УДК 532.517.4

ОЦЕНКА ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЧАСТИ СПЕКТРА ТУРБУЛЕНТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРА

А. С. ГУРВИЧ, Н. С. ТИМЕ

(*Москва*)

Целью настоящей работы является определение микроструктуры температурного поля в турбулентной среде по флуктуациям излучения, прошедшего через эту среду. Впервые на эту возможность указал А. М. Обухов [1]. Грубые оценки внутреннего масштаба и константы в температурном спектре получены в [2] по измерениям дисперсии флуктуаций логарифма интенсивности. Различные оптические методы получения сведений о спектре температуры в атмосфере подробно рассмотрены в [3, 4]. В [4] показано, что наиболее чувствительным методом является измерение корреляционных функций угла прихода волны, представляющее собой технически сложный эксперимент. В качестве более простых измерений в [4] предлагаются измерения корреляционных функций флуктуаций интенсивности, которые были проведены в [5]. Однако, как следует из [5], этот метод имеет слабую чувствительность к форме спектра турбулентности в области малых масштабов.

В данной работе для исследования турбулентности измерялись частотные спектры флуктуаций логарифма интенсивности и его производной. Этот метод, предложенный в [3] и являющийся оптимальным по чувствительности и простоте, предполагает изотропность мелкомасштабных флуктуаций температуры, которая экспериментально проверена в [6], и выполнение «гипотезы замороженности» Тейлора.

Согласно [7] частотный спектр $W_\chi(f)$ логарифма интенсивности в плоской волне при условии выполнения гипотезы замороженности связан с трехмерным спектром показателя преломления $\Phi_n(\varkappa)$ интегральным уравнением Абеля

$$W_\chi(f)=\frac{8\pi^2k^2}{V_\perp}\int\limits_{2\pi f V_\perp^{-1}}^{\infty}\left(1-\frac{k}{\varkappa^2L}\sin\frac{\varkappa^2L}{k}\right)\left(\varkappa^2-\frac{4\pi^2f^2}{V_\perp{}^2}\right)^{-1/2}\Phi_n(\varkappa)\varkappa\,d\varkappa \tag{1}$$

$$(\langle\chi^2\rangle<1)$$

где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число, $V_\perp$ – составляющая скорости ветра, нормальная к направлению распространения волны; $\langle\chi^2\rangle$ – дисперсия флуктуаций логарифма интенсивности.

Уравнение Абеля имеет формулу обращения. Однако решение неустойчиво к ошибкам экспериментально определяемой функции $W_\chi(f)$ (в формулу обращения входит оператор дифференцирования экспериментальных данных). Следовательно, для нахождения решения уравнения Абеля нужно пользоваться методами регуляризации, но в данной работе ограничимся более простой задачей сравнения экспериментальных данных с рассчитанными спектрами для предлагаемых моделей $\Phi_n(\varkappa)$.

Из теории Колмогорова – Обухова следует, что трехмерный спектр турбулентности имеет вид

$$\Phi_n(\varkappa)=A\langle\varepsilon_n\rangle\langle\varepsilon\rangle^{-1/3}\varkappa^{-11/3}\Phi_1(\varkappa\eta_k) \tag{2}$$

$$\left(\eta_k=\langle\varepsilon\rangle^{-1/4}\alpha^{3/4},\ \langle\varepsilon_n\rangle=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\langle n^2\rangle}{2}\right)\right)$$

где $\langle\varepsilon\rangle$ – средняя скорость диссипации энергии, α – коэффициент температуропроводности, $\langle\varepsilon_n\rangle$ с хорошим приближением может быть выражена через

$$\langle\varepsilon_T\rangle=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\langle T^2\rangle}{2}\right),\quad \langle\varepsilon_n\rangle=\left\langle\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)^2\right\rangle\langle\varepsilon_T\rangle$$

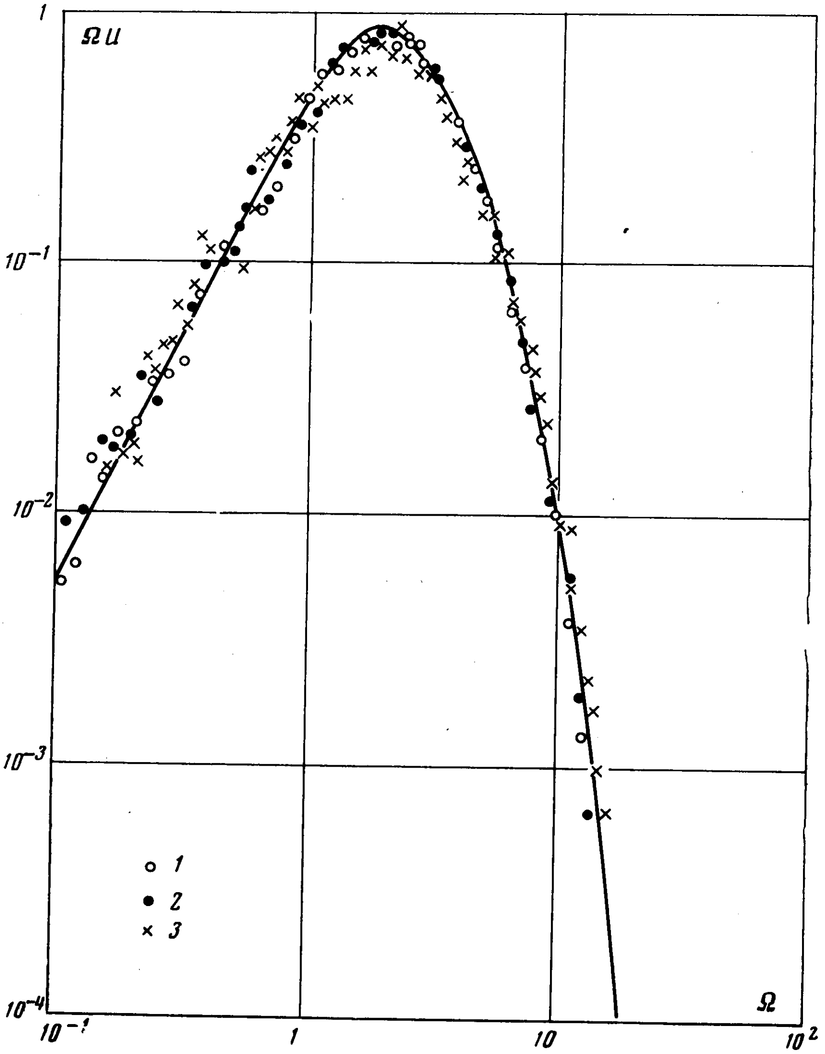
На функцию $\Phi_1(\varkappa\eta_k)$ накладывается условие, чтобы она мало отличалась от единицы в области $\varkappa\eta_k<1$ и быстро убывала при $\varkappa\eta_k>1$. Для спектра (2) безразмерная величина $U=fW_\chi(f)/\langle\chi^2\rangle$, которая может быть вычислена из результатов измерений, будет функцией безразмерной частоты $\Omega=f\sqrt{2\pi\lambda L}/V_\perp$ и волнового параметра $\lambda L/2\pi\eta_k^2$.

Таким образом, различные модели $\Phi_1(\varkappa\eta_k)$ дадут теоретические спектры $U(\Omega,\ \lambda L/2\pi\eta_k)$, которые можно сравнить с экспериментальными и установить приемлемость той или иной гипотезы, на основе которой получено $\Phi_1(\varkappa\eta_k)$.

Эксперимент проводился на трассе длиной 50 *м*. В качестве источника использовался He – Ne оптический квантовый генератор (ОКГ) с длиной волны $\lambda=0.63$ *мк*, На выходе ОКГ была установлена телескопическая система, формирующая пучок с распределением, близким к гауссовскому

$$I = I_0 \exp(-\rho^2/\rho_0^2)$$

с $\rho_0 \approx 5$ *см*. Луч проходил на высоте 1 *м* над ровной подстилающей поверхностью. Приемное отверстие 0.3 *мм*, чтобы по возможности уменьшить пространственное осреднение по апертуре. Приемником служил фотоумножитель с логарифмическим усилителем, флуктуации напряжения на выходе которого регистрировались либо непосредственно, либо после дифференцирования посредством *RC* цепочки.



Регистрация осуществлялась с помощью аналогоцифрового преобразователя и цифрового магнитофона. Это позволило существенно увеличить длительность реализации и вместе с увеличением ширины пучка привело к расширению диапазона частот определяемой спектральной плотности регистрируемого процесса по сравнению с [7]. Спектры вычислялись на ЭВМ «Минск-22» методом быстрого преобразования Фурье [8]. Полученные спектры осреднялись по прямоугольному окну, ширина которого оставалась постоянной в логарифмическом масштабе.

Ограничением для продвижения в область высоких частот является дробовой шум фотоумножителя. Из-за этого шума надежные определения спектральной плотности в наших измерениях возможны до частот порядка 3.5 *кгц*. На фигуре приведены три экспериментальных нормированных спектра производной логарифма интенсивности (*1*, *2*, *3*)

$$\Omega U(\Omega)=W_\chi^{\cdot}/\sqrt{2\pi\lambda L}V_\perp\langle\chi^2\rangle$$

с вычтенным шумом. На фигуре на экспериментальные спектры нанесена теоретическая кривая для модели спектра с функцией

$$\Phi_1(\varkappa\eta_k)=\begin{cases}1, & \varkappa\gamma\eta_k\leqslant 1\\ \exp[-8\sigma^{-2}\ln^2(\varkappa\gamma\eta_k)], & \varkappa\gamma\eta_k>1\end{cases}\tag{3}$$

где σ^2 – дисперсия флуктуаций логарифма скорости диссипации кинетической энергии ε, γ – численный коэффициент.

Эта формула основана на асимптотической формуле, выведенной Келлером и Ягломом в предположении нормального распределения для флуктуаций $\ln\varepsilon$ [10]. Сравнение экспериментальных и расчетных данных позволяет оценить средний квадрат логарифма скорости диссипации энергии σ. Наилучшее совпадение получается при $\sigma\approx 2$, что хорошо согласуется с измерениями σ, выполненными А. С. Гурвичем [11]. Полученные измерения позволяют оценить также величину $\gamma\eta_k=0.7$ *мм* рассматриваемой модели. К сожалению, одновременно не проводились измерения для независимого определения внутреннего масштаба турбулентности. Однако на основе многолетних наблюдений в Цимлянске можно заключить, что η_k не выходит за пределы 0.5–0.9 *мм* для условий, близких к тем, в которых проводились измерения. Используя эти значения, получаем $\gamma=0.8\div1.4$. Постоянная a^2, входящая в «закон $^2/_3$» Колмогорова – Обухова, связана с γ и σ соотношением

$$\gamma^{4/3}a^{-2}=P(\sigma)=0.132\pi\left[\frac{3}{4}+\frac{\sigma}{4}\exp\left(\frac{\sigma^2}{18}\right)\int\limits_{-\sigma/3}^{\infty}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)dt\right]\tag{4}$$

полученным из условия, что структурная функция показателя преломления $D_n(r)$, соответствующая спектру (2) с затуханием (3) при $r\ll\eta_k$, должна иметь вид

$$D_n(r)=\frac{1}{3}\frac{\langle\varepsilon_n\rangle}{\alpha}r^2$$

Из условия (4), и учитывая, что $P(2)=0.8$, приходим к оценке $a^2\approx0.9\div2$, согласующейся с величинами, которые приведены в [12].

Сравнение с другими моделями, и в частности с гауссовским затуханием

$$\Phi_1(\varkappa\eta_k)=\exp\,[-(\gamma\varkappa\eta_k)^2]$$

проводившееся также ранее в работе [7], и с

$$\Phi_1(\varkappa\eta)=\exp\,(-\gamma\varkappa\eta_k)$$

предлагаемой в [13], показало, что они несколько хуже согласуются с полученными экспериментальными данными. Однако поскольку все предлагаемые формулы являются асимптотическими, для выяснения действительной формы спектра в вязком интервале необходимо в дальнейшем расширить диапазон измерений в область более высоких частот.

Поступила 20 III 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Обухов А. М.* О влиянии слабых неоднородностей атмосферы на распространение звука и света. Изв. АН СССР, Сер. геофиз., 1953, № 2.
2. *Гурвич А. С., Мелешкин Б. Н.* Об определении внутреннего масштаба турбулентности по флуктуациям интенсивности света. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана II, 1966, № 7.
3. *Гурвич А. С.* Определение характеристик турбулентности из экспериментов по распространению света. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана IV, 1968, № 2.
4. *Strohbehn J. W.* The feasibility of laser experiments for measuring the permittivity spectrum of the turbulent atmosphere. J. Geophys. Res., 1970, vol. 75, No. 6.
5. *Gray D. A., Waterman A. T.* Measurement of finescale atmosperic structure using an optical propagation technique. J. Geophys. Res., 1970, vol. 75, No. 6.
6. *Гурвич А. С., Пахомов В. В., Черемухин А. М.* Об изотропности флуктуаций показателя преломления в приземном слое атмосферы для малых масштабов турбулентности. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана VII, 1971, № 1.

7. *Татарский В. И.* Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., «Наука», 1967.
8. *Тиме Н. С.* Оценка спектра турбулентности в интервале диссипации по измерениям флуктуаций лазерного излучения. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана VIII, 1972, № 1.
9. *Холмянский М. З.* Численное определение спектральной плотности случайного процесса с широким спектром. Электронно-вычислительная механика и программирование, вып. 4, М., «Статистика», 1971.
10. *Келлер Б. С., Яглом А. М.* О влиянии флуктуаций диссипации энергии на форму спектра турбулентности в крайней коротковолновой области. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 3.
11. *Гурвич А. С.* О распределении вероятностей квадрата разности температур в двух точках турбулентного потока. Докл. АН СССР, 1967, т. 172, № 3.
12. *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика, ч. 2, М., «Наука», 1967.
13. *Кузьмин Г. А.* Спектр турбулентности в области больших волновых чисел. ПМТФ, 1971, № 4.

УДК 532.526

ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Л. Г. ШИШКИНА

(*Ленинград*)

Приводятся результаты численного решения двухпараметрического универсального уравнения ламинарного пограничного слоя при наличии непрерывного отсоса и вдува.

Универсальное уравнение плоского ламинарного пограничного слоя на проницаемой поверхности [1, 2] в двухпараметрическом приближении имеет вид

$$\frac{\partial^3\Phi}{\partial\eta^3}+\frac{F+2f}{2B^2}\Phi\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2}+\frac{f}{B^2}\left[1-\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)^2\right]+\frac{\lambda}{B}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2}=\tag{1}$$

$$=\frac{Ff}{B^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial f\,\partial\eta}-\frac{\partial\Phi}{\partial f}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2}\right)+\frac{F\lambda}{2B^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\lambda\,\partial\eta}-\frac{\partial\Phi}{\partial\lambda}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2}\right)$$

$$\Phi=\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}=0 \quad \text{при} \quad \eta=0, \qquad \frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\to 1 \quad \text{при} \quad \eta\to\infty$$

$$\Phi=\Phi_0(\eta) \quad \text{при } f=\lambda=0$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\eta=\frac{By}{\delta^{**}},\qquad \Phi=\frac{B(\psi-\psi_0)}{U\delta^{**}},\qquad f=\frac{dU}{dx}z^{**},\qquad \lambda=v_0\sqrt{\frac{z^{**}}{\nu}}$$

$$z^{**}=\delta^{**2}/\nu,\qquad F=2[\zeta-(2+H)f-\lambda]$$

$$\zeta=B\left.\frac{\partial^2\Phi}{\partial\eta^2}\right|_{\eta=0},\qquad H=\frac{1}{B}\int_0^\infty\left(1-\frac{\partial\Phi}{\partial\eta}\right)d\eta$$

причем x, y – продольная и поперечная координаты; ψ – функция тока, значение которой ψ_0 на поверхности соответствует скорости вдува или отсоса $v_0(x)$; $U(x)$ – скорость на внешней границе слоя; ν – кинематический коэффициент вязкости; δ^{**} – толщина потери импульса, выбранная в качестве линейного масштаба координаты y; B – нормирующая константа, которая выбирается из условия совпадения уравнения (I) с известным уравнением Блазиуса при $f=\lambda=0$

$$\Phi_0'''+\Phi_0\Phi_0''=0,\qquad 2B=F_0=2\zeta_0.$$

Уравнение (1), как известно [2], представляет собой уравнение двухпараметрического семейства безразмерных профилей скорости, пригодных для использования