

УДК 533.6.011.5:518.5

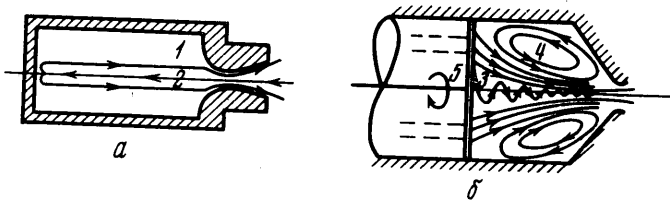
ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА В СОПЛЕ ЛАВАЛЯ

Н. Н. СЛАВЯНОВ

(Москва)

На основе конечно-разностной схемы С. К. Годунова [1, 2] решена прямая задача течения произвольно закрученного потока в сопле Лавалья. В результате численных расчетов различных течений показано, что интегральный параметр интенсивности закрутки потока ε , полученный в [3] при решении линеаризованных уравнений радиально-уравновешенных слабо закрученных течений, достаточно хорошо моделирует произвольно закрученные течения. С достаточной степенью точности он может быть использован вплоть до такой интенсивности закруток, при которой коэффициент расхода сопла μ снижается на несколько десятков процентов. При этом могут рассматриваться и течения с возвратно-циркуляционными областями.

1. Сложность исследования закрученных течений газа в каналах и соплах, в первую очередь, состоит в том, что изменение закона закрутки потока может изменить не только количественные характеристики течения, но и всю его качественную картину. Так, в работе [4] было теоретически получено, а в работе [5] экспериментально подтверждено, что при потенциальном течении закрученного потока, характеризуемом условием постоянства циркуляции во всем потоке ($\Gamma = \omega r = \text{const}$, ω — окружная составляющая скорости, r — расстояние до оси симметрии), обязательно



Фиг. 1

должно возникать вакуумное ядро (в реальном случае — область с возвратным течением). Для докритических режимов в [5] экспериментально была получена картина течения, изображенная на фиг. 1, а, где внутри области основного течения 1 была обнаружена область возвратно-циркуляционного течения 2, проходящая вдоль всего сопла. При сверхкритическом истечении эта область распадалась на две — внутреннюю и внешнюю. С другой стороны, при начальной закрутке потока по закону твердого тела и при достаточной ее интенсивности экспериментально наблюдалась [4] картина течения, изображенная на фиг. 1, б, с мощным тороидальным отрывом в пристеночной области (3 — спиральная линия тока, 4 — тороидальная возвратно-циркуляционная область, 5 — вращающийся пористый диск).

Эти два примера характеризуют такие законы закрутки, которые приводят, по существу, к противоположным картинам течения — с осевой отрывной областью и тороидальной пристеночной. Кроме того, принципиально возможно, используя соответствующим образом спрофилированные закручивающие аппараты и изменяя неравномерность поступающего на них

осесимметричного потока, получать различные картины течения сложной структуры.

Приведенные примеры показывают важность поисков универсального критерия интенсивности закрутки, который мог бы служить параметром подобия при определении интегральных характеристик потоков, закрученных по разным законам и имеющих разные картины течения.

2. В большинстве работ, посвященных закрученным течениям в каналах, интенсивность закрутки характеризуется или параметром $\alpha = w_w / U$ (см., например, [4, 5, 7, 8]), представляющим собой отношение окружной скорости на стенке канала к максимальной скорости, вычисленной по полной энтальпии, или числом Росби [6] ($Ro = u / 2w_w$), равным отношению осевой составляющей скорости, которая принимается постоянной по сечению канала, к удвоенному значению окружной составляющей скорости на стенке.

Эти величины характеризуют закрутку только по значению окружной составляющей скорости на стенке канала, не учитывая закон ее изменения вдоль радиуса, и поэтому могут служить для сравнения только однотипных течений, у которых с ростом интенсивности закрутки растет и окружная составляющая скорости на стенке.

В то же время еще в 1956 году Г. Г. Черным [3] был предложен интегральный параметр подобия для закрученных течений

$$(2.1) \quad \varepsilon = \int_0^1 \int_{\psi}^1 \frac{\Gamma^2(\psi^0) d\psi^0}{\psi^{0.2}} d\psi$$

(где Γ — безразмерная циркуляция, ψ — функция тока), учитывающий особенности распределения окружной составляющей скорости по сечению канала. Этот параметр был получен с помощью линеаризации уравнений радиально-уравновешенного слабо закрученного течения, поэтому представляет большой интерес определение области его применимости как обобщенной характеристики течений с произвольной закруткой потока.

3. Рассмотрим течение идеального газа в сопле заданной формы, когда на его входе поток закручен по определенному закону. Течение считается адиабатическим с постоянной полной энтальпией. Для нестационарного осесимметричного движения уравнения в виде системы интегральных законов сохранения имеют вид

$$(3.1) \quad \begin{aligned} \frac{d}{dt} \iint_S \rho r dx dr + \oint_L \rho r (u dr - v dx) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \iint_S \rho u r dx dr + \oint_L r [(p + \rho u^2) dr - \rho u v dx] &= 0 \\ \frac{d}{dt} \iint_S \rho v r dx dr + \oint_L r [\rho u v dr - (p + \rho v^2) dx] &= \iint_S (p + \rho \Gamma^2 r^{-2}) dx dr \\ \frac{d}{dt} \iint_S \rho \Gamma r dx dr + \oint_L \rho \Gamma r (u dr - v dx) &= 0 \\ \frac{d}{dt} \iint_S \rho [e + 1/2 (u^2 + v^2 + \Gamma^2 r^{-2})] r dx dr + \\ + \oint_L \rho r [h + 1/2 (u^2 + v^2 + \Gamma^2 r^{-2})] (u dr - v dx) &= 0 \end{aligned}$$

Здесь p , ρ , v , x , r — соответственно давление, плотность, радиальная составляющая скорости, осевая и радиальная координаты; t — время, S — произвольная, не зависящая от t площадка в плоскости xr ; L — ее граница. Все величины безразмерные. Скорость отнесена к критической скорости a_* , плотность — к критической плотности ρ_* , давление — к величине $\rho_* a_*^2$, линейные размеры — к радиусу минимального сечения сопла r_* .

Для совершенного газа приведенная система замыкается соотношениями

$$(3.2) \quad e = \frac{p}{(\kappa - 1)\rho}, \quad h = e + \frac{p}{\rho} = \frac{\kappa p}{(\kappa - 1)\rho}$$

где κ — отношение удельных теплоемкостей.

Численное интегрирование системы (3.1), (3.2) проводилось с помощью метода С. К. Годунова [1, 2]. Схема, задание граничных условий и порядок вычислений применительно к расчетам течений в соплах подробно описаны в работах [9, 10].

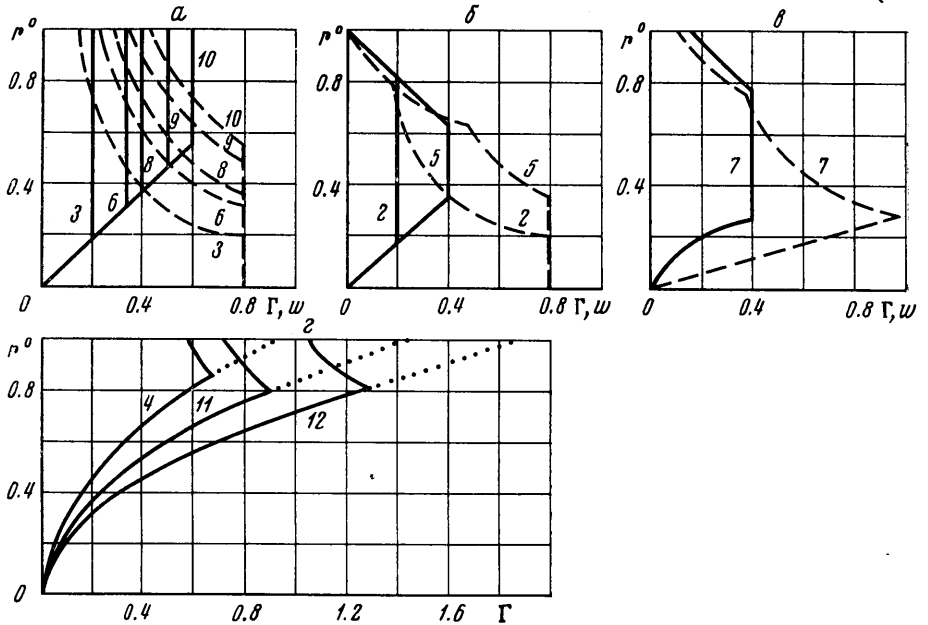
Стационарное решение находилось в процессе установления. При разбиении поля течения на 28 вертикальных и 11 горизонтальных слоев (308 ячеек) этот процесс продолжался в течение 600–1200 шагов по времени (шаг по времени в расчетах устанавливался автоматически из условий устойчивости), что занимало от 3 до 6 час работы ЭВМ типа М-220. Точность расчета контролировалась и после установления ошибка, например, в расходе (относительная разница между расходами, проходящими через рассматриваемое и начальное сечения) не превышала $\pm 2\%$. Следует отметить, что при определении ошибок расчета в различных сечениях сопла они оказывались различными. В дальнейшем все интегральные параметры течения в сопле сравниваются для его минимального сечения, где во всех вариантах расчета ошибка оказывалась минимальной и составляла доли процента.

4. Как было показано во многих работах (см., например, [3, 4]), из основных интегральных параметров, характеризующих работу сопла, наиболее чувствительным к закрутке является расход протекающего сквозь него газа. Тяга же сопла уменьшается в основном из-за уменьшения расхода.

Расчеты, проведенные для радиально-уравновешенных закрученных течений в соответствии с [3], показывают, что, например, при уменьшении коэффициента расхода сопла, вызванном закруткой потока, на $\sim 10\%$ коэффициент его удельной тяги (относительная тяга на единицу расхода газа) уменьшается всего на $\sim 1\%$. В связи с этим основным требованием к критерию подобия для закрученных течений является возможность определения с его помощью коэффициента расхода сопла μ при произвольном задании закона и интенсивности закрутки газа в сопле.

Для проверки возможности моделирования закрученных течений с помощью интегрального параметра ϵ были поставлены численные эксперименты. В качестве модели было выбрано сопло Лавалы, имевшее цилиндрическую входную часть с радиусом, который в 1.4 раза больше радиуса минимального сечения r_* . Сужающийся и расширяющийся участки сопла образовывались коническими поверхностями с полууглами 30 и 15° соответственно. Переходы между участками с прямолинейными образующими осуществлялись по дугам окружности радиуса r_* . Общая длина сопла составляла $3r_*$, минимальное сечение располагалось на расстоянии $2.5r_*$ от начала сопла.

Расчеты проводились при $\kappa=1.4$ для 12 различных вариантов течений в описанном сопле. Все варианты, кроме 11 и 12, пронумерованы в порядке возрастания ϵ , причем номера вариантов на фиг. 2–5 даны цифрами около соответствующих им кривых или значков. Первый вариант соответствовал течению без закрутки, в остальных варьировался как закон закрутки, так и ее интенсивность. На фиг. 2 сплошными линиями изображены задававшиеся в начальном сечении сопла профили циркуляции $\Gamma = \omega r$, объединенные в группы по законам закрутки. Кроме того, на фиг. 2, а, б, в штриховыми линиями нанесены соответствующие профили окружной составляющей скорости (r° – расстояние до оси, отнесенное к радиусу рассматриваемого сечения).



Фиг. 2

В первой группе вариантов рассматривалось (фиг. 2, а) потенциальное закрученное течение ($\Gamma = \text{const}$), переходящее в ядре потока в течение с постоянным значением окружной составляющей скорости (Γ с уменьшением радиуса линейно уменьшается до нуля). Такой переход от потенциального течения был сделан для того, чтобы избежать образования вакуумного ядра. Было рассмотрено пять вариантов, отличавшихся значением Γ на стенке входного сечения сопла. В третьем варианте циркуляция на стенке 0,2, а в вариантах 6, 8, 9, 10 – соответственно 0,33, 0,4, 0,5, 0,6.

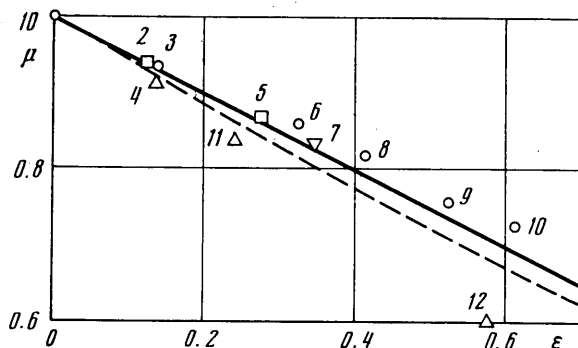
Второй рассмотренный тип закрутки (фиг. 2, б) отличался от предыдущего тем, что начальный профиль циркуляции линейно уменьшался не только у оси сопла, но и у его стенки (некоторая имитация влияния стенки). Были рассмотрены два варианта: вариант 2 с $\Gamma_{\text{max}}=0.2$ и вариант 5 с $\Gamma_{\text{max}}=0.4$. В этих вариантах окружная составляющая скорости у стенки уменьшается до нуля по двум гиперболам.

Профиль циркуляции Γ третьего типа закрутки (вариант 7, фиг. 2, в) состоял из трех частей: потенциального течения с постоянной циркуляцией $\Gamma=0.4$ (середина профиля), линейного уменьшения циркуляции до значения $\Gamma=0.15$ (к стенке), закрутки по закону твердого тела с параболическим распределением циркуляции по радиусу (в ядре потока). Профиль окружной составляющей скорости, соответствующий такому распределению циркуляции, имеет резко выраженный пик в месте перехода от течения с постоянной циркуляцией к течению по закону твердого тела.

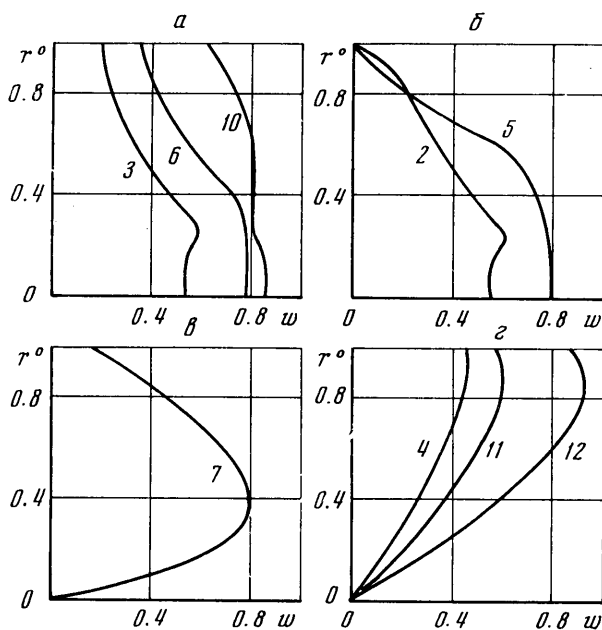
Наконец, последний из исследованных типов закрутки представлял собой закрутку по закону твердого тела. Были рассмотрены три различные интенсивности закрутки, при которых окружная составляющая скорости во входном сечении сопла, линейно увеличиваясь с радиусом, равна на стенке 0,7 в варианте 4 и 1,05, 1,45 в вариантах 11, 12. Как показали расчеты, во всех этих вариантах наблюдалась пристеночная область с возвратным течением, доходящим до входного сечения. В соответствии с этим в действительности на входе в сопло около стенки реализова-

лись профили циркуляции, изображенные на фиг. 2, *г* не пунктирными, а сплошными линиями.

5. По параметрам течения в минимальном сечении сопла, найденным в процессе установления, вычислялись расход газа и интегральный параметр закрутки ϵ . Коэффициент расхода μ определялся как отношение расхода закрученного потока, проходящего сквозь минимальное сечение сопла, к аналогичному расходу без закрутки, полученному при расчете варианта 1.



Фиг. 3

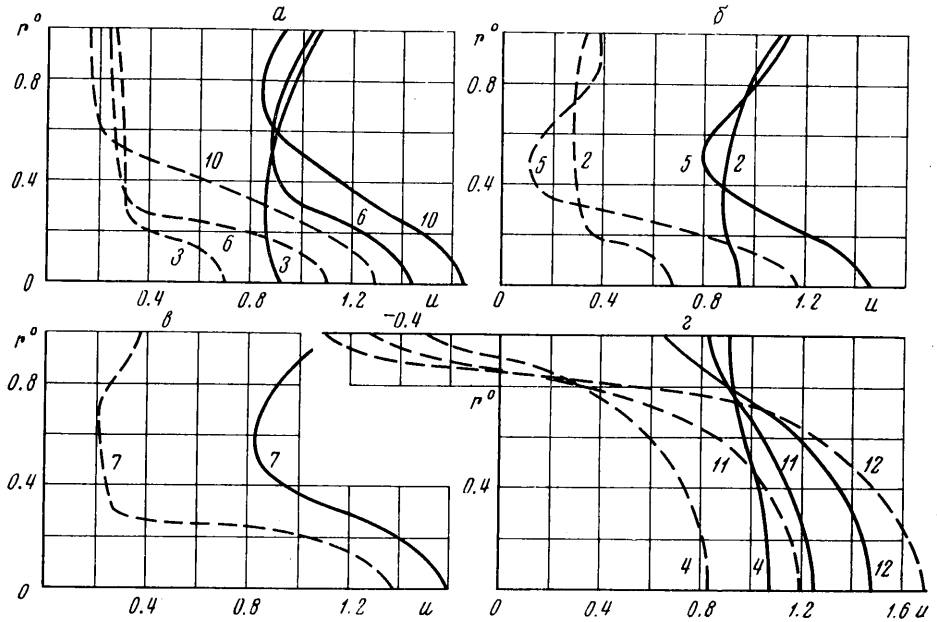


Фиг. 4

Результаты расчетов всех вариантов приведены на фиг. 3. Цифры рядом с расчетными точками, как и ранее, означают номера вариантов. Здесь же нанесена сплошной прямой зависимость $\mu = 1 - \epsilon/2$, полученная в [3]. За характерную скорость в [3] была принята не критическая, а максимальная скорость, определенная по полной энтальпии. Поэтому параметр ϵ в данной работе отличался от полученного в [3] на множитель $(\kappa - 1) / (\kappa + 1)$. Наконец, штриховой линией нанесена зависимость $\mu(\epsilon)$

для винтового течения, рассчитанная также в приближении радиально-уравновешенного потока в соответствии с [8].

Для иллюстрации различий в характере течения для рассмотренных вариантов на фиг. 4 приведены типичные профили окружной составляющей скорости w в минимальном сечении сопла, а на фиг. 5 — типичные профили осевой составляющей скорости u , рассчитанные во входном сечении сопла (штриховые линии) и в минимальном сечении сопла (сплошные линии).



Фиг. 5

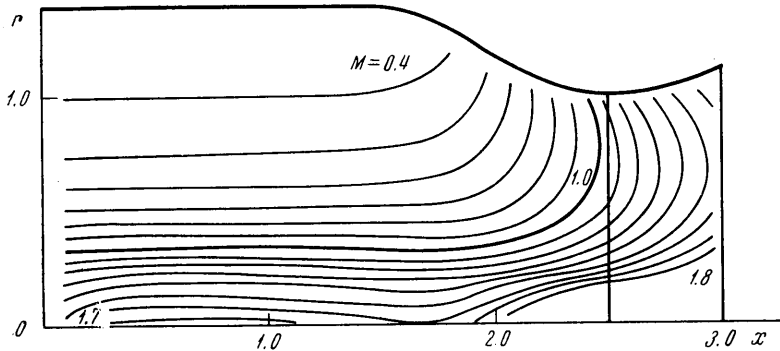
В исследованном диапазоне интенсивности закрутки ($\epsilon=0-0.6$) точки, соответствующие однотипным вариантам (на фиг. 3 они отмечены одинаковыми значками), укладываются на практически прямые линии, исходящие из точки $\epsilon=0, \mu=1$. Естественно, что с ростом интенсивности закрутки расслоение кривых для различных законов закрутки увеличивается. Наибольшее влияние на коэффициент расхода закрутка оказала в вариантах 4, 11, 12, где поток был закручен по закону твердого тела; наименьшее — в вариантах 3, 6, 8, 9, 10, в которых преобладало потенциальное закрученное течение. Несмотря на это, для каждого конкретного закона закрутки ошибка в определении μ по приведенным зависимостям может быть снижена соответствующей интерполяцией. В случаях, когда интенсивность закрутки не очень велика и вызванное ею уменьшение расхода не превышает 10%, разброс точек, соответствующих различным законам закрутки, лежит в пределах 3–3.5%. В то же время зависимости $\mu(\alpha)$ для различных законов закрутки вообще не сравнимы.

Проведенные расчеты показывают, что интегральный параметр ϵ может успешно использоваться для оценки влияния закрутки на расходные характеристики сопла при сравнении течений разных типов.

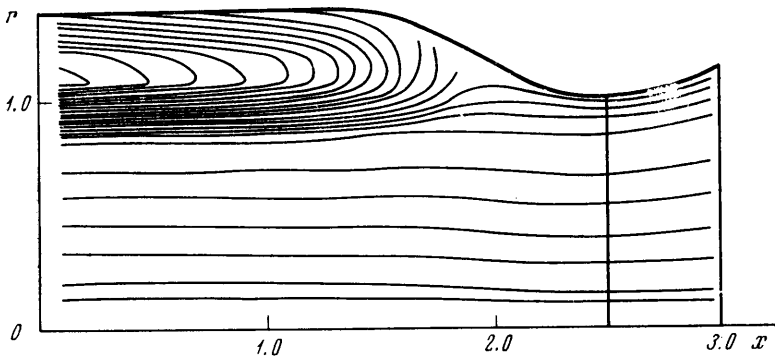
6. Используемый метод позволяет определять поле течения во всем сопле. Форма линий постоянства чисел Маха, полученных в результате расчета течения без закрутки (вариант 1), совпадает с той, которая была

получена в многочисленных экспериментальных и теоретических работах, собранных в [11].

Когда поток предварительно закручен, форма линий постоянства меняется. Так, например, звуковая линия, имевшая выпуклую форму в незакрученном потоке, с увеличением закрутки искривляется и постепенно, начиная с центральной области, втягивается внутрь сужающейся части сопла. Аналогичный результат был получен в [12]. На фиг. 6 показаны линии постоянства чисел M , учитывающих все три компоненты скорости,



Фиг. 6



Фиг. 7

для варианта 6. Линии построены с шагом 0.1 по числу M ; расчеты проводились до $M=1.8$. В этом случае закрутка настолько интенсивна, что сверхзвуковое ядро распространилось на все сопло. Такая структура течения в приосевой области характерна для всех рассмотренных в работе вариантов, когда интенсивность закрутки велика. По-видимому, следует предположить, что при любом законе закрутки и при достаточно больших ϵ , в ядре потока всегда будет образовываться вакуумная область (в реальном случае — область с возвратным течением).

В потоке, закрученном по закону твердого тела, помимо этого, начиная с некоторого ϵ , возникает возвратное течение и в пристеночной области. Этот случай иллюстрируется фиг. 7, где для варианта 11 построены образующие кольцевых поверхностей тока, соответствующие линиям постоянства циркуляции (циркуляция Γ сохраняется постоянной вдоль линий тока). Значения циркуляции, соответствующие построенным линиям тока, выбирались из условия максимальной наглядности картины

течения и могут быть легко определены сравнением с фиг. 2, з. Рассматривая фиг. 7, интересно отметить две особенности. Во-первых, во всех вариантах в той части потока, которая проходит через минимальное сечение сопла, течение, несмотря на большую неравномерность полей скоростей, близко к радиально-уравновешенному. Во-вторых, форма возвратно-циркуляционной области качественно несколько отличается от той, которая была получена в [12], где обратные токи оказались локализованными в обособленной тороидальной отрывной области. Это, по-видимому, связано с иным заданием граничных условий течения на входе в сопло. В то время как в данной работе задавалось начальное распределение циркуляции и выставлялось условие постоянства энтропии и полной энтальпии, в [12] помимо задания закрутки по закону твердого тела задавалось и поддерживалось постоянным произведение плотности на поступательную составляющую скорости. В связи с этим представляет большой интерес подробное экспериментальное исследование истинной структуры такого типа течения.

В заключение автор благодарит А. Н. Крайко за помощь и постоянное внимание к работе, М. Я. Иванова за предоставленные программы для ЭВМ, Л. П. Фролову и В. М. Шуварикову за оформление графического материала.

Поступила 18 XII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С. К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики. Матем. сб., 1959, т. 47 (89), № 3, стр. 271–306.
2. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6, стр. 1020–1050.
3. Черный Г. Г. Закрученные течения сжимаемого газа в каналах. Изв. АН СССР, ОТН, 1956, № 6, стр. 55–62.
4. Mager A. Approximate solution of isentropic swirling flow through a nozzle. ARS Journal, 1961, vol. 31, No. 8, pp. 1140–1148.
5. Lewellen W. S., Burns W. J., Strickland H. J. Transonic swirling flow. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 7, pp. 1290–1297.
6. Dunlap R. An investigation of the swirling flow in a spinning end-burning rocket. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 12, pp. 2293–2300.
7. Norton D. J., Farquhar B. W., Hoffman J. D. An analytical and experimental investigation of swirling flow in nozzles. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 10, pp. 1992–2000.
8. Гостинцев Ю. А. Расходные характеристики сопла при истечении винтового потока газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 4, стр. 158–162.
9. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Численное решение прямой задачи о смешанном течении в соплах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5, стр. 77–88.
10. Иванов М. Я., Крайко А. Н. Расчет смешанного течения газа в соплах. Тр. секции по численным методам в газовой динамике второго Международного коллоквиума по газодинамике взрыва и реагирующих систем (Новосибирск, 19–23 августа 1969 г.), т. 2. М., ВЦ АН СССР, 1971, стр. 3–26.
11. Cuffel R. F., Back L. H., Massier P. F. Transonic flowfield in a supersonic nozzle with small throat radius of curvature. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 7, pp. 1364–1366.
12. Рычков А. Д. Расчет закрученного течения идеального газа в сопле Лавала. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 5, стр. 72–76.