

Выпишем формулы для определения приведенного расхода и постоянной A из (2.1), которая характеризует давление на водоупоре

$$(2.7) \quad q_0 = \frac{t}{2} \frac{K_+}{K_-}, \quad A = l_1 \frac{K_-'}{K_-}$$

Используя координаты точек $M_3(l_0 + q_0 + 1/2 b_0, 0)$ и $M_5'(l_0 + l_1 + q_0, iA)$ на основании (2.3)–(2.5), получим два уравнения для определения модулей эллиптических интегралов и функций m и λ

$$(2.8) \quad a_2 = \frac{2\beta a_1 - 1 - m}{1 - 2\beta + m}, \quad a_2 = \operatorname{sn} \left(\frac{b_0 K_-'}{2l_1}, \lambda \right)$$

$$\operatorname{sn}(\Delta_1, m) = \frac{(1 - \beta/m) 1/\lambda + \beta a_1/m - 1}{m((\beta - 1)/\lambda + 1 - \beta a_1)}, \quad \Delta_1 = \left[\frac{2(T - l_1) K_-'}{t K_-} - 1 \right] K_+$$

Ширина дренажа определяется по формуле (1.15) с соответствующим значением x_E , которое здесь не приводим.

Положение кривой депрессии $M_3 M_4$ определяется по формуле

$$(2.9) \quad \operatorname{sn}(\Delta_2, m) = - \frac{1}{m} \frac{\alpha_1 + \alpha_3 \operatorname{sn}[(x - l_0) K_- l_1^{-1}, \lambda]}{\alpha_2 + \alpha_4 \operatorname{sn}[(x - l_0) K_- l_1^{-1}, \lambda]}$$

$$\Delta_2 = (1 - y/t) 2K_+$$

Заметим, что если $\lambda \rightarrow 0$, то $K_-^{-1} K_-' \rightarrow \infty$, $K \approx \pi/2$, $A \rightarrow \infty$ и задача сводится к рассмотренному в п. 1 случаю водоносного пласта неограниченной мощности, при этом все формулы этого пункта переходят в соответствующие формулы п. 1.

Случай $\lambda \rightarrow 1$ соответствует водоносному пласту малой мощности. При этом, как следует из (2.9), характер поведения депрессионной кривой $M_3 M_4$ меняется — из монотонно убывающей она превращается в невозрастающую (пунктирная линия на фиг. 1), точка минимума ее сдвигается к дрене.

Поступила 6 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова-Кочина П. Я. Теория движения грунтовых вод. М., Гостехиздат, 1952.
2. Лаврик В. И., Савенков В. Н. Справочник по конформным отображениям. Киев, «Наукова думка», 1970.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функции комплексного переменного. М., «Наука», 1965.

УДК 533.0.011

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ И АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТЕЛА СО СТРУЕЙ, НАПРАВЛЕННОЙ ПРОТИВ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

В. А. СУХНЕВ

(Москва)

Распределение давления по головной части тела со струей, направленной против сверхзвукового потока, будет существенно отличаться от распределения давления по головной части того же тела без струи [1]. При достаточно большом расходе газа через струю вся головная часть тела может быть экранирована от воздействия набегающего потока.

Изменение давления по головной части тела со струей приводит также к изменению величины аэродинамического сопротивления. Работа посвящена экспериментальному изучению указанных эффектов при обтекании затупленного тела со струей сверхзвуковым потоком разреженного газа.

Поток разреженного газа создавался при помощи звуковой недорасширенной струи, истекающей в барокамеру аэродинамической трубы низкой плотности [2]. Рабочим газом являлся воздух при $T_0 = 295^\circ \text{K}$. Параметры набегающего потока разреженного газа изменялись в пределах $4.5 < M < 9.0$ и $10^2 < R < 10^3$. (Здесь число Рейнольдса рассчитано по диаметру модели.) Для изучения зависимости давления на головной части тела со струей от параметров набегающего потока и параметров внутренней струи было использовано две модели. Обе модели представляли собой цилиндр диаметром 10 мм и длиной 30 мм. В центре переднего плоского торца цилиндра имелось звуковое сопло диаметром 0.66 мм для первой модели и 0.38 мм для второй. На расстоянии 2.95 и 3.4 мм от центра торца имелись отверстия для измерения давления.

Для создания направленной против потока звуковой струи использовался воздух при $T_0=295^\circ\text{К}$. Давление p_{01} в ресивере модели изменялось от 10^3 до 10^5 н/м^2 . Измерение величины p_{01} осуществлялось при помощи образцового вакуумметра класса 0.5. Давление p_w на торце модели измерялось при помощи термопарного вакуумметра типа ВТ-2 с погрешностью не более $\pm 10\%$.

Модель для определения коэффициента сопротивления тела со струей представляла собой копию второй модели для исследования давления на плоском торце. Державка имела Г-образный вид. Коротким концом державка крепилась к донной части модели, а длинным — к коромыслу однокомпонентных аэродинамических весов крутильного типа [3]. Весы располагались на координатнике, обеспечивающем их перемещение вдоль оси внешнего потока. Подвод воздуха к державке модели осуществлялся при помощи гибкой тонкостенной трубки из полихлорвинила. Наличие этой трубки практически не сказывалось на чувствительности аэродинамических весов.

Для выяснения некоторых закономерностей, имеющих место при обтекании тела со струей, направленной против потока, были использованы данные по визуализации течения при помощи тлеющего разряда [4].

Результаты визуализации показали, что обтекание аналогично обтеканию тела со струей потоком континуального газа при малых значениях отношения $b_0 = p_{01}/p_0'$, где p_0' — давление за прямым скачком [1]. В зависимости от параметров внутренней струи и параметров набегающего потока изменяется величина $L_1 = L_1'/d_*$, где L_1' — расстояние между центральным скачком и торцом модели, d_* — диаметр горла звукового сопла. Эта зависимость, полученная по данным визуализации, приведена на фиг. 1 (данные 1). Погрешность определения величины L_1 не превышала $\pm 15\%$. Полученные данные показывают, что величина L_1 определяется параметром b_0 . Так как обтекание тела со струей во всех исследованных режимах являлось стационарным, то выполнялось условие $p_0' = p_{02}'$. Здесь p_{02}' — давление торможения за центральным скачком внутренней струи. Видно, что в пределах точности эксперимента эта зависимость может быть представлена в виде

$$(1) \quad L_1 = 0.75 b_0^{1/2}$$

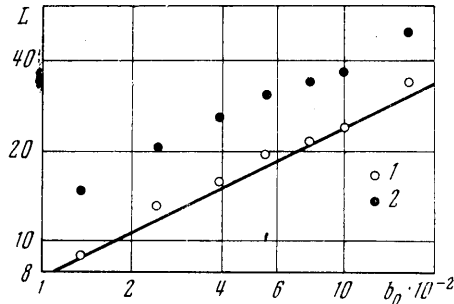
На фиг. 1 приведены также данные по определению величины $L_2 = L_2'/d_*$, где L_2' — отход внешнего скачка уплотнения, через который проходит газ, обтекающий тело со струей. Эти данные позволяют сделать вывод, что при $b_0 > 10^2$ величина L_2 зависит только от b_0 . Эта зависимость описывается выражением

$$(2) \quad L_2 = 1.25 b_0^{1/2}$$

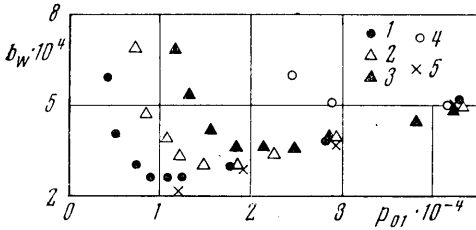
По данным визуализации невозможно достаточно точно определить положение боковых скачков ввиду их малой интенсивности. Однако некоторые качественные выводы о поперечных размерах струи можно сделать на основе измерения диаметра d_c центрального скачка. Погрешность такого измерения могла достигать $\pm 30\div 40\%$. Результаты измерений показали, что во всем исследованном диапазоне чисел M и R выполняется условие $3L_1' > d_c > 1.5 L_1'$.

Этот факт означает, что положение боковых скачков определяется, как при истечении звуковой струи в затопленное пространство с давлением $p_{02} < p_0'$. Эти скачки «закрываются» центральным скачком уплотнения, положение которого зависит от величины p_0' . Аналогичный вывод получен в [1] для случая континуального обтекания тела со струей.

Экспериментальные данные по определению величины давления p_w на торце модели при больших значениях давления в ресивере модели p_{01} представлялись в виде зависимостей $b_w = p_w/p_0$ от p_{01} для различных значений $x = x'/D_*$, где x' — расстояние между срезом сопла, создающего внешний поток разреженного газа и торцом модели; D_* — диаметр критического сечения сопла, создающего внешний поток. Некоторые из таких зависимостей в качестве примера приведены на фиг. 2. Значения 1, 2, 3, 4 получены



Фиг. 1



Фиг. 2

Значения 1, 2, 3, 4 получены

при $x=8, 5.33, 4, 2.67$ соответственно. Видно, что при достаточно больших значениях p_{01} величины b_w совпадают для различных значений x . Это означает, что величина давления в рассматриваемой точке не зависит от параметров набегающего потока. Подтверждением этого вывода служит также тот факт, что зависимость b_w от p_{01} без внешнего потока (значения 5 на фиг. 2) совпадает с общей зависимостью для различных значений x'/D_* при наличии внешнего потока.

По мере уменьшения величины p_{01} происходит отклонение величин b_w от общей кривой. Это отклонение происходит тем раньше, чем меньше величина x , т. е. чем больше величина p_0' в набегающем потоке. Обозначим через p_{01}' величину p_{01} , при достижении которой начинается отход значений b_w от общей кривой для данного значения x . Тогда можно считать, что для $p_{01} > p_{01}'$ влияние внешнего потока на величину b_w отсутствует для $r < r_a$, где r — расстояние от оси до произвольной точки на торце, r_a — расстояние от оси до точки, в которой производится измерение величины p_w . Результаты по определению величины p_{01}' представлены на фиг. 3. Значения 1, 2 получены при $r/d_* = 6.2$ и 11.7 соответственно. Видно, что экспериментальные точки хорошо согласуются с зависимостью

$$(3) \quad p_{01}' = 48.5 (r/d_*)^2 (p_0')^{1/2}$$

где давление измерено в н/м^2 .

Полученный результат показывает, что процесс полного экранирования торца встречной струей не зависит от чисел M и R набегающего потока в исследованном диапазоне изменения этих параметров. Можно ожидать, что при $M > 9$ и $R > 10^3$ указанная закономерность сохранится, а ее нарушение может иметь место при $R < 10^2$, когда толщина внешней ударной волны будет сравнима с отходом встречной струи. Из (3) следует, что расход холодного ($T_0 \approx 300^\circ \text{K}$) воздуха через сопло, необходимый для полного экранирования плоского торца радиуса r_0 от внешнего потока, определяется из соотношения

$$(4) \quad G = 8.75 \cdot 10^{-2} r_0^2 (p_0')^{1/2}$$

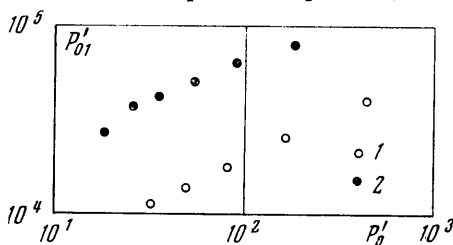
Здесь расход G в кг/сек .

Следовательно, величина расхода газа, необходимого для экранирования торца заданного размера, не зависит от конкретных значений M и R . Следовательно, можно выбирать из конструктивных соображений. Следует, однако, подчеркнуть, что экспериментальные результаты получены для $r/d_* > 7.5$ и их использование при близких к 0.5 значениях r/d_* может оказаться некорректным. Из (4) следует, что для уменьшения суммарного расхода газа при экранировании торца от внешнего потока необходимо выбирать траекторию

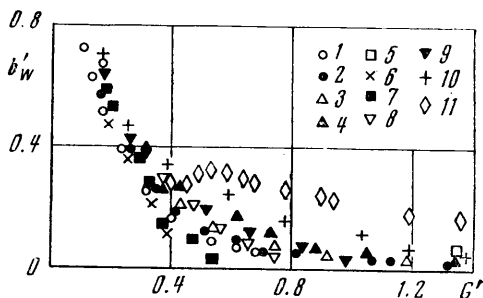
с наименьшим значением интеграла по времени полета от величины p_0' .

Кроме приведенных выше результатов по определению условий, при которых внешний поток полностью отсоединяется от тела, на тех же моделях были получены данные по изменению величины p_w при малых значениях p_{01} , когда внешний поток еще оказывает существенное влияние.

Результаты эксперимента приведены на фиг. 4. Значения 1–5 получены при $r/d_* = 11.7$ и соответствуют следующим значениям параметра R/M : 1 – 15, 2 – 20, 3 – 26, 4 – 37, 5 – 58; значения 6–11 получены при $r/d_* = 6.2$ и соответствуют следующим значениям параметра R/M : 6 – 15, 7 – 20, 8 – 26, 9 – 37, 10 – 58, 11 – 100. Видно, что при $G' < 0.3$, где $G' = Gr^{-2} (r/d_*)^{1/2}$, данные для различных моделей и для различных параметров набегающего потока практически совпадают. Для $G' > 0.3$ кривые, соответствующие различным значениям параметров набегающего потока, расходятся. При этом кривые лежат тем выше, чем больше величина параметра R/M , т. е. чем выше плотность набегающего потока. При $R/M = 10^2$ ($R = 4.8 \cdot 10^2$ и $M = 4.8$) зависимость $b_w' = p_w/p_0'$ от G' имеет локальные экстремумы. Для меньших значений R/M экстремумы пропадают, хотя для $R/M = 5.8 \cdot 10$ и $3.7 \cdot 10$ имеет место изменение знака второй производной.



Фиг. 3



Фиг. 4

При $R/M < 2.5 \cdot 10$ вторая производная сохраняет свой знак во всем диапазоне изменения величины p_{01} . Наличие экстремума объясняется, по-видимому, присоединением (см. [1]) внешнего потока к торцу. Действительно, для значения p_{01} , соответствующего локальному максимуму, радиус центрального скачка внутренней струи согласно приведенным выше данным примерно равен расстоянию между точкой, в которой измеряется величина p_w , и осью модели. Отсутствие экстремума для $R/M < 6 \cdot 10^4$ может быть объяснено влиянием вязкости, за счет чего зона повышенного давления постепенно размывается. Из полученных данных следует, что с уменьшением плотности набегающего потока эффективность экранирующего воздействия внутренней струи возрастает.

Методика определения коэффициента сопротивления c_x плоского торца со струей, направленной против потока, состояла в следующем. Определялась величина силы P_T , действующей на модель в отсутствие внешнего потока для различных значений давления торможения p_{01} в ресивере модели. Затем определялась величина силы P_Σ , действующей на модель со струей в сверхзвуковом потоке разреженного газа при различных значениях p_{01} и параметров набегающего потока. Далее определялась величина силы P_M , действующей на всю модель, за исключением торца. Для этого торец был защищен от внешнего потока тонким экраном с диаметром, равным диаметру модели, и с отверстием в центре диаметром 4 мм для прохождения внутренней струи. Величина аэродинамической силы, действующей на торец со струей, определялась из указанных выше трех серий экспериментов в виде

$$(5) \quad P = P_\Sigma - P_T - P_M$$

Погрешность определения величины P_M указанным способом составляла не более $\pm 7\%$. Погрешность в определении величин P_Σ и P_T не превышала ± 2 и 1% соответственно. Максимально возможная погрешность в определении величины P по формуле (5) не превышала $\pm 10\%$ для малых значений p_{01} .

Результаты экспериментов представлены на фиг. 5 в виде зависимости $c' = c_x/c_{x0}$ от параметра G' , использованного ранее при обработке данных по распределению давления на торце, где в качестве величины r выбран радиус модели. Это позволяет сравнивать данные фиг. 4 и 5. (Обозначения на фиг. 5 те же, что и на фиг. 4.) Величина c_{x0} — коэффициент сопротивления тела при $p_{01} = 0$. Погрешность в определении величины c' не превышает $\pm 15\%$ для $c' > 0.2$. При $c' < 0.2$ относительная погрешность увеличивается и достигает 50% и более при $c' < 0.05$. В связи с этим на основе полученных данных можно лишь утверждать, что, начиная с некоторого значения параметра G' , величина c' не будет превышать $0.05 \div 0.1$.

Представленные на фиг. 5 экспериментальные данные показывают, что величина c' при малых значениях параметра G' практически не зависит от параметров внешнего потока, аналогично тому, как это имело место в зависимости b_w' от G' . Дальнейший ход кривых на фиг. 5 и 4 также аналогичен. Сравнение данных показывает, что при полном оттеснении внешнего потока от переднего торца тела величина аэродинамического сопротивления этого торца падает практически до нуля. Сравнение данных фиг. 5 с данными фиг. 4 позволяет с погрешностью не более 20% принять

$$c' = b_w'$$

где b_w' — значение величины b_w' на краю торца. Последнее выражение получено при условии $4.0 < M < 9.0$ и $10^2 < R < 10^3$ и его экстраполяцию на более широкий интервал значений параметров набегающего потока следует проводить осторожно.

Автор благодарит А. В. Иванова за помощь в работе.

Поступила 2 III 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Finley P. J. The flow of a jet from a body opposing a supersonic free stream. J. Fluid Mech., 1966, vol. 26, pt 2. (Рус. перев.: Струя, истекающая из тела против внешнего сверхзвукового потока. В сб. «Механика», 1967, № 5.)

2. Сухнев В. А. Об определении поправок к показаниям насадков полного напора в сверхзвуковом потоке разреженного газа. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
3. Казначеев В. П., Сухнев В. А. К применению высокочувствительных однокомпонентных весов крутильного типа для измерения малых сил в аэродинамике разреженных газов. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1963, № 1.
4. Физические измерения в газовой динамике и при горении. М., Изд-во иностр. лит., 1957.

УДК 533.6.011.35

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛАБОГО РАЗРЫВА С ДОЗВУКОВЫМ ТЕЧЕНИЕМ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Л. Н. ЯКИМЕНКО

(Москва)

Рассматривается плоское течение идеального газа вблизи точки пересечения ударной волны и характеристики, несущей слабый разрыв. Поток за ударной волной дозвуковой.

Предполагается, что ударная волна находится вне минимальной области влияния смешанного течения, так что слабый разрыв от нее не отражается. Для простоты рассматривается диапазон малых сверхзвуковых скоростей набегающего потока, когда изменения энтропии на ударной волне незначительны, а движение газа описывается уравнениями трансзвуковых течений.

Положим для определенности, что слабый разрыв распространяется по характеристике первого семейства, а ударная волна отклоняет вектор скорости вверх (в системе координат, связанной с вектором скорости набегающего потока в некоторой точке O). Ударная волна и линия слабого разрыва разбивают окрестность точки O на секторы 1, 2, 3 (1, 2 — набегающий поток до и после линии слабого разрыва соответственно, 3 — область за ударной волной).

Уравнения трансзвуковых течений имеют вид

$$(1) \quad UU_x = v_y, \quad U_y = v_x, \quad (U = (\lambda - 1)(k + 1)^{1/2})$$

Здесь λ — коэффициент скорости, v — угол наклона вектора скорости, k — показатель адиабаты.

На ударной волне имеют место граничные условия [1]

$$(2) \quad v - v_\infty = \sqrt{\frac{U_\infty + U}{2}} (U_\infty - U)$$

$$(3) \quad \frac{dy}{dx} = (k + 1)^{-1/2} \sqrt{\frac{2}{U_\infty + U}}$$

Здесь индексом ∞ отмечены параметры потока перед ударной волной.

Согласно теории Прандтля — Глауэрта в окрестности точки O за ударной волной получим

$$(4) \quad \begin{aligned} U_x^* &= -v_y^*, & U_y^* &= v_x^* \\ (U &= U_0 + U^*, & v &= v_0 + \sqrt{-U_0} v^*, & U^* &\ll U_0, & v^* &\ll v_0) \end{aligned}$$

В дальнейшем звездочки опускаем.

Обозначим через S длину дуги ударной волны, отсчитываемую от точки O .

Будем рассматривать класс течений перед ударной волной, когда по линии слабого разрыва распространяется конечный разрыв первых производных составляющих скорости. Так как в непрерывном потоке ударная волна гладкая [2], имеем

$$(5) \quad U_\infty = U_\infty^0 + a_i S + \dots, \quad v_\infty = v_\infty^0 + b_i S + \dots \quad (i=1, 2)$$

Индексы 1, 2 указывают параметры в секторе 1 при $S > 0$ и в секторе 2 при $S < 0$.

Повернем оси координат на угол φ , равный углу наклона ударной волны к оси y в точке O .

$$x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi, \quad y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi$$

Уравнения (4) инвариантны относительно поворота осей координат.