

УДК 533.6.011.5

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ КРУГОВЫХ КОНУСОВ НА БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ

Н. С. БАЧМАНОВА, В. И. ЛАПЫГИН, Ю. М. ЛИПНИЦКИЙ

(Москва)

Рассматривается обтекание острых круговых конусов в широком диапазоне чисел  $M_\infty > 1$  и углов полураствора  $\theta_c$  при углах атаки от нуля до момента разрушения конического течения. Получен ряд новых результатов о положении точки Ферри, о форме местных сверхзвуковых зон и внутренней ударной волны, о немонотонности зависимости наклона ударной волны на наветренной стороне конуса от угла атаки. Показано существование режимов обтекания, при которых радиальная компонента скорости на наветренной стороне направлена к вершине конуса.

Исследование проведено численно с использованием установления решения по фиктивной временной координате.

Вопрос об обтекании острых круговых конусов на больших углах атаки  $\alpha$  до настоящего времени недостаточно изучен. Имеются отдельные результаты для  $\theta_c = 10^\circ$ ,  $\alpha \leq 16^\circ$ ,  $M_\infty = 5$  [1], а также для  $\theta_c = 10, 15, 20^\circ$ ,  $\alpha = 30, 40, 50^\circ$ ,  $M_\infty = 7$  [2], где рассматривалось обтекание только наветренной стороны конуса. Здесь и ниже  $\theta_c$  — угол полураствора конуса.

Для расчета течения около конусов использовались различные численные методы: метод сеток [3], метод прямых [2], схема сквозного счета [4]. Одной из первых является работа [4], в которой применен метод интегральных соотношений. Все перечисленные методы имеют естественные границы применимости и не могут быть использованы для расчета течения во всем диапазоне углов атаки — от нуля до разрушения коничности потока.

При дозвуковом течении в ударном слое существуют режимы обтекания, когда ударная волна присоединена к носу. Для конечного конуса в этом случае решение задачи в виде конического течения становится непригодным. Однако коническое течение реализуется в этих случаях локально в окрестности вершины конуса [5], и теорию конических течений можно использовать, например, для приближенного определения угла  $\alpha$ , при котором ударная волна отходит от вершины.

Ниже проводится численное исследование течения около острого кругового конуса на всех режимах, при которых ударная волна присоединена к телу.

**1. Метод расчета.** Уравнения движения совершенного газа в сферических координатах  $r, \theta, \psi$  (фиг. 1) в матричной форме можно записать следующим образом:

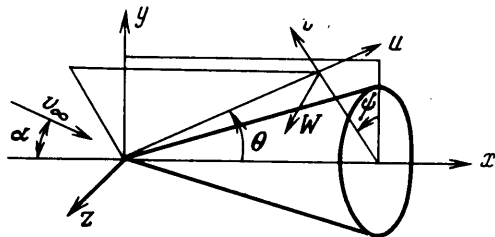
$$(1.1) \quad \frac{\partial x}{\partial t} + A \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{1}{r} B \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{C}{r} \frac{\partial x}{\partial \psi} = \frac{D}{r}$$

где  $x$  — вектор-столбец искомых функций  $x = (u, v, w, p, s)'$ ;  $u, v, w$  — проекции вектора скорости на орты  $\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_\psi$ ,  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $s = p/\rho^\gamma$  — энтропийная функция.

Обычно для расчета конических течений используется установление по пространственной переменной, от которой параметры потока не зависят [1, 3, 6], а временной оператор  $\partial/\partial t$  ввиду стационарности обтекания исключается. В данной работе для решения задачи используется система

$$(1.2) \quad \frac{\partial x}{\partial t} + B \frac{\partial x}{\partial \theta} + C \frac{\partial x}{\partial \psi} = D$$

полученная из (1.1) исключением оператора  $\partial x/\partial r$  ввиду коничности потока.



Фиг. 1

Уравнения (1.2) не описывают конические течения, так как нестационарных конических течений не существует. Однако введение в систему уравнений конического потока временного оператора  $\partial x/\partial t$  приводит к гиперболичности системы (1.2) и позволяет в численном методе, используя установление решения по  $t$ , рассчитывать течения с дозвуковыми и малыми сверхзвуковыми скоростями за ударной волной. Этим метод данной работы существенно отличается от уже известных и применим во всем диапазоне изменения определяющих параметров задачи, пока ударная волна присоединена к вершине конуса.

Поскольку в ударном слое возникают внутренние скачки уплотнения, для решения задачи использовались два численных метода: модификация конечно-разностного метода [3], изложенная в [7], для расчета течения до внутренней ударной волны и метод сквозного счета, предложенный в [8], для расчета области течения с внутренней ударной волной.

При проведении расчетов по методу [8] система (1.2) предварительно приводилась к дивергентному виду. Для оценки точности метода [8] были проведены методические расчеты, результаты которых отличались от данных работы [3] не более чем на 1% по давлению и на 3% по остальным газодинамическим параметрам.

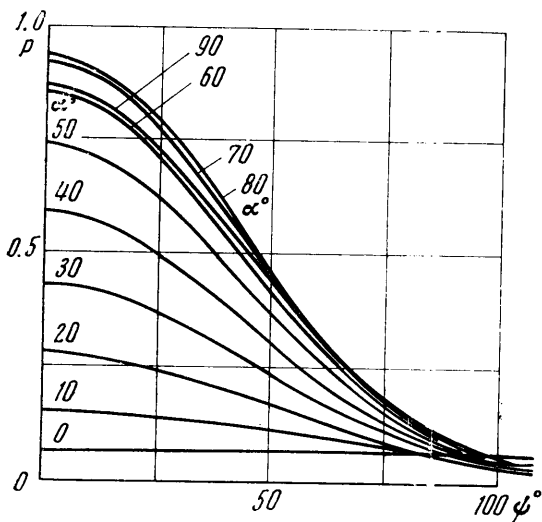
Решение задачи осуществлялось следующим образом. На малых углах атаки, когда течение в ударном слое конически дозвуковое (под конически дозвуковым (сверхзвуковым) течением понимается такое течение, когда проекция вектора скорости на единичную сферу меньше (больше) скорости звука), рассчитывалась вся область возмущенного потока около конуса ( $0 \leq \psi \leq \lambda$ ). В этом случае применим любой из методов [7, 8], однако ввиду гладкости изменения параметров в ударном слое применение метода [7] предпочтительнее. При увеличении угла атаки на подветренной стороне конуса возникают внутренние скачки уплотнения, и необходимо использовать метод [8].

Заметим, что при больших углах атаки размер возмущенной области потока по углу  $\theta$  при  $\psi=0$  и  $\psi=\lambda$  может отличаться на порядок, и для хорошей проработки всего ударного слоя, с использованием метода [8] приходится брать излишне большое число сеточных точек. Шаг сетки по  $\theta$ , а следовательно, и по  $t$  определяется минимальной толщиной ударного слоя. Эти два обстоятельства приводят к неоправданно большим затратам машинного времени. В то же время на больших углах атаки в ударном слое имеются конически сверхзвуковые области. Поэтому расчет можно проводить по областям: сначала определить течение в области, ограниченной лучом  $\psi=0$  и некоторым сверхзвуковым лучом  $\psi=\psi_1$ . Зная параметры потока при  $\psi=\psi_1$ , можно найти решение в области  $\psi_1 < \psi \leq \lambda$ , полагая, что в процессе счета параметры на границе  $\psi=\psi_1$  не изменяются.

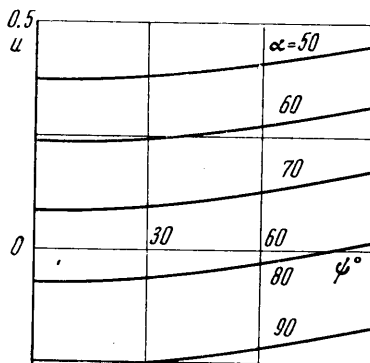
**2. Результаты расчетов.** Было подробно исследовано обтекание круговых конусов при сверхзвуковых числах  $M_\infty$  в широком диапазоне углов полураствора вплоть до разрушения конического течения. На фиг. 2, 3 приведено распределение давления и радиальной составляющей скорости по наветренной стороне конуса с  $\theta_c=10^\circ$  для  $M_\infty=5$ .

На малых углах атаки течение во всем ударном слое конически дозвуковое. По мере увеличения  $\alpha$  для конусов с малыми углами полураствора при достаточно больших числах  $M_\infty$  у поверхности конуса возникает местная конически сверхзвуковая зона, которая замыкается скачком уплотнения. При дальнейшем увеличении угла атаки, эта зона, расширяясь, достигает головной ударной волны. На фиг. 4, а, б приведены изомахи поперечного потока для  $\theta_c=10^\circ$ ,  $M_\infty=5$ ,  $\alpha=15, 16^\circ$ , область сближения которых указывает на присутствие внутренней ударной волны. Если при  $\alpha=15^\circ$  сверхзвуковая зона замкнута (фиг. 4, а), то при  $\alpha=16^\circ$  звуковая линия поперечного потока попадает на головную ударную волну (фиг. 4, б). Поведение линий постоянного  $M$  на фиг. 4, б свидетельствует о том, что в этом случае внутренняя ударная волна, имеющая максимальную интенсивность на поверхности конуса, не попадает на головную ударную волну. Такое поведение внутренней ударной волны сохраняется и на больших углах атаки.

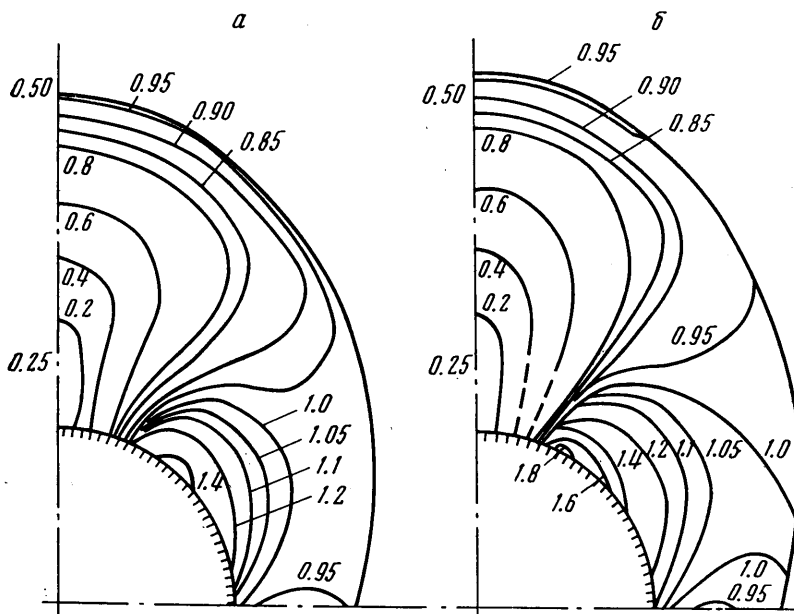
На фиг. 5, а, б приведена картина линий тока и ударных волн в плоскости  $X=1$  около конуса с  $\theta_c=10^\circ$ ,  $M_\infty=5$ ,  $\alpha=10, 35^\circ$ . Как и на фиг. 4, б, внутренняя ударная волна  $AB$  не попадает на головную ударную волну, пунктирная линия соответствует звуковой линии. Точка  $F$  на фиг. 5 соот-



Фиг. 2



Фиг. 3



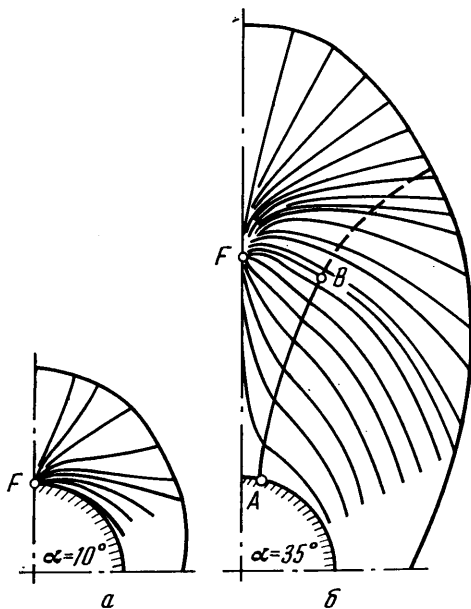
Фиг. 4

ветствует узловой точке линий тока конического течения (точка Ферри [°]). Видно, что при больших углах атаки точка Ферри всплывает с поверхности тела в поток вдоль луча  $\psi=180$ . На возможность существования такого течения было указано в работе [2]. Всплывание точки Ферри на подветренной стороне V-образного крыла показано в [10].

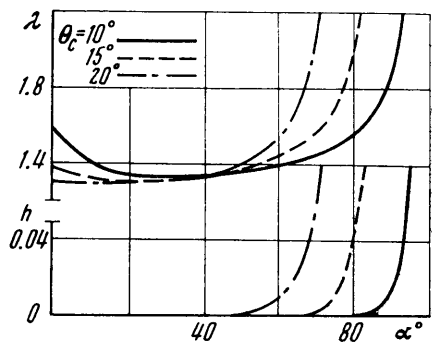
При проведении данных исследований получено, что увеличение угла полураствора  $\theta$  или уменьшение чисел  $M_\infty$  приводит к возникновению местных сверхзвуковых зон в окрестности головной ударной волны. В этом случае торможение поперечного течения в окрестности ударной волны в местной сверхзвуковой зоне осуществляется изэнтропически.

Рассмотрим основные режимы течения, которые имеют место при увеличении угла атаки.

Минимальное число  $M$  в потоке около конуса достигается при  $\psi=0$ ,  $\theta=\theta_c$  (фиг. 2, 3) и значение  $M^*=M(\psi=0, \theta=\theta_c)$  примем за критерий определения режимов течения. Обозначим через  $\alpha_1$  угол атаки, при котором  $M^*=1$ . Расчеты показали, что при достаточно больших углах атаки ( $\alpha > \alpha_1$ ) может иметь место случай, когда  $M^*=0$ . Соответствующий угол атаки обозначим через  $\alpha_2$ . Третий характерный угол атаки ( $\alpha_3$ ) определяет разрушение конического потока, т. е. при  $\alpha > \alpha_3$  течение с присоединенной к носку ударной волной не реализуется. Необходимо отметить, что для конусов с малыми углами полураствора  $\alpha_3 > \alpha_2$ . В этом случае на наветренной стороне возникает область с отрицательными значениями радиальной скорости, модуль которой монотонно возрастает с увеличением угла атаки (фиг. 3).



Фиг. 5



Фиг. 6

Сохранение коничности потока при  $u \leq 0$  тщательно проверялось расчетами по обоим методам с различным числом сеточных точек. При этом наблюдалось как качественное, так и количественное совпадение.

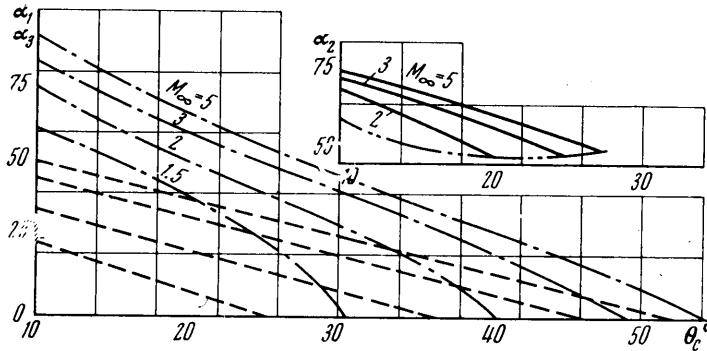
Характерные углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  расположены внутри расчетного интервала ( $0 \div \alpha_3$ ) изменения угла атаки и могут быть определены с высокой точностью. Поскольку  $\alpha_3$  лежит на границе расчетного интервала, то для его определения в рамках используемого метода необходимы дополнительные условия. С этой целью рассмотрим изменение отхода ударной волны на наветренной образующей  $\lambda = \text{tg } \theta_s / \text{tg } \theta_c$  и ошибки по интегралу Бернулли в ударном слое при увеличении  $\alpha$ . Так как постоянство интеграла Бернулли вытекает из дифференциальных уравнений, но не из разностных, то максимальная относительная ошибка  $h$

$$h = \max_{(i)} \left| \frac{H_i - H_\infty}{H_\infty} \right|, \quad H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2}$$

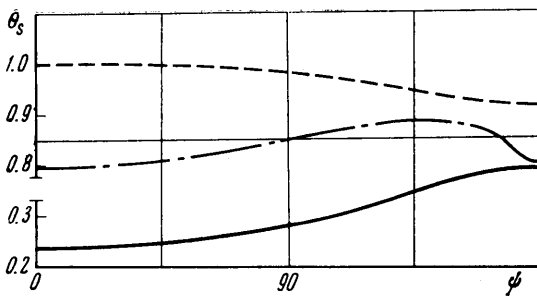
характеризует соответствие численного решения точному. Резкое увеличение  $h$  (одновременно с  $\lambda$ ) свидетельствует о том, что полученное численное решение не является решением системы дифференциальных уравнений, которого при  $\alpha > \alpha_3$ , по-видимому, не существует. За предельную величину  $h$ , при достижении которой предполагалось разрушение

коничности потока, было принято значение  $h$ , характерное для расчетов осесимметричного обтекания конусов с углами полураствора  $\theta_c$ , соответствующими отходу ударной волны ( $h=0.02$ ). Возможность определения угла  $\alpha_3$  с достаточной точностью иллюстрирует фиг. 6, где для конусов с углами полураствора  $\theta_c=10, 15, 20^\circ$  при  $M_\infty=5$  приведены зависимости  $h$  и  $\lambda$  от угла атаки.

Зависимость характерных углов  $\alpha_1$  (пунктирная),  $\alpha_2$  (сплошная) и  $\alpha_3$  (штрихпунктирная линия) от угла полураствора конуса  $\theta_c$  в широком диапазоне чисел  $M_\infty=1.5-5$  приведена на фиг. 7. Здесь двойная штрихпунктирная линия ограничивает область существования режимов с  $\alpha_2$  в окрестности наветренной образующей.



Фиг. 7



Фиг. 8

В зависимости от сочетания параметров  $M_\infty, \theta_c, \alpha$  существуют три типа расположения головной ударной волны: регулярное расположение с максимальным отклонением на теневой стороне, обратное расположение — отклонение максимально на наветренной стороне и так называемое аномальное расположение, когда максимальное отклонение находится не в плоскости симметрии (фиг. 8). Впервые в рамках гиперзвуковой теории этот результат получен в [11].

Данное исследование подтверждает существование указанных в [11] режимов обтекания, однако даже при  $M_\infty=5$  наблюдается скорее качественное, чем количественное совпадение. Для иллюстрации на фиг. 8 для числа  $M_\infty=5$  приведены зависимости угла отхода ударной волны  $\theta_s$  от меридионального угла  $\phi$  для случаев:  $\theta_c=20^\circ, \alpha=33^\circ$  — регулярное расположение (сплошная кривая),  $\theta_c=45^\circ, \alpha=15^\circ$  — обратное расположение (пунктирная линия) и  $\theta_c=35^\circ, \alpha=30^\circ$  — аномальное расположение (штрихпунктирная линия). Кроме того, следует отметить, что зависимость угла

отхода ударной волны от  $\alpha$  при  $\psi = \text{const}$  в общем случае имеет немонотонный характер (см. фиг. 6 для  $\psi = 0$ ).

Представляет интерес проследить за изменением угла наклона ударной волны к вектору скорости набегающего потока в плоскости  $\psi = 0$ . При малых и умеренных углах атаки присоединенный к вершине конуса скачок уплотнения является «слабым» в том смысле, что теоретически возможно решение с «сильной» ударной волной, давление за фронтом которой выше. По мере увеличения угла атаки интенсивность ударной волны увеличивается, и при некотором  $\alpha$  часть поверхности ударной волны начинает принадлежать сильному решению. При дальнейшем увеличении угла атаки слабое решение не может существовать, так как ударная волна пересекла бы поверхность тела.

Впервые возможность существования сильного решения и течения к вершине для конического потока была обнаружена в работах [12, 13], где в рамках метода интегральных соотношений рассматривалось обтекание тонкой треугольной пластины, расположенной под большим углом атаки в гиперзвуковом потоке.

По-видимому, установленный факт является общим свойством конических течений около тонких тел под большими углами атаки.

Поступила 2 XII 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kutler P., Lomax H. A Systematic development of the supersonic flow fields over and behind wings and wingbody configurations using a shock - capturing finite - difference approach. AIAA paper, 1971, No. 99.
2. Базжин А. П., Челышева И. Ф. Применение метода прямых к расчету обтекания конических тел при больших углах атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
3. Бабенко К. М., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. **Пространственно обтекание гладких тел идеальным газом.** М., «Наука», 1964.
4. Чушкин П. И., Щенников В. В. Расчет некоторых конических течений без осевой симметрии. Инж.-физ. ж., 1960, т. 3, № 7.
5. Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа. М., «Наука», 1970.
6. Лапыгин В. И. Расчет сверхзвукового обтекания V-образных крыльев методом установления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
7. Липницкий Ю. М., Михайлов Ю. Я., Савинов К. Г. Расчет пространственных течений идеального газа без плотности симметрии. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 3.
8. Русанов В. В. Расчет взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 2.
9. Ferry A. Supersonic flow around circular. Nat. Adv. Comm. Aeronaut. Rept, 1951, No. 1045.
10. Лапыгин В. И., Остапенко Н. А. Обтекание подветренной стороны конического крыла сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 1.
11. Гонор А. Л. О расположении головной волны при несимметричном обтекании заостренного тела потоком газа с большой сверхзвуковой скоростью. Изв. АН СССР, ОТН, Сер. мех. и маш., 1959, № 5.
12. Черный Г. Г. Гиперзвуковое обтекание крыльев при больших углах атаки. Докл. АН СССР, 1964, т. 155, № 2.
13. Черный Г. Г. Крылья в гиперзвуковом потоке. ПММ, 1965, т. 29, вып. 5.