

дела вдоль подошвы пласта оказывается бесконечно большой, в то время как она должна быть конечной. Поэтому для определения физически реальной длины границы раздела авторы работы [8] принимают, что передний фронт нагнетаемой жидкости находится в сечении, где ордината границы раздела составляет 0.01 и 0.1 полной мощности пласта ($\bar{y}=y/m=0.01$ и 0.1).

Задний фронт нагнетаемой жидкости принимается в сечении, где ордината границы раздела равна 0.90 и 0.99 полной мощности пласта ($\bar{y}=0.90$ и 0.99).

Тогда согласно [8] при $\bar{y}=0.01$ и 0.99 коэффициент $\eta=4.0$, а при $\bar{y}=0.1$ и 0.9 коэффициент $\eta=2.2$. Оба этих значения существенно отличаются, как от вычисленных выше ($\eta=1.53-1.78$), так и от экспериментальных данных ($\eta=1.57-1.60$).

Интересно отметить, что при $\Delta y=0$ уравнение (79) совпадает с точным решением задачи, т. е. без гипотезы о предельной анизотропии пласта [9], если принять $\mu_1=\mu_2$ и $a_1 \rightarrow \infty$.

Поступила 22 VIII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов Г. К. Применение модели предельно-анизотропных грунтов для оценки решения некоторых краевых задач о движении потока грунтовых вод по водопору. Инж. сб., 1953, т. 15.
2. Чарный И. А. Методы расчета перемещения границы раздела нефти и воды в пластах. Изв. АН СССР, ОН, 1954, № 4.
3. Чарный И. А. Движение границы раздела двух жидкостей в пористой среде. Изв. АН СССР, ОН, Энергетика и автоматика, 1959, № 3.
4. Чарный И. А. Подземная гидродинамика. М., Гостоптехиздат, 1963.
5. Пирвердян А. М. О движении подошвенной воды в слабо наклонных пластах. ПММ, 1952, т. 16, вып. 2.
6. Алихашкин Я. Н. Численное интегрирование уравнений автомодельного движения границы раздела двух жидкостей в пористой среде. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1961, № 15.
7. Шестаков В. М. Расчет движения границы раздела двух несмешивающихся жидкостей при фильтрации в горизонтальном напорном потоке. Научн. сообщ. ВОДГЕО, Водоснабжение, 1960.
8. Бочевер Ф. М., Орадовская А. Е. Приближенный метод определения границы раздела между подземными водами разного состава. Разведка и охрана недр, 1971, № 11.
9. Веригин Н. Н. Нагнетание вязких растворов в горные породы в целях повышения прочности и водопроницаемости оснований гидротехнических сооружений. Изв. АН СССР, ОН, 1952, № 5.

УДК 532.546 : 628.367

О ПРИТОКЕ ВОДЫ К ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ СИСТЕМАТИЧЕСКОМУ ДРЕНАЖУ В ОДНОРОДНЫХ ПЛАСТАХ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

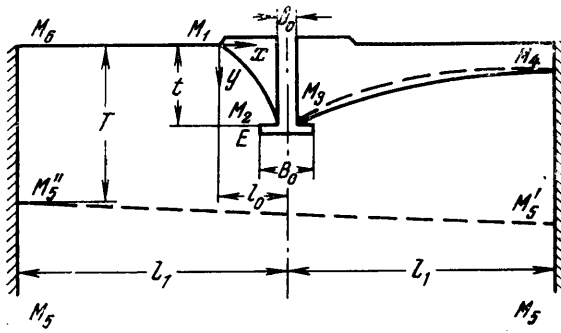
А. Д. КОРОСТЕЛЕВ, А. Ж. МУФТАХОВ

(Астрахань)

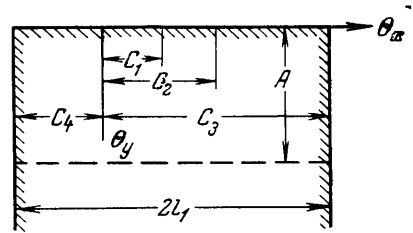
Применительно к системе мелиорации рисовых полей рассматриваются два случая установившейся фильтрации грунтовых вод к горизонтальному систематическому дренажу в водоносных пластах со свободной поверхностью, причем дрены заменяются горизонтальными дренажными щелями Жуковского. Задачи решаются методом конформных отображений с использованием комплексного потенциала течения и функции Жуковского. Приводятся характеристические функции, уравнения депрессионных поверхностей и выражения для фильтрационного расхода. В силу симметрии течения исследуется приток грунтовых вод к одной дренажной щели.

1. Рассмотрим горизонтальную дренажную щель в водоносном пласте неограниченной мощности, границы которого M_5M_6 и M_3M_4 непроницаемые (фиг. 1). Приток воды к дрене происходит от контура M_6M_1 с постоянным напором, глубиной воды на контуре питания и в дрене пренебрегаем. Для решения задачи воспользуемся методом конформных отображений [1]. Отсчет напоров будем производить от линии M_6M_1 , линию тока M_1M_2 примем за нулевую. Тогда область приведенного комплексного потенциала течения

$$(1.1) \quad \omega_0 = \omega/k = \varphi_0 + i\psi_0$$



Фиг. 1



Фиг. 2

будет представлять собой внутренность прямоугольника со сторонами t , q_0 . Здесь k — коэффициент фильтрации грунта, $q_0 = q/k$ — приведенный расход дрены, q — приток в дрену на единицу длины, ω — комплексный потенциал течения.

Координаты угловых точек этого прямоугольника на плоскости ω_0 будут

$$(1.2) \quad M_1(0, 0), \quad M_2(t, 0), \quad M_3(t, iq_0), \quad M_6(0, iq_0)$$

Точки M_4 , M_5 плоскости z перейдут в некоторые точки отрезка M_3M_6 плоскости ω_0 .

Введем в рассмотрение функцию Жуковского

$$(1.3) \quad \theta = z - i\omega_0, \quad z = x + iy$$

Область изменения этой функции (фиг. 2) представляет собой полуполосу шириной $2l_1$, координаты точек M_i ($i=1, 2, \dots, 6$) на плоскости θ следующие:

$$(1.4) \quad M_1(0, 0), \quad M_2(c_1, 0), \quad M_3(c_2, 0), \quad M_4(c_3, 0), \quad M_6(c_4, 0)$$

$$c_1 = l_1 - 1/2 b_0, \quad c_2 = l_0 + q_0 + 1/2 b_0, \quad c_3 = l_0 + l_1 + q_0, \quad c_4 = l_0 + q_0 - l_1$$

Точка M_5 переходит в бесконечно удаленную точку плоскости θ . Конформно отображим области ω_0 и θ на нижние полуплоскости ξ и ξ_1 при помощи функций [2]

$$(1.5) \quad \xi = \operatorname{sn}(U, m), \quad U = 2\omega_0 t^{-1} K - K$$

$$(1.6) \quad \xi_1 = \sin \theta_1, \quad \theta_1 = 1/2 \pi l_1^{-1} (\theta - q_0 - l_0)$$

где $\operatorname{sn}(U, m)$, K — соответственно эллиптический синус и полный эллиптический интеграл первого рода при модуле m . Координаты точек M_i на плоскостях ξ и ξ_1 соответственно

$$(1.7) \quad M_1(1/m, 0), \quad M_2(-1/m, 0), \quad M_3(-1, 0), \quad M_6(1, 0)$$

$$M_1(-a_1, 0), \quad M_2(-b_1, 0), \quad M_3(a_2, 0), \quad M_6(-1, 0)$$

$$a_1 = \sin \frac{\pi}{2l_1} (q_0 + l_0), \quad b_1 = \sin \frac{\pi}{2l_1} \left(q_0 + \frac{b_0}{2} \right), \quad a_2 = \sin \frac{\pi b_0}{4l_1}$$

Точки M_4 и M_5 переходят в некоторые точки действительной оси. Приведенный расход дрены равен

$$(1.8) \quad q_0 = 1/2 t K' / K$$

где K' — полный эллиптический интеграл первого рода при дополнительном модуле $m' = \sqrt{1-m^2}$.

Отобразив дробно-линейным преобразованием полуплоскость ξ на полуплоскость ξ_1 , получим характеристическую функцию течения в виде

$$(1.9) \quad z = l_0 + q_0 + i\omega_0 + \frac{2l_1}{\pi} \operatorname{arcsin} \left[-\frac{\alpha_1 \operatorname{sn}(U, m) + \alpha_2}{\alpha_3 \operatorname{sn}(U, m) + \alpha_4} \right]$$

$$(1.10) \quad \alpha_1 = 1 - \beta a_1, \quad \alpha_2 = 1 - \frac{\beta a_1}{m}, \quad \alpha_3 = 1 - \beta, \quad \alpha_4 = 1 - \frac{\beta}{m},$$

$$\beta = \frac{2(1-b_1)m}{(1+m)(a_1-b_1)}$$

Для определения модуля эллиптических интегралов m рассмотрим точку M_3 , для которой

$$\operatorname{sn}(U, m) = 1/m, \quad z = l_0 + b_0/2 + it, \quad \omega_0 = t + iq_0$$

Тогда из (1.9) получаем следующее трансцендентное уравнение для определения m :

$$(1.11) \quad a_2 = (2\beta a_1 - 1 - m)/(1 - 2\beta + m)$$

Определим ширину дренажа B_0 . Для этого заметим, что в точке E дренажа [1]

$$(1.12) \quad \varphi_0 = t, \quad \partial x / \partial \psi = 0$$

Учитывая это обстоятельство, из (1.9) получим два уравнения для определения x и ψ в точке E

$$(1.13) \quad x_E = q_0 + l_0 - \psi_0 - \frac{2l_1}{\pi} \operatorname{arc} \sin \left[-\frac{\alpha_1 \operatorname{sn}(U_1, m) + \alpha_2}{\alpha_3 \operatorname{sn}(U_1, m) + \alpha_4} \right]$$

$$(1.14) \quad \begin{aligned} & [(\alpha_3^2 - \alpha_1^2) (\operatorname{sn}(U_1, m))^2 + 2(\alpha_3 \alpha_4 - \alpha_1 \alpha_2) \operatorname{sn}(U_1, m) + \alpha_4^2 - \alpha_2^2]^{1/2} = \\ & = 4l (\pi t)^{-1} K(\alpha_2 \alpha_3 - \alpha_1 \alpha_4) \operatorname{cn}(U_1, m) \operatorname{dn}(U_1, m) \\ & U_1 = (2\psi_0/t + 1) K \end{aligned}$$

где $\operatorname{dn}(U, m)$ — дельта-функция Якоби.

Ширина дренажа определяется формулой

$$(1.15) \quad B_0 = 2(l_0 - x_E)$$

Приведенные уравнения полностью решают задачу. В частности, положение кривой депрессии $M_3 M_4$ определяется из уравнения

$$(1.16) \quad \operatorname{sn}(U_2, m) = -\frac{1}{m} \frac{\alpha_1 + \alpha_3 \sin[\pi(x - l_0)/2l_1]}{\alpha_2 + \alpha_4 \sin[\pi(x - l_0)/2l_1]}$$

Из этой формулы при $x = l_0 + l_1$ получается ордината точки M_4 .

Из (1.16) следует, что депрессионная кривая представляет собой строго монотонно убывающую функцию.

2. Рассмотрим горизонтальную дренажную щель в водоносном пласте ограниченной мощности. Снизу водоносный пласт подстилается наклонным водоупором (пунктирная линия на фиг. 1), наклон последнего заранее неизвестен. На линии водоупора $M_5' M_5''$, являющейся линией тока, зададим значение потенциала течения в виде

$$(2.1) \quad \varphi_0 = y - A$$

Последнее условие означает постоянство давления на линии водоупора, который имеет уклон в сторону течения. Область приведенного комплексного потенциала фильтрации ω_0 аналогично п. 1 будет представлять собой прямоугольник. Точки M_4 , M_5' , M_5'' будут лежать на стороне $M_3 M_6$, так как для них $\psi_0 = q_0$, $0 < \varphi_0 < t$. Область функции Жуковского $\theta = z - i\omega_0$ с учетом (2.1) будет представлять собой также прямоугольник со сторонами $2l_1$ и A (фиг. 2, пунктирная линия). Точки M_5' и M_5'' имеют координаты

$$(2.2) \quad M_5' (l_0 + l_1 + q_0, iA), \quad M_5'' (l_0 + q_0 - l_1, iA)$$

Остальные точки области θ имеют координаты (1.4). Конформно отобразим область ω_0 и θ на полуплоскости ζ и ζ_1 при помощи функций

$$(2.3) \quad \zeta = \operatorname{sn}(\Delta, m), \quad \Delta = 2\omega_0 t^{-1} K_+ - K_-$$

$$(2.4) \quad \zeta_1 = \operatorname{sn}(w, \lambda), \quad w = (\theta - l_0 - q_0) K_- / l_1$$

где K_+ , K_- — полные эллиптические интегралы первого рода при модулях m и λ соответственно.

Отображая дробно-линейным преобразованием область ζ_1 на область ζ , получим уравнение характеристической функции течения в неявном виде

$$(2.5) \quad \operatorname{sn}(w, \lambda) = -(\alpha_1 \operatorname{sn}(\Delta, m) + \alpha_2) / (\alpha_3 \operatorname{sn}(\Delta, m) + \alpha_4)$$

где α_i определяются по формулам (1.10), в которых

$$(2.6) \quad \alpha_1 = \operatorname{sn}(w_1, \lambda), \quad w_1 = (l_0 + q_0) \frac{K_-}{l_1}; \quad \alpha_2 = \operatorname{sn}(w_2, \lambda), \quad w_2 = (b_0 + 2q_0) \frac{K_-}{2l_1}$$

Выишем формулы для определения приведенного расхода и постоянной A из (2.1), которая характеризует давление на водоупоре

$$(2.7) \quad q_0 = \frac{t}{2} \frac{K_+}{K_-}, \quad A = l_1 \frac{K_-'}{K_-}$$

Используя координаты точек $M_3(l_0 + q_0 + 1/2 b_0, 0)$ и $M_5'(l_0 + l_1 + q_0, iA)$ на основании (2.3)–(2.5), получим два уравнения для определения модулей эллиптических интегралов и функций m и λ

$$(2.8) \quad a_2 = \frac{2\beta a_1 - 1 - m}{1 - 2\beta + m}, \quad a_2 = \operatorname{sn} \left(\frac{b_0 K_-'}{2l_1}, \lambda \right)$$

$$\operatorname{sn}(\Delta_1, m) = \frac{(1 - \beta/m)1/\lambda + \beta a_1/m - 1}{m((\beta - 1)/\lambda + 1 - \beta a_1)}, \quad \Delta_1 = \left[\frac{2(T - l_1) K_-'}{t K_-} - 1 \right] K_+$$

Ширина дренажа определяется по формуле (1.15) с соответствующим значением x_E , которое здесь не приводим.

Положение кривой депрессии $M_3 M_4$ определяется по формуле

$$(2.9) \quad \operatorname{sn}(\Delta_2, m) = - \frac{1}{m} \frac{\alpha_1 + \alpha_3 \operatorname{sn}[(x - l_0) K_- l_1^{-1}, \lambda]}{\alpha_2 + \alpha_4 \operatorname{sn}[(x - l_0) K_- l_1^{-1}, \lambda]}$$

$$\Delta_2 = (1 - y/t) 2K_+$$

Заметим, что если $\lambda \rightarrow 0$, то $K_-^{-1} K_-' \rightarrow \infty$, $K \approx \pi/2$, $A \rightarrow \infty$ и задача сводится к рассмотренному в п. 1 случаю водоносного пласта неограниченной мощности, при этом все формулы этого пункта переходят в соответствующие формулы п. 1.

Случай $\lambda \rightarrow 1$ соответствует водоносному пласту малой мощности. При этом, как следует из (2.9), характер поведения депрессионной кривой $M_3 M_4$ меняется — из монотонно убывающей она превращается в невозрастающую (пунктирная линия на фиг. 1), точка минимума ее сдвигается к дрене.

Поступила 6 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Полубаринова-Кочина П. Я.* Теория движения грунтовых вод. М., Гостехиздат, 1952.
2. *Лаврик В. И., Савенков В. Н.* Справочник по конформным отображениям. Киев, «Наукова думка», 1970.
3. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функции комплексного переменного. М., «Наука», 1965.

УДК 533.0.011

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ И АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТЕЛА СО СТРУЕЙ, НАПРАВЛЕННОЙ ПРОТИВ СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА

В. А. СУХНЕВ

(Москва)

Распределение давления по головной части тела со струей, направленной против сверхзвукового потока, будет существенно отличаться от распределения давления по головной части того же тела без струи [1]. При достаточно большом расходе газа через струю вся головная часть тела может быть экранирована от воздействия набегающего потока.

Изменение давления по головной части тела со струей приводит также к изменению величины аэродинамического сопротивления. Работа посвящена экспериментальному изучению указанных эффектов при обтекании затупленного тела со струей сверхзвуковым потоком разреженного газа.

Поток разреженного газа создавался при помощи звуковой недорасширенной струи, истекающей в барокамеру аэродинамической трубы низкой плотности [2]. Рабочим газом являлся воздух при $T_0 = 295^\circ \text{К}$. Параметры набегающего потока разреженного газа изменялись в пределах $4.5 < M < 9.0$ и $10^2 < R < 10^3$. (Здесь число Рейнольдса рассчитано по диаметру модели.) Для изучения зависимости давления на головной части тела со струей от параметров набегающего потока и параметров внутренней струи было использовано две модели. Обе модели представляли собой цилиндр диаметром 10 мм и длиной 30 мм. В центре переднего плоского торца цилиндра имелось звуковое сопло диаметром 0.66 мм для первой модели и 0.38 мм для второй. На расстоянии 2.95 и 3.4 мм от центра торца имелись отверстия для измерения давления.