

УДК 532.529

## К ЗАДАЧЕ ОБ УГАСАНИИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА В ЖИДКОСТИ

Н. С. ХАБЕЕВ

(Москва)

Рассматривается влияние неравновесных фазовых переходов на характер пульсаций парового пузырька в жидкости, вызванных внезапно возникающим перепадом давления. Эта задача представляет интерес при изучении течений парожидкостных смесей с дискретной паровой фазой.

Приведены результаты численного решения задачи в виде безразмерных кривых радиус — время для различных значений параметра, характеризующего кинетику фазовых переходов.

Случай равновесных фазовых переходов рассмотрен в работах [1, 2]. Исследованию теплового и динамического взаимодействия газового пузырька с окружающей жидкостью посвящены работы [3, 4].

В постановке Рэлея [5] рассмотрим задачу о движении границы сферического паронаполненного пузырька в безграничной несжимаемой жидкости, вызванном внезапным изменением давления в жидкости. При этом на поверхности пузырька имеют место фазовые переходы. Предполагается, что до момента возникновения перепада давления система жидкость — паровой пузырек находилась в тепловом и механическом равновесии.

Поскольку в рассматриваемом процессе скорость поверхности пузырька значительно меньше скорости звука в паре, давление внутри парового пространства при его деформации практически мгновенно устанавливается по всему объему. Поэтому давление внутри пузырька предполагается зависящим только от времени. Условия на бесконечности при смыкании и физические характеристики жидкости считаются постоянными. Предполагается также, что движение происходит при сохранении сферической симметрии. Далее везде параметры, относящиеся к жидкости и пузырьку, снабжены соответственно нижними индексами 1 и 2.

При неравновесном характере фазового перехода температура каждой из фаз на границе не равна равновесной температуре  $T_0(p_2)$ , а претерпевает скачок [6]. Однако в рассматриваемой задаче величина скачка температуры на поверхности пузырька значительно меньше возникающего при пульсациях пузырька отклонения среднемассовой температуры пара в пузырьке  $T_2$  от температуры жидкости  $T_0$ . Поэтому можно поверхностный слой, представляющий собой границу раздела фаз, характеризовать одной температурой  $T_0$ . Толщина этого слоя порядка радиуса молекулярного взаимодействия в конденсированной фазе ( $10^{-9}$  м). Так как жидкость обладает значительно большей теплопроводностью, чем пар, при расчетах для простоты полагалось  $T_0 = T_0$ .

Следуя [7], запишем систему уравнений: уравнение, связывающее скорость поверхности пузырька с массовой скоростью жидкости на этой поверхности  $w$ , обобщенное уравнение Рэлея пульсаций пузырька в несжимаемой жидкости, учитывающее поверхностное натяжение, фазовые пере-

ходы и вязкую диссипацию, уравнения изменения массы пузырька и энергии

$$(1) \quad \dot{R} = w + J / (4\pi\rho_1 R^2)$$

$$(2) \quad R\dot{w} + \frac{3}{2}w^2 + \frac{Jw}{2\pi\rho_1 R^2} = \frac{p_2 - p_1 - 2\sigma/R}{\rho_1} - \frac{4\nu}{R}w$$

$$(3) \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_2 \right) = J$$

$$(4) \quad \rho_2 \frac{di_2}{dt} = \frac{dp_2}{dt} + \frac{3Jw^2}{8\pi R^3} - \frac{3\beta_2(T_2 - T_\sigma)}{R}$$

Здесь  $R$  — радиус пузырька,  $J$  — скорость фазового превращения,  $\rho_2$  — средняя плотность пара в пузырьке,  $p_1$  — давление в жидкости вдали от пузырька,  $i$  — энтальпия,  $\beta_2$  — коэффициент теплоотдачи от пузырька к поверхности,  $\sigma$  и  $\nu$  — соответственно коэффициенты поверхностного натяжения и кинематической вязкости жидкости.

Уравнение кинетики фазовых переходов при малых перегревах или переохлаждениях может быть записано в виде [7, 8]

$$(5) \quad J = 4\pi R^2 F \frac{T_\sigma - T_s(p_2)}{T_s(p_2)} l(p_2)$$

где  $l(p_2)$  — теплота парообразования. Коэффициент  $F$  должен определяться из эксперимента или каких-либо других соображений. В рассматриваемой задаче  $F$  — свободный параметр.

Если пузырек колеблется с частотой  $\omega$ , то характерная радиальная толщина зоны, где реализуется основной перепад температур (термодиффузионного слоя)

$$(6) \quad \delta_2 \sim (a_2/\omega)^{1/2}$$

где  $a_2$  — коэффициент теплопроводности пара. Если выполнено условие  $\delta_2 \ll R$ , то как некоторое приближение примем следующее распределение температуры внутри пузырька: от центра до внутренней границы температурного пограничного слоя толщины  $\delta_2$  температура  $T_2^\circ$  постоянна, а внутри слоя меняется линейно от  $T_2^\circ$  до температуры поверхности  $T_\sigma$ . Вместе с тем условие  $\delta_2 \ll R$  позволяет положить  $T_2^\circ \approx T_2$ . Тогда коэффициент теплоотдачи  $\beta_2$  определится выражением

$$(7) \quad \beta_2 \approx \lambda_2/\delta_2$$

где  $\lambda_2$  — коэффициент теплопроводности пара.

В случае малых адиабатических колебаний пузырька около положения равновесия частота пульсаций определяется формулой [3, 9]

$$(8) \quad \omega = R_0^{-1} \sqrt{(3\gamma p_0)/\rho_1}$$

Здесь  $\gamma$  — показатель адиабаты пара,  $R_0$  и  $p_0$  — равновесные значения соответственно радиуса пузырька и давления. Формула (8) определяет и частоту малых изотермических колебаний пузырька, если положить в ней  $\gamma=1$ .

Уравнения состояния фаз [7, 8]

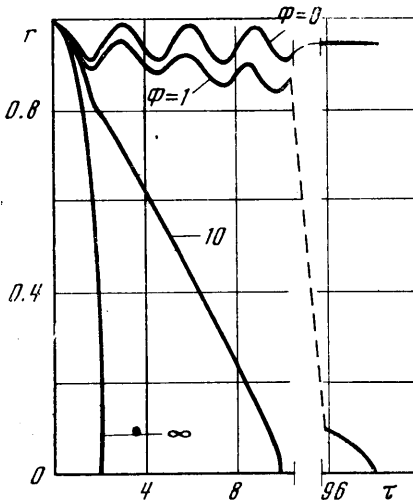
$$(9) \quad p_2 = \rho_2 R_2 T_2, \quad \rho_1 = \text{const} \\ i_2(p_2, T_2) = i_1(p_1, T_0) + c_1(T_s(p_2) - T_0) + \\ + l(p_2) + c_{p_2}(T_2 - T_s(p_2)) + (p_2 - p_1)/\rho_1$$

где  $R_2$  — газовая постоянная,  $c_1$  — теплоемкость жидкости,  $c_{p2}$  — теплоемкость пара при постоянном давлении.

Давление насыщенного пара почти для всех жидкостей в широком диапазоне температур хорошо описывается эмпирической формулой [10]

$$(10) \quad p_2 = p_0 \exp(T_*/T_0 - T_*/T_s)$$

Здесь  $T_*$  — почти постоянное число, которое находилось из условия, чтобы зависимость (10) точнее аппроксимировала табличные данные в



заданном интервале давлений, индексом 0 внизу отмечены величины, соответствующие начальному состоянию. Заметим, что рассматриваемые пузырьки не настолько малы, чтобы учитывать зависимость температуры насыщения от кривизны поверхности. Ограничение на допустимый нижний размер пузырьков накладывает условие  $\delta_2 \ll R$  (для воды при атмосферном давлении  $R \gg 10^{-6}$  см). В то же время рассмотрение пульсаций очень мелких пузырьков с точки зрения учета теплообмена и неравновесности фазовых превращений не представляет интереса, так как колебания их происходят изотермически, а фазовые переходы проходят практически равновесно. В [3]

показано, что при малых пульсациях воздушного пузырька в воде изотермический режим наступает при  $R < 10^{-4}$  см.

Система основных уравнений (1)–(4) с учетом соотношений (5)–(10) представляет собой замкнутую систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Задача решалась на ЭВМ методом Рунге — Кутты для случая парового пузырька в воде при различных начальных данных. При этом необходимые параметры воды и теплофизические характеристики водяного пара принимались следующими:

$$v = 1.14 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{сек}, \quad \sigma = 58.85 \cdot 10^{-3} \text{ н/м}$$

$$\rho_1 = 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad \rho_{20} = 0.6 \text{ кг/м}^3$$

$$T_* = 4914.3^\circ \text{ К}, \quad l = 539.6 \text{ ккал/кг}$$

$$c_{p2} = 0.49 \text{ ккал/кг} \cdot \text{град}, \quad R_2 = 0.111 \text{ ккал/кг} \cdot \text{град}$$

$$\lambda_1 = 163.8 \cdot 10^{-6} \text{ ккал/м} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}$$

$$\lambda_2 = 5.9 \cdot 10^{-6} \text{ ккал/м} \cdot \text{сек} \cdot \text{град}$$

Параметр  $F$  варьировался.

На фигуре приведены кривые безразмерных зависимостей радиус пузырька — время для различных значений безразмерного свободного параметра  $\Phi$

$$\Phi = \frac{Fl}{\rho_{20}} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_0}}, \quad r = \frac{R_0}{R}, \quad \tau = \frac{t}{R_0} \sqrt{\frac{p_0}{\rho_1}}$$

при следующих начальных данных:

$$R_0 = 0.1 \text{ мм}, \quad T_0 = 373^\circ \text{ К}, \quad p_0 = 1 \text{ атм}, \quad p_1 = 1.2 \text{ атм}, \quad w = 0$$

Расчеты подтверждают предсказанный в [8] качественный характер пульсации паровых пузырьков: чем меньше скорость фазовых переходов, тем ближе движение пузырька к гармоническим колебаниям; наоборот чем она больше, тем менее заметна «затухающая осциллирующая рябь» на фоне угасающего пузырька.

Отметим также различие поведения кривых радиус — время при  $\Phi \rightarrow 0$  и  $\Phi \rightarrow \infty$ . В рассматриваемых вариантах расчеты показывают, что при  $\Phi > 40$  ( $F > 10^{-4}$  кг·сек/м<sup>4</sup>) процесс не зависит практически от значения этого коэффициента. Физически это понятно, так как при больших  $\Phi$  скорость фазовых превращений достаточна, чтобы следить за давлением (этим объясняется и отсутствие пульсации), и фазовый переход происходит практически с максимально возможной скоростью. Чем больше  $\Phi$ , тем ближе соответствующая кривая к предельной равновесной кривой, просчитанной отдельно ( $\Phi = \infty$ ,  $T_s = T_\sigma = T_0$ ).

В случае  $\Phi \rightarrow 0$  такая непрерывность принципиально невозможна, так как при всяком  $\Phi \neq 0$  (фазовые переходы идут) пузырек в зависимости от знака начального перепада давления либо растёт до макроскопических размеров, либо смыкается (это следует из анализа диаграммы равновесных состояний пар — вода). В случае же  $\Phi = 0$  пузырек совершает затухающие (из-за тепловой и вязкой диссипации) колебания, стремясь к равновесному состоянию, определяемому давлением в жидкости.

Расчеты показывают, что вариация начальных радиуса пузырька и перепада давления не изменяет качественной картины, представленной на фигуре. Отметим только, что чем меньше размер пузырька, тем меньше проявление неравновесности фазового перехода. Очевидно, что чем больше перепад давления, тем быстрее происходит смыкание пузырька. Так как в случае равновесных фазовых переходов давление насыщенного пара в пузырьке остается постоянным, смыкание происходит под действием постоянного перепада давления, и для оценки времени полного исчезновения пузырька можно использовать формулу [5]

$$(11) \quad \tau = 0.915 (p_1/p_0 - 1)^{-1/2}.$$

Равновесная кривая, приведенная на фигуре, является идеализацией, так как она предполагает, что при смыкании пузырька пар успевает свободно конденсироваться. В то же время согласно молекулярно-кинетической теории скорость конденсации пара в пузырьке ограничена [11]. Поэтому на последних стадиях смыкания, когда скорость поверхности пузырька становится очень большой, пар, не успевая конденсироваться, будет вести себя как сжимающийся газ. Это может служить причиной возникновения пульсаций пузырька на последних стадиях смыкания, даже в случае равновесной начальной стадии. Поэтому оценка (11) является в действительности оценкой снизу.

Автор благодарит Р. И. Нигматулина за советы и внимание к работе и В. Ш. Шагапова за полезное обсуждение.

Поступила 26 IX 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Zwick S. A., Plesset M. S. On the dynamics of small vapor bubbles in liquids. J. Math. and Phys., 1955, vol. 33, No. 4.
2. Портнов И. Г. Учет конденсации и теплопроводности пара при исследовании угасания сферического пузырька. Вестн. Моск. ун-та, матем., механ., 1960, № 6.
3. Chapman R. B., Plesset M. S. Thermal effects in the free oscillation of gas bubbles. J. Basic Engr. Trans. ASME, 1971, vol. 93, No. 3. (Рус. перев.: Тепловые эффекты при свободном колебании газовых пузырьков. Теорет. основы инж. расчетов, 1971, № 3.)

4. *Macedo I. C., Yang W. J.* Acoustically forced oscillations of gas bubbles in liquids. *Japan J. Appl. Phys.*, 1972, vol. 11, No. 8.
5. *Ламб Г.* Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
6. *Лабунцов Д. А., Муратова Т. М.* Физические и методические основы формулировки задач тепло- и массообмена при фазовых превращениях. Тепло- и массо-перенос, т. 2, ч. 1. Минск, 1972.
7. *Нигматулин Р. И.* Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидромеханике многофазных сред. ПММ, 1971, т. 35, вып. 3.
8. *Нигматулин Р. И.* Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
9. *Несис Е. И., Озерецковский Г. А.* О пульсации пузырьков пара и газа в жидкостях. Уч. зап. Кабардино-Балкарск. гос. ун-та, 1963, вып. 19.
10. *Цань Сюэ-сень.* Физическая механика. М., «Мир», 1965.
11. *Фалин Г. Г.* Физика акустической кавитации в жидкостях. В кн. «Физическая акустика», т. 1, ч. Б. М., «Мир», 1967.