

$$k = m_s \int_{v^-}^{v^+} \rho u 2\pi y dy$$

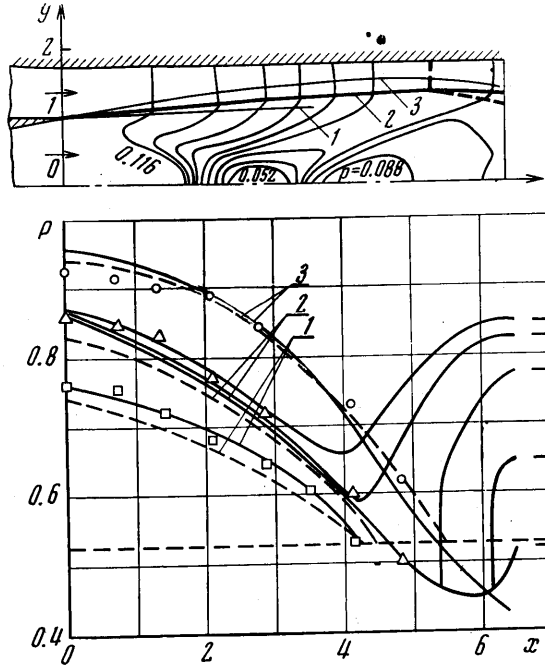
Коэффициент тяги определим в виде отношения

$$\bar{R} = R/R, \quad R = \int_0^{v_0} (\rho u^2 + p) 2\pi y dy - p_n \pi y_0^2$$

$$R_i = \gamma_p \left(\frac{2}{\gamma_p + 1} \right)^{\gamma_p / (\gamma_p - 1)} F_* p_{p0}^* \sqrt{\frac{\gamma_p + 1}{\gamma_p - 1} \left[1 - \left(\frac{p_n}{p_{p0}} \right)^{(\gamma_p - 1) / \gamma_p} \right]}$$

Здесь R — действительная тяга эжекторного сопла, R_i — идеальная тяга первичного сопла, F_* — площадь критического сечения первичного сопла. Для контроля действительная тяга эжекторного сопла определялась также с помощью интеграла сил давления на стенке. Значения тяги, подсчитанные двумя способами, совпадали с достаточной точностью.

4. На основе изложенного метода была составлена программа и проведены расчеты на ЭВМ М-220 для нескольких режимов течения в эжекторных соплах при $T_s^*/T_p^*=1$, $R_s/R_p=1$ и $\gamma_s=\gamma_p=1.4$. На фиг. 1 приведены результаты расчета для эжекторного сопла, имеющего цилиндрическую



Фиг. 1

обечайку длиной $x=6.5$, $M_{p_0}=2$. Отношение площади цилиндрической обечайки F_2 к площади среза первичного сопла F_1 равнялось 3.06. Для сравнения с экспериментальными данными были проведены расчеты при трех отношениях полных давлений $P^*=p_{s0}^*/p_{p0}^*$. Полученные расчетом распределения давлений вдоль стенки обечайки $P=p_s/p_{s0}^*$ показаны на фиг. 1 сплошными линиями, здесь же приведены экспериментальные и расчетные данные работы [3].

Сплошным линиям 1, 2, и 3, соответствующим второму режиму работы эжекторного сопла (вторичный поток заперт), отвечают $p_{s0}/p_{p0}^*=0.1124$, 0.0907 и 0.0681. Соответствующие коэффициенты эжекции k получились равными 0.4491, 0.2584 и 0.1109. Рассчитанным в [3] штриховым линиям 1, 2 и 3 (вторичный поток заперт) отвечают $p_{s0}/p_{p0}^*=0.111$, 0.09 и 0.0657, соответствующим экспериментальным точкам той же работы отвечают $p_{s0}/p_{p0}^*=0.111$, 0.092 и 0.0658. Видно, что результаты расчета данной работы хорошо согласуются с экспериментальными данными. В отличие от теоретических результатов [3] в данной работе получено сверхзвуковое течение вторичного потока (горизонтальная штриховая линия соответствует $P=0.528$). Это подтверждает возможность существования сверхзвуковых областей во вторичном потоке при наличии цилиндрической обечайки и

качественно согласуется с экспериментальным результатом, полученным в [8] для плоского эжектора. Следует отметить, что до настоящего времени по вопросу существования сверхзвуковых областей во вторичном потоке высказывались противоположные точки зрения [8-10].

Полученные расчетом границы первичного потока для рассматриваемого режима работы эжекторного сопла показаны соответственно в верхней части фиг. 1. Здесь же приведены линии постоянного давления (изобары) для второго режима работы эжектора при $p_{s0}/p_{p0}^* = 0.0907$ и $p_n/p_{p0}^* \leq 0.0524$ (давления p отнесены к произведению $\rho \cdot u_*^2$, соответствующему критическому течению первичного потока, изобары построены с интервалом $\Delta p = 0.008$). Были проведены расчеты течения в указанном сопле при различных значениях давления p_n среды, в которую происходит истечение. Некоторые результаты таких расчетов приведены на фиг. 1 для $P^* = 0.106$. Две верхние кривые этих результатов соответствуют первому режиму течения в эжекторном сопле, когда вторичный поток везде имеет дозвуковые скорости. Этим кривым отвечают значения $p_n/p_{p0}^* = 0.0895$ и 0.0874 (две верхние черточки в правой части графика).

Рассмотренная выше кривая 2 соответствует второму режиму работы эжектора ($p_n/p_{p0}^* \leq 0.0524$, нижняя черточка в правой части графика). Идущие от этой кривой вверх две линии показывают распределения давлений при наличии прямых скачков уплотнения во вторичном потоке соответственно для двух различных противодавлений $p_n/p_{p0}^* = 0.082$ и 0.0682 (средние две черточки в правой части графика). Видно, что за скачком продолжается интенсивный рост давлений, но уже при дозвуковых скоростях течения. Штриховыми линиями на верхнем рисунке показаны положения прямого скачка во вторичном потоке ($x = 5.42$ и $p_n/p_{p0}^* = 0.0682$) и измененная граница струи. Видно, что граница струи за скачком отклоняется к оси.

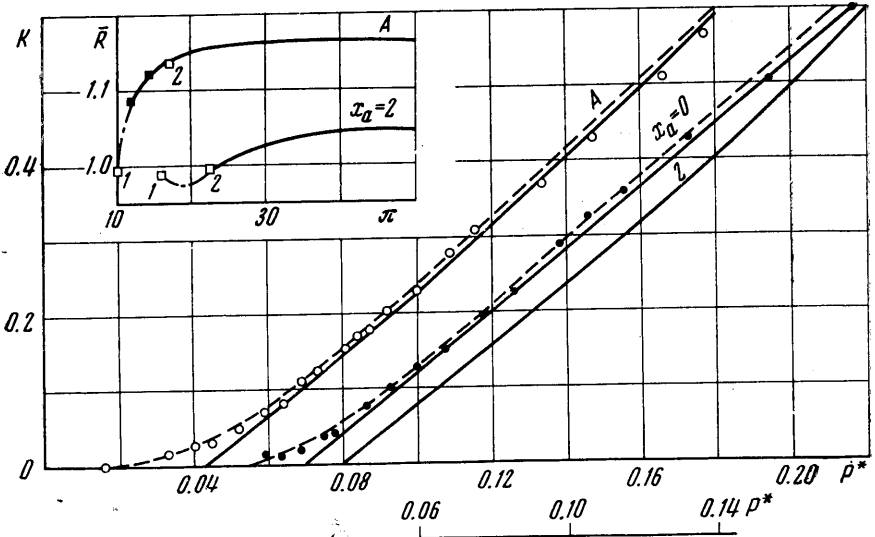
Отметим, что и в случае сверхзвукового течения вторичного потока без прямого скачка в первичном потоке возникает область сжатия (косой скачок уплотнения), которая достигает границы при $x \approx 6$. Следовательно, в окрестности этого сечения заканчивается первая «бочка» струи и начинается вторая. Ордината границы первичного потока с этого места начинает увеличиваться, что ведет к торможению вторичного потока и к соответствующему росту давления p . Выбранный масштаб не позволяет увидеть на фиг. 1 излом границы первичного потока при $x \approx 6$, однако соответствующее увеличение давления p можно видеть на фиг. 1.

Полученные расчетом коэффициенты эжекции k для второго режима работы эжектора в отсутствие скачков во вторичном потоке (сплошная линия А) сравниваются на фиг. 2 с соответствующими экспериментальными (светлые точки) и расчетными (штриховая линия А) данными работы [3], полученными с учетом вязкостных сил. Видно, что они хорошо согласуются друг с другом при $k > 0.05$, хотя в расчетах данной работы вязкость не учитывалась. Очевидно, что влияние вязкости существенно лишь при $k \leq 0.05$. Результаты расчета коэффициента тяги \bar{R} для $P^* = 0.106$ приведены в верхней части фиг. 2 (кривая А) в зависимости от отношения давлений $\pi = p_{p0}^*/p_n$. Точка 2 на кривой А соответствует режиму, когда в выходном сечении вторичного потока возникает прямой скачок. При уменьшении π скачок входит внутрь канала и при $\pi = 11 \div 12$ достигает критического сечения вторичного потока и исчезает (черные точки на кривой А соответствуют рассчитанным режимам с прямыми скачками уплотнения). При дальнейшем уменьшении π вторичный поток становится везде дозвуковым, точка 1 соответствует режиму, когда полное давление $p_{s0}^* = p_n$ и течение вторичного потока отсутствует. Штрихпунктирный участок кривой А означает, что в этом месте величины \bar{R} не были рассчитаны.

Проведены также расчеты течения в эжекторном сопле, обечайка которого криволинейная и описывается квадратной параболой

$$y = 1.75 + 1/50(x - x_a)^2$$

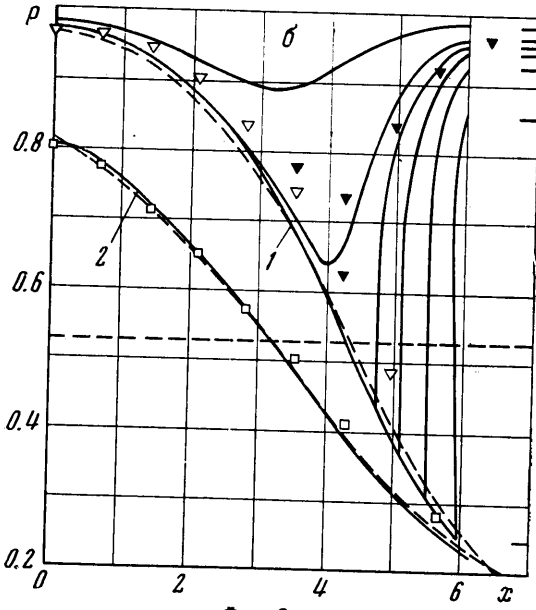
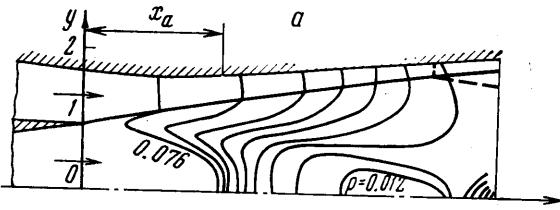
Длина обечайки $x = 6$, $M_{p_0} = 2$. Распределения давления вдоль обечайки, полученные в данной работе, показаны на фиг. 3б сплошными линиями. Кривым 1 и 2, соответствующим второму режиму эжекторного сопла, отвечают значения $p_{s_0}/p_{p_0}^* = 0.0595$ ($P^* = 0.0612$, $k = 0.0818$) и 0.118 ($k = 0.44$).



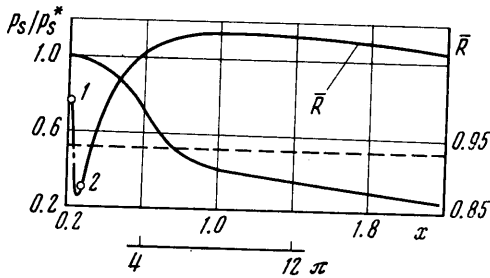
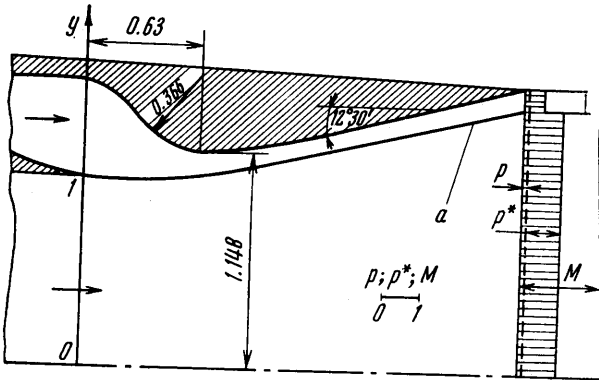
Фиг. 2

Здесь же приведены распределения давления для режимов со скачками уплотнения во вторичном потоке. Горизонтальные черточки в правой части графика соответствуют снизу вверх $p_n/p_{p_0}^* = 0.0150, 0.0486, 0.0566, 0.0580, 0.0586, 0.0590, 0.0603$. Кривые для первого режима работы эжектора получены при $P^* = 0.0612$ для противодавлений $p_n/p_{p_0}^* = 0.0603$ и 0.059 . Рассчитанным в [6] штриховым линиям 1 и 2 (для второго режима работы эжектора без скачков уплотнения во вторичном потоке) отвечают $p_{s_0}/p_{p_0}^* = 0.06$ и 0.12 . Этим же значениям $p_{s_0}/p_{p_0}^*$ соответствуют светлые экспериментальные точки, взятые из [6]. Зачерненные экспериментальные точки получены [6] для первого режима работы эжектора, когда вторичный поток повсюду дозвуковой. Видно, что рассчитанные и экспериментальные данные удовлетворительно согласуются друг с другом. Полученное расчетом поле течения внутри исследуемого сопла при наличии второго режима работы эжектора ($p_{s_0}/p_{p_0}^* = 0.0595$, $p_n/p_{p_0}^* \leq 0.015$) показано на фиг. 3, а сплошными линиями, штриховыми линиями показаны положение прямого скачка и измененная часть границы струи, когда противодавление возрастает до $p_n/p_{p_0}^* = 0.0586$.

Рассчитанные значения коэффициента эжекции k для второго режима без скачков уплотнения во вторичном потоке (сплошные линии) сравниваются на фиг. 2 с соответствующими экспериментальными и расчетными данными работы [6], полученными с учетом вязкости (при рассмотрении этих данных следует пользоваться нижней шкалой для P^*). Как и для предыдущего сопла, результаты данной работы хорошо согласуются с экспериментальными данными при $k \geq 0.05$. Кроме того, видно, что перемеще-



Фиг. 3



Фиг. 4

ние параболической обечайки влево от положения, характеризуемого $x_a=2$, до положения $x_a=0$, увеличивает коэффициент эжекции при том же отношении полных давлений вторичного и первичного потоков (x_a — расстояние от среза первичного сопла до сечения, в котором обечайка имеет минимальный радиус). В верхней части графика приведены результаты расчета коэффициента тяги \bar{K} для $P^*=0.0612$ и $x_a=2$.

В рассмотренных примерах длины эжекторных сопел равнялись 6.5 и 6. Реальные эжекторные сопла имеют меньшую длину. В связи с этим был проведен расчет течения для типичной конфигурации эжекторного сопла, имеющего длину 2.3 при $P^*=0.455$ и $M_{p_0}=1.05$. Исследованное сопло показано на фиг. 4, и здесь же приведены полученные расчетом граница струи (обозначена a), коэффициенты тяги \bar{K} в зависимости от отношения давлений π и распределения давления p_s/p_s^* вдоль обечайки для второго режима работы эжектора, который реализуется при $p_u/p_{p_0}^* \leq 0.34$. Для последнего случая получено $k=0.115$.

В заключение отметим, что время счета течения в эжекторном сопле указанного типа составляет ~ 1 час на ЭВМ М-220.

Авторы благодарят А. Н. Крайко и М. Я. Иванова за полезные обсуждения и помощь, В. В. Полякова за внимание к работе, Л. П. Фролову за помощь в оформлении работы.

Поступила 30 X 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Pearson H., Holliday J. B., Smith S. F. A theory of the cylindrical ejector supersonic propelling nozzle. J. Roy. Aeronaut. Soc., 1958, vol. 62, No. 574.
2. Васильев Ю. Н. Теория сверхзвукового газового эжектора с цилиндрической камерой смещения. В сб. «Лопаточные машины и струйные аппараты», вып. 2. М., «Машиностроение», 1967.
3. Chow W. L., Addy A. L. Interaction between primary and secondary streams of supersonic ejector systems and their performance characteristics. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 4.
4. Hardy J., Delery J. Possibilités actuelles d'étude théorique d'une tuyère supersonique à double — flux. ONERA T.P. No. 287, 1967.
5. Иванов М. Я., Крайко А. Н., Михайлов Н. В. Метод сквозного счета для двумерных и пространственных сверхзвуковых течений. I. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1972, т. 12, № 2.
6. Chow W. L., Yeh P. S. Characteristics of supersonic ejector systems with nonconstant area shroud. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 3.
7. Emanuel George. A general method for numerical integration through a saddle — point singularity with application to one dimensional nonequilibrium nozzle flow. Arnold Engng Develop. Center, Techn. Docum. Rept, 1964, No. 64—29. (Рус. перев.: Применение метода численного интегрирования при наличии особенности в виде седловой точки к расчету одномерного неравновесного потока в сопле. Аэродинамика и ракетодинамика, Экспресс-информация, 1965, № 41.)
8. Robinson W. C., Nelson J. R. Comments on «Choked flow: a generalization of the concept and some experimental data». AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 7.
9. Hoge H. J., Segars R. A. Choked flow: a generalization of the concept and some experimental data. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 12.
10. Bernstein A., Heiser W. H., Hevenor C. Compound — compressible nozzle flow. Trans. ASME, Ser. E., J. Appl. Mech., 1967, vol. 34, No. 13. (Рус. перев.: Сжимаемое составное течение в сопле. Прикл. механ., 1967, № 3.)