УДК 532.528

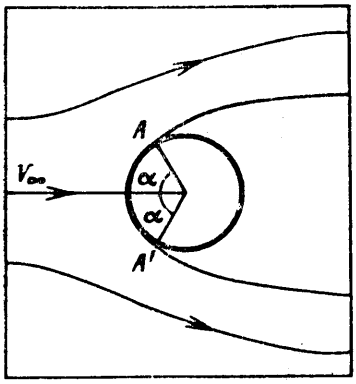
О ВЛИЯНИИ КАПИЛЛЯРНЫХ СИЛ НА КАВИТАЦИОННОЕ ОБТЕКАНИЕ ГЛАДКОГО КОНТУРА

О. М. КИСЕЛЕВ

(*Казань*)

В статье обсуждаются некоторые особенности решения задачи о кавитационном обтекании гладкого контура, возникающие при учете сил поверхностного натяжения.

Рассмотрим сначала задачу о симметричном струйном обтекании дуги круга плоским стационарным потоком идеальной жидкости при отсутствии сил тяжести и капиллярности (фиг. 1). Известно [1, 2], что для каждого заданного угла отрыва $\alpha<\pi$ решение этой задачи существует и единственно. Имеется также значение $\alpha=\alpha_0$, для которого кривизна свободной поверхности в точке отрыва $\varkappa_A$ равна кривизне обтекаемой дуги. При $\alpha\neq\alpha_0$ $\varkappa_A=\pm\infty$; при $\alpha<\alpha_0$ кривизны обтекаемой дуги и свободной поверхности в точке схода имеют одинаковый знак, при $\alpha>\alpha_0$ – противоположный. Если число кавитации σ отлично от нуля, то $\alpha_0=\alpha_0(\sigma)$ для выбранной схемы обтекания.



Фиг. 1

Утверждения, аналогичные приведенным выше, справедливы для достаточно широкого класса симметричных гладких выпуклых контуров. Из условия конечности кривизны свободной поверхности в точке отрыва (условия Бриллуэна – Вилля) принято определять положение точки отрыва в задаче о кавитационном обтекании гладкого контура. При этом используются те соображения, что при $|\varkappa_A|<\infty$ свободная поверхность не пересекает контура и давление на свободной поверхности достигает минимального значения.

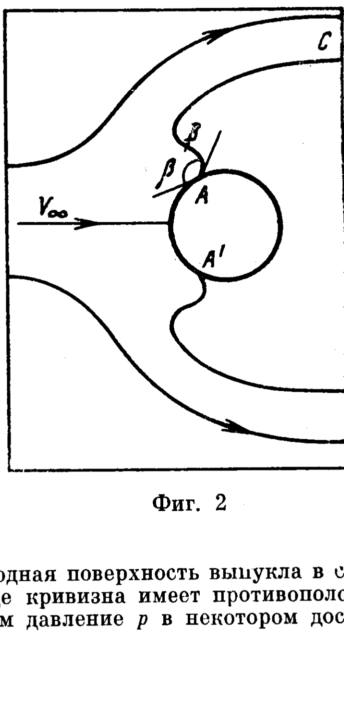
Рассмотрим теперь задачу о кавитационном обтекании гладкого контура при учете сил поверхностного натяжения. Граничное условие $p=p_k$ на свободной поверхности должно быть при этом заменено условием

$$p_k-p=T\varkappa \tag{1}$$

Здесь p – давление в жидкости, p_k – давление в каверне, T – коэффициент поверхностного натяжения, $\varkappa$ – кривизна свободной поверхности, причем $\varkappa>0$, если свободная поверхность выпукла в сторону жидкости.

Пусть ρ – плотность жидкости, V_∞ – скорость набегающего потока, a – характерный размер обтекаемого тела. Учет сил поверхностного натяжения вносит в условия задачи два дополнительных параметра – число Вебера $\mathrm{We}=T/\rho V_\infty^2 a$ и краевой угол β.

В точке отрыва свободной поверхности A (фиг. 2) угол наклона скорости имеет скачок на величину $\pi-\beta$ $(0\leqslant\beta\leqslant\pi)$. Величина краевого угла β не зависит от скорости движения и определяется физическими свойствами жидкости, обтекаемого тела и паров, заполняющих каверну. При фиксированной форме обтекаемого тела характер течения должен зависеть (через краевой угол) от материала, составляющего тело [3].



Фиг. 2

При $0\leqslant\beta<\pi$ скорость жидкости в точке отрыва A обращается в нуль (случай $\beta=\pi$ является особым и требует дополнительного обсуждения). Пусть p_0 – давление торможения. Из условия (1) находится кривизна свободной поверхности в точке A

$$\varkappa_A=-(p_0-p_k)/T \tag{2}$$

Из (2) следует, что в окрестности точки A свободная поверхность выпукла в сторону каверны, поскольку $p_0>p_k$. На участке BC, где кривизна имеет противоположный знак, давление внутри каверны p_k больше, чем давление p в некотором достаточно тонком слое жидкости, примыкающем к BC.

Таким образом, характер свободной поверхности не зависит от положения точки отрыва и, вообще говоря, значительно отличается от того, который имеет место в решении задачи без учета капиллярных сил. Интересно, что силы вязкости и тяжести не меняют описанного характера свободной поверхности. При малых числах We условие $p=p_k$ будет приближенно выполняться почти всюду на свободной поверхности, однако и в этом случае нельзя воспользоваться условием Бриллуэна — Вилля для определения точек схода струй. Вопрос о том, каким именно условием следует для этого пользоваться, остается пока открытым.

Поступила 21 IV 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Биркгоф Г., Сарантонелло Э.* Струи, следы и каверны. М., «Мир», 1964.
2. *Гуревич М. И.* Теория струй идеальной жидкости. М., Физматгиз, 1961.
3. *Эпштейн Л. А.* Методы теории размерностей и подобия в задачах гидромеханики судов. Л., «Судостроение», 1970.

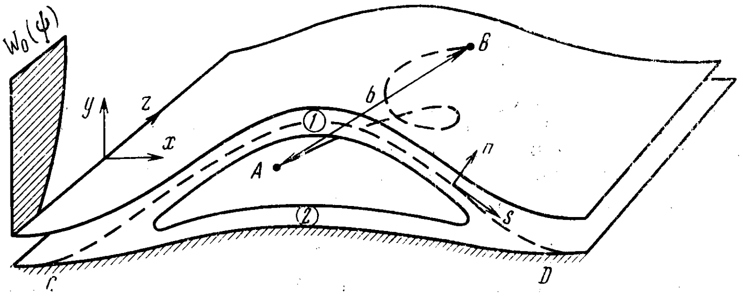
УДК 532.51–3

К ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ В СТАЦИОНАРНЫХ СРЫВНЫХ ЗОНАХ

А. В. ЗУБЦОВ

(*Москва*)

Основной результат в определении асимптотического состояния потока в замкнутой зоне отрыва при $\mathrm{Re}\to\infty$ принадлежит Прандтлю [1] и Бэтчелору [2]. Они показали, что при $\mathrm{Re}\gg 1$ плоское течение несжимаемой жидкости в рециркуляционной зоне и вне ее описывается невязкими уравнениями движения и только лишь вблизи твердых границ и в зоне смешения необходимо учитывать вязкость. Ими было показано, что в пределе $\mathrm{Re}\to\infty$ зона смешения вырождается в линию контактного разрыва, а течение в рециркуляционной зоне является вихревым, причем завихренность ω есть величина постоянная. Получена формула для определения завихренности в невязкой области возвратного течения [3]. Здесь приводится развитие результатов, полученных в работах [1–3], на один случай пространственного течения несжимаемой жидкости.



Пусть x, y, z — ортогональная система координат, u, v, w — скорости, направленные соответственно по осям x, y, z. Исследуем течение, все характеристики которого не зависят от координаты z. В этом случае уравнения Навье — Стокса разделяются и течение жидкости в плоскости xy не зависит от ее движения по направлению оси z. Пусть в рассматриваемом течении образуется замкнутая в плоскости xy область возвратных течений. Будем полагать, что в плоскости xy продольный и поперечный размеры рециркуляционной области являются величинами порядка l_0, а сама рециркуляционная зона ограничена частью обтекаемой поверхности и зоной смешения (фигура).

За число Рейнольдса примем величину $V_0 l_0 \nu_0^{-1}$, где V_0 — скорость в плоскости xy, характерная для области рециркуляционного течения, ν_0 — кинематический коэффициент вязкости. Так как течение в плоскости xy описывается уравнениями