

Кривизна ударной волны, найденная из решений (11), (14), меняет знак в точке O при $1/2 \leq n_i < 1$. Направления выпуклости ударной волны определяются знаком разности $(U_\infty)_2 - U_\infty^0$.

В заключение автор благодарит Э. Г. Шифрина за постановку задачи и внимание к работе.

Поступила 4 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Гудерлей К. Г. Теория околосзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
2. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М., Гостехиздат, 1953.

УДК 533.6.011.55+536.244

ЗАТУПЛЕННЫЕ ПО СФЕРЕ КОНУСЫ МИНИМАЛЬНЫХ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

И. Н. МУРЗИНОВ

(Москва)

На основе результатов точных численных расчетов ламинарного пограничного слоя [1, 2] определены радиус сферического затупления и угол полураствора конуса, при которых конвективные тепловые потоки к лобовой и боковой поверхностям достигают минимума при заданных длине и диаметре тела.

1. Задача об определении тела минимальных тепловых потоков в точной постановке пока наталкивается на большие трудности вследствие громоздкости системы определяющих задачу условий. Поэтому часто используется упрощенный подход к этой проблеме, заключающийся в сравнительном анализе или ряда заранее заданных форм тел [3], или задача решается для некоторого класса тел. Так, в работах [4, 5] ставилась задача об определении оптимального радиуса затупленного тела при заданном угле полураствора конуса и его объеме; во второй из работ в расчет принималась излучаемая поверхностью тела энергия. В этих работах определен оптимальный радиус затупления конуса с углом полураствора $\theta_d = 10^\circ$, распределение тепловых потоков по которому бралось на основе результатов точных численных расчетов.

В работах [6, 7] сделана попытка получить решение вариационной задачи о форме тела минимальных тепловых потоков. Однако в силу громоздкости строгого математического аппарата для определения тепловых потоков при расчете газодинамических параметров на поверхности тела произвольной формы использовалась ньютоновская теория для распределения давления. В этой связи по поводу результатов работ [6, 7] следует сделать некоторые замечания. Известно, что при ламинарном и турбулентном законах теплообмена тепловые потоки пропорциональны некоторой степени произведения плотности на скорость газа на внешней границе пограничного слоя. Поэтому, не решая задачи, сразу можно сказать, что в ньютоновской постановке оптимальным телом будет цилиндр (пластина заданной толщины) с плоским затуплением. Действительно, на затуплении такого тела тепловой поток равен нулю вследствие равенства нулю скорости газа, на боковой поверхности тепловой поток равен нулю вследствие равенства нулю давления (а значит, и плотности).

Таким образом, на цилиндре с плоским торцом реализуется абсолютный минимум теплового потока в ньютоновской постановке. Следует заметить, что уже при использовании модифицированной теории Ньютона тепловой поток на боковой поверхности цилиндра с плоским затуплением не равен нулю при конечных числах Маха в набегающем потоке.

Видимо, исходя из этих предпосылок, в работах [6, 7] класс рассматриваемых тел ограничивается формами с плоским затуплением. При этом используется модифицированная ньютоновская теория для распределения давления по боковой поверхности, а расчет тепловых потоков на плоском торце базируется на более детальном анализе течения [8]. Однако использование ньютоновского распределения давления по боковой поверхности тел с плоским затуплением (и вообще затупленных) не является корректным на представляющих наибольший интерес расстояниях от носка [9]. Поэтому результаты работ [6, 7] нуждаются в уточнении.

2. В работах [1, 2] точным численным методом были выполнены расчеты распределения ламинарных тепловых потоков по затупленным конусам в условиях равновесной диссоциации воздуха. С использованием этих данных в настоящей заметке вычислены угол полураствора и радиус сферического затупления конусов, для которых реализуется минимум тепловых потоков к их поверхности (без донной части) при заданных длине и миделе тела.

Согласно [1] в диапазоне скоростей движения 3–8 км/сек распределение тепловых потоков по сфере хорошо аппроксимируется выражением

$$(2.1) \quad q/q(0) = 0.55 + 0.45 \cos 2\theta$$

где $q(0)$ – тепловой поток в критической точке сферы, θ – угол между направлениями в критическую и рассматриваемые точки.

Результаты работы [10] и численные расчеты [2] показали, что на боковой поверхности затупленных конусов существует подобие в распределении тепловых потоков. В соответствии с проведенной в [2] обработкой результатов расчетов

$$(2.2) \quad q = q(0) \sin^2 \theta_k [1 - (\sin \theta_k)^{4k}]^{1/4} Y_1(\zeta), \quad \zeta = (x/R_0) \sin^2 \theta_k$$

Здесь q – тепловой поток на боковой поверхности конуса с углом полураствора θ_k , x – расстояние от критической точки вдоль оси конуса, R_0 – радиус затупления, k – отношение плотности набегающего потока к плотности за прямым скачком уплотнения для рассматриваемых условий движения тела (в дальнейших расчетах принято некоторое среднее значение этого параметра – $k=0.08$). На основе результатов расчетов [2] ниже принято

$$(2.3) \quad Y_1(\zeta) = 1.16 + 0.096\zeta^{-1}, \quad \zeta \leq 0.6$$

Представим тепловой поток в критической точке в виде $q(0) = A/\sqrt{R_0}$ и введем безразмерные величины $r_0 = R_0/l$, $r_1 = R_1/l$, где константа A определяется условиями полета, l – длина и R_1 – радиус миделя тела.

Из геометрических соображений имеем очевидную связь между определяющими телом параметрами

$$(2.4) \quad r_0 = \frac{r_1 \cos \theta_k - \sin \theta_k}{1 - \sin \theta_k}$$

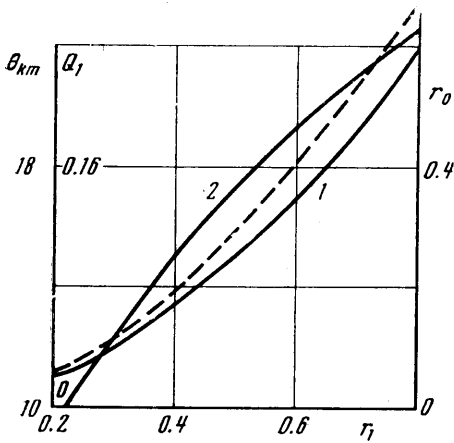
Используя (2.1), (2.2) и (2.3), путем интегрирования можно получить следующее выражение для суммарного теплового потока Q_s к носовой и боковой поверхностям затупленного конуса

$$(2.5) \quad Q_1 = \frac{Q_s}{2\pi A l^{3/2}} = r_0^{3/2} (0.4 - 0.1 \sin \theta_k - 0.3 \sin^3 \theta_k) + \frac{\sin^2 \theta_k (1 - (\sin \theta_k)^{4k})^{1/4} r_0^{3/2}}{\cos \theta_k} \left\{ \left[1.16 \cos \theta_k - 1.16 (1 - \sin \theta_k) \operatorname{tg} \theta_k + \frac{0.096 \operatorname{tg} \theta_k}{\sin^2 \theta_k} \right] \left[\frac{1}{r_0} - (1 - \sin \theta_k) \right] + 0.58 \operatorname{tg} \theta_k \left[\frac{1}{r_0^2} - (1 - \sin \theta_k)^2 \right] - \frac{0.096 [\cos \theta_k - (1 - \sin \theta_k) \operatorname{tg} \theta_k]}{\sin^2 \theta_k} \ln (r_1 \cos \theta_k - \sin \theta_k) \right\}$$

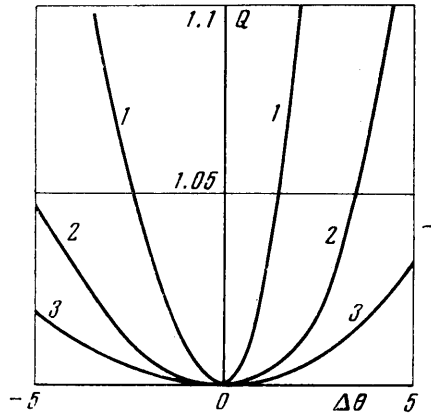
В этом выражении первое и второе слагаемые характеризуют соответствующий вклад носовой и боковой поверхностей конуса в суммарный тепловой поток.

Из выражения (2.5) теперь легко определить оптимальные значения угла полураствора конуса заданной длины l в зависимости от значения r_1 . Оптимальный радиус затупления определяется затем формулой (2.4).

3. Результаты расчетов оптимальных радиусов затупления и углов полураствора θ_{km} (в градусах) конусов минимальных тепловых потоков показаны на фиг. 1 (кривые 1 и 2 соответственно). Видно, что с увеличением радиуса миделя тела монотонно возрастают радиус затупления и угол полураствора конуса. Там же, пунктиром показана зависимость суммарного теплового потока к оптимальным конусам от размера миделя. Наблюдается практически квадратичный закон нарастания тепловых потоков от радиуса миделя тела. Наконец, на фиг. 2 представлена зависимость



Фиг. 1



Фиг. 2

теплового потока в окрестности оптимального значения угла полураствора конуса θ_{kt} , при котором реализуется минимум теплового потока к поверхности. На фиг. 2 Q_{1m} — значение теплового потока при $\theta_k = \theta_{kt}$, $\Delta\theta = \theta_k - \theta_{kt}$, $Q = Q_1/Q_{1m}$, а кривые 1, 2, 3 относятся к значениям $r_1 = 0.3, 0.5, 0.7$ соответственно. Видно, что тепловой поток изменяется относительно слабо с отклонением угла полураствора конуса от оптимального значения и это изменение уменьшается с ростом r_1 .

Поступила 29 V 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на сфере в гиперзвуковом потоке равномерно диссоциирующего воздуха. Изв. АН СССР, Механика, 1966, № 1.
2. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на затупленных телах с учетом завихренности внешнего потока. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
3. Брэдфилд В. С., Боллингер И. Г. Сравнительный анализ теплообмена аппаратов трех различных форм, влетающих в атмосферу со скоростью $M=12$. Сб. «Вопросы ракетной техники», № 1. М., Изд-во иностр. лит., 1957.
4. Башкин В. А. О выборе характерного размера осесимметричного тела заданной формы, оптимального по условиям теплопередачи. Инж. ж., 1965, т. 5, вып. 2.
5. Боровой В. Я. Выбор оптимального радиуса затупления осесимметричного тела с учетом излучения поверхности. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 4.
6. Белянин Н. М. Определение формы тела с минимальным тепловым потоком при ламинарном режиме течения в пограничном слое. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 6.
7. Белянин Н. М. Некоторые оптимальные формы излучающих тел, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1.
8. Черный Г. Г. Гиперзвуковое обтекание крыльев при больших углах атаки. Докл. АН СССР, 1964, т. 155, № 2.
9. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М., Физматгиз, 1959.
10. Лунев В. В. Гиперзвуковой закон подобия для обтекания тонких притупленных тел вязким газом. ПММ, 1961, т. 25, вып. 6.