

УДК 533.6.011

## СИЛЬНЫЙ ВДУВ НА ПОВЕРХНОСТИ ТЕЛА, ОБТЕКАЕМОГО СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

В. А. ЛЕВИН

(Москва)

Рассмотрим задачу о сильном вдуве на поверхности тела, которое находится в сверхзвуковом потоке газа. Нетрудно показать, что в случае интенсивного вдува движение вдуваемого газа можно описывать уравнениями Эйлера, а влияние вязкости и эффектов переноса проявляется только вблизи окрестности линии контактного разрыва, разделяющей набегающий поток и вдуваемый газ. При этом оказывается, что в первом приближении давление поперек слоя постоянно и равно давлению на контактной поверхности.

В большинстве работ, в которых используется модель невязкого течения, рассматривается обтекание тел бесконечной длины [1-3]. Однако эти результаты в принципе нельзя применять для случая обтекания тел конечных размеров, так как в случае вдува несжимаемой жидкости или вдува с дозвуковой скоростью течение в целом зависит от условий, которые реализуются на задней кромке обтекаемого тела. Поэтому в ряде случаев конечность размера тела оказывает решающее влияние на развитие течения вдуваемого газа. Имеется несколько работ, в которых делаются попытки учесть это влияние. Так, в работах [4, 5] были рассмотрены задачи об обтекании пластины, клина и конуса гиперзвуковым потоком при вдуве несжимаемой жидкости и сжимаемого газа. Для решения уравнений применялся метод интегральных соотношений, с помощью которого и ряда предположений получалось обыкновенное дифференциальное уравнение для разделяющей линии тока, которое затем детально исследовалось. В работе [6] для случая нормального автомодельного и постоянного вдувов в рамках применимости линейной теории сверхзвуковых течений была рассмотрена задача об обтекании пластины, где в качестве краевого условия на кромке задавалось донное давление<sup>1</sup>.

Ниже рассматривается задача о гиперзвуковом обтекании пластины или клина конечных размеров (с учетом влияния кормовой части тела) при наличии произвольного вдува несжимаемой жидкости на поверхности в приближении, когда можно пренебречь поперечными градиентами давления. В отличие от предыдущих работ строится точное решение исходной системы уравнений и строго показывается, что влияние конечных размеров тела в этом случае является определяющим. Приводится также решение задачи о вдуве жидкости с уступа.

**1. Распределенный вдув жидкости на поверхность тела.** Рассмотрим движение вдуваемой идеальной несжимаемой жидкости в системе координат, связанной с поверхностью клина (фиг. 1). Под влиянием набегающего сверхзвукового потока возникает большой продольный перепад давления, в результате чего частицы жидкости резко ускоряются в продольном направлении. Поэтому характерные величины гидродинамических параметров в слое, например, при обтекании плоской пластины

$$p \sim \rho_{\infty} U_{\infty}^2 \varepsilon^2, \quad u \sim \varepsilon U_{\infty} \sqrt{\rho_{\infty} / \rho_0}, \quad v \sim \varepsilon^2 U_{\infty} \sqrt{\rho_{\infty} / \rho_0}, \quad y_s \sim \varepsilon L$$

Здесь  $\rho_{\infty}$ ,  $U_{\infty}$  — плотность и скорость набегающего потока,  $\varepsilon$  — относительная толщина слоя,  $L$  — характерный размер тела,  $\rho_0$  — плотность вдуваемой жидкости,  $y_s$  — уравнение разделяющей линии тока. Как правило, нормальная скорость вдува  $V_w$  много меньше скорости набегающего пото-

<sup>1</sup> После того как данная работа была выпущена в отчете Института механики МГУ и сдана в печать, появилась статья [7], в которой рассматривается обтекание плоской пластины гиперзвуковым потоком при наличии интенсивного вдува газа через ее поверхность.

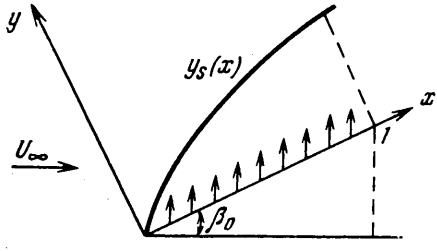
ка и поэтому слой вдуваемой жидкости будет тонким  $\varepsilon \ll 1$ . Слой тонкий во всяком случае, если будет выполнено условие  $\rho_0 V_w^2 / \rho_\infty U_\infty^2 \ll 1$ .

Используя это обстоятельство, введем новые переменные по формулам

$$(1.1) \quad u = U_* u', \quad v = \varepsilon U_* v', \quad p = p^0 + \rho_0 U_*^2 p', \quad x = L x', \quad y = \varepsilon L y'$$

где  $U_*$  — характерная продольная скорость в слое.

После подстановки этих выражений в уравнения движения получим



$$(1.2) \quad \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \varepsilon^2 \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

Фиг. 1

Здесь и ниже штрихи у иско-  
мых величин опущены.

В системе уравнений (1.2) вместо независимой переменной  $y$  введем функцию тока  $\psi$

$$(1.3) \quad \begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon^2 v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial p}{\partial \psi} = -\varepsilon^2 \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial y}{\partial \psi} &= \frac{1}{u}, \quad \frac{\partial x}{\partial \psi} = \frac{v}{u} \end{aligned}$$

Раскладывая искомые функции в ряд по степеням малого параметра  $\varepsilon$

$$(1.4) \quad \begin{aligned} u &= u_0 + \varepsilon^2 u_1 + \dots, \quad v = v_0 + \varepsilon^2 v_1 + \dots \\ p &= p_0 + \varepsilon^2 p_1 + \dots, \quad y = y_0 + \varepsilon^2 y_1 + \dots \end{aligned}$$

и подставляя эти ряды в систему уравнений (1.3), находим

$$(1.5) \quad u_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial p_0}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p_0}{\partial \psi} = 0, \quad \frac{\partial y_0}{\partial \psi} = \frac{1}{u_0}, \quad \frac{\partial y_0}{\partial x} = \frac{v_0}{u_0}$$

$$(1.6) \quad \begin{aligned} \frac{\partial u_0 u_1}{\partial \psi} + v_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial p_1}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial p_1}{\partial \psi} = -\frac{\partial v_0}{\partial x} \\ u_0 \frac{\partial y_1}{\partial \psi} + u_1 \frac{\partial y_0}{\partial \psi} &= 0, \quad u_0 \frac{\partial y_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial y_0}{\partial x} = v_1 \end{aligned}$$

Полученная система уравнений (1.5) для главных членов разложения хорошо известна и описывает движение идеальной жидкости в приближении «тонкого» слоя [3-6]. Все последующие члены разложения находятся путем простого интегрирования линейных систем уравнений. Так, интегрируя (1.6), находим общее решение в виде

$$(1.7) \quad \begin{aligned} p_1 &= \tilde{p}_1(x) - \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{\partial v_0}{\partial x} d\psi, \quad u_1 u_0 + \frac{1}{2} v_0^2 + p_1 = J_1(\psi) \\ y_1 &= \tilde{y}_1(x) - \int_{\psi_0}^{\psi} \frac{u_1}{u_0} \frac{\partial y_0}{\partial \psi} d\psi, \quad v_1 = u_0 \frac{\partial y_1}{\partial x} + u_1 \frac{\partial y_0}{\partial x} \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь основную систему уравнений (1.5). Из нее сразу следует, что давление на поверхности тела совпадает с давлением на контактной поверхности в этом сечении. Давление же на контактной поверхности определяется из решения задачи о внешнем обтекании контура и является в общем случае функционалом от неизвестной формы этой поверхности. В рассматриваемом случае давление на поверхности можно задавать в виде модифицированного закона Ньютона

$$(1.8) \quad p = p_\infty + \frac{p^* - p_\infty}{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_0} \operatorname{tg} \beta_0 + \frac{dy_s}{dx} \left[ 1 + \left( \frac{dy_s}{dx} \right)^2 \right]^{-1} = p(y_s')$$

Здесь  $p^*$  — давление торможения,  $\beta_0$  — половина угла раствора клина. Полагая в формулах (1.2) давление  $p^0 = p(0)$ , для величины  $p'$  получим

$$(1.9) \quad p' = \frac{p^* - p_\infty}{\rho_0 U_*^2} y_s' \frac{\sin 2\beta_0 + y_s' \cos 2\beta_0}{1 + y_s'^2} = p'(y_s')$$

Интегрируя систему уравнений (1.5), имеем

$$(1.10) \quad \frac{1}{2} u_0^2 + p_0(x) = \frac{1}{2} u_w^2(x_0) + p_0(x_0) = J(\psi)$$

$$(1.11) \quad y_0(x, x_0) = y_s(x) - \int_0^x \frac{v_w(x_0) dx_0}{\sqrt{u_w^2(x_0) + 2[p_0(x_0) - p_0(x)]}}$$

$$(1.12) \quad v_0 = u_0 \frac{\partial y_0}{\partial x}, \quad \psi = - \int_0^x v_w(x_0) dx_0$$

Здесь  $x_0$  — координата соответствующей линии тока, выходящей из поверхности тела;  $v_w(x_0)$ ,  $u_w(x_0)$  — законы распределения скорости при вдуве.

Для определения неизвестной формы контактной поверхности, используя граничное условие  $y_0(x, x_0)|_{x=x_0} = 0$ , получим интегральное уравнение

$$(1.13) \quad y_s(x) = \int_0^x \frac{v_w(\xi) d\xi}{\sqrt{u_w^2(\xi) + 2[p_0(y_s'(\xi)) - p_0(y_s'(x))]}}$$

Таким образом, чтобы найти форму разделяющей линии тока, нужно решить интегральное уравнение (1.13) с дополнительным условием на задней кромке тела при  $x=1$ .

Легко видеть, что если тело безгранично и вдув наклонный с постоянной скоростью  $v_w=1$ ,  $u_w=\alpha$ , то формой контактной поверхности будет прямая  $y_s(x) = x/\alpha$ , давление на теле постоянное и определяется из формулы (1.9).

Исследуем получившееся интегральное уравнение для случая равномерного вдува  $v_w=1$ ,  $u_w=\alpha$ . Используя формулу для давления на контактной поверхности (1.9), из (1.13) для величины  $\delta_s = \varepsilon y_s$  получим интегральное уравнение

$$(1.14) \quad \delta_s = \operatorname{tg} \theta_w \int_0^x \left\{ 1 + 2 \frac{p^* - p_\infty}{\rho_0 U_*^2} \left[ \delta_s'(\xi) \frac{\sin 2\beta_0 + \delta_s'(\xi) \cos 2\beta_0}{1 + \delta_s'^2(\xi)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \delta_s'(x) \frac{\sin 2\beta_0 + \delta_s'(x) \cos 2\beta_0}{1 + \delta_s'^2(x)} \right] \right\}^{-1/2} d\xi$$

Здесь  $\theta_w$  — угол, под которым вдувается жидкость к поверхности клина или пластинки.

Решение этого уравнения можно записать в виде

$$(1.15) \quad \delta_s = x \operatorname{tg} \theta_w + x^{1+n} \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{sh} x^{hn}$$

Подставив этот ряд в подынтегральное выражение, а затем разложив его, проинтегрируем. В результате получим

$$(1.16) \quad \delta_{s0} [1 - 1/4 n q \operatorname{tg}^2 \theta_w \sin 2\theta_w \sin 2(\beta_0 + \theta_w)] = 0, \\ (q = 2(p_* - p_\infty) / \rho_0 V_w^2)$$

Отсюда следует, что показатель степени  $n$  в разложении (1.15) определяется характерными параметрами вдува и динамическим напором набегающего потока

$$(1.17) \quad n = 4 [q \operatorname{tg}^2 \theta_w \sin 2\theta_w \sin 2(\beta_0 + \theta_w)]^{-1}$$

При этом оказывается, что величина  $\delta_{s0}$  может быть произвольной, а все остальные коэффициенты членов ряда (1.15) выражаются однозначно через нее. Так, выражение для следующего коэффициента

$$(1.18) \quad \delta_{s1} = -q \frac{n(n+1)^2}{2n+1} \frac{\operatorname{tg}^3 \theta_w}{(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_w)^2} \delta_{s0}^2 \left[ \cos 2\beta_0 - \operatorname{tg} \theta_w \sin 2\beta_0 - \right. \\ \left. - \frac{4(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_w)}{qn \operatorname{tg}^2 \theta_w} + \frac{6(1 + \operatorname{tg}^2 \theta_w)^2}{q(n+1) \operatorname{tg}^4 \theta_w} \right]$$

Произвольный параметр решения (1.15) определяется из условия на задней кромке тела, например, условием равенства давления на кромке давлению в донной области или каким-нибудь другим условием, вытекающим из рассмотрения задачи об обтекании задней кромки тела. Решение пригодно только для случаев, когда имеется составляющая часть скорости вдува, параллельная набегающему потоку, т. е. должно выполняться условие  $n > 0$  или

$$(1.19) \quad 0 < \theta_w < 1/2\pi - \beta_0$$

В случае нормального вдува  $\beta_0 + \theta_w = 1/2\pi$  решение будет другим. Рассмотрим обтекание пластинки.

Интегральное уравнение для разделяющей линии тока в этом случае

$$(1.20) \quad \delta_s(x) = \frac{1}{\sqrt{q}} \int_0^x \left[ \frac{\delta_s'^2(\xi)}{1 + \delta_s'^2(\xi)} - \frac{\delta_s'^2(x)}{1 + \delta_s'^2(x)} \right]^{-1/2} d\xi$$

Решение этого уравнения будет

$$(1.21) \quad \delta_s(x) = x^{1-n} \sum_{h=0}^{\infty} \delta_{sh} x^{2hn} \quad (0 < n < 1)$$

Подставляя это разложение в уравнение (1.20), для определения  $n$  получим уравнение

$$(1.22) \quad \sqrt{q} = (1-n) \int_0^1 \frac{d\eta}{\sqrt{1-\eta^{2n}}} = \frac{\sqrt{\pi}(1-n)\Gamma(1/2n)}{2n\Gamma[(1+n)/2n]}$$

Здесь  $\Gamma(x)$  — гамма-функция.

При этом оказывается, что  $\delta_{s0}$  может быть произвольной, а все остальные коэффициенты разложения  $\delta_{sh}$  однозначно выражаются через первый

коэффициент. Так, для следующего коэффициента получим

$$(1.23) \quad \delta_{s1} = I_1 \left[ 2(1-n)^2 \delta_{s0} I_0 \left( 1 - \frac{1+n}{1-n} \frac{I_1}{I_0} \right) \right]^{-1}$$

$$I_0 = \int_0^1 \frac{d\eta}{\sqrt{1-\eta^{2n}}}, \quad I_1 = \int_0^1 \frac{1+\eta^{2n}}{\sqrt{1-\eta^{2n}}} d\eta$$

Для больших значений параметра  $q$  уравнение (1.23) можно упростить и получить приближенную формулу

$$(1.24) \quad \sqrt{q} = \sqrt{\pi}(1-n) / \sqrt{2n}$$

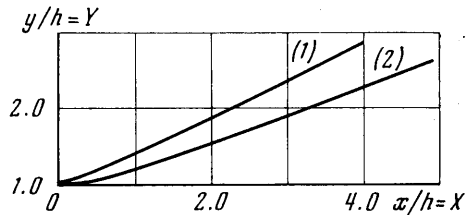
В общем случае зависимость значения величины  $n$  от параметра  $q$  приведена ниже

$n$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\sqrt{q}$	3.66	2.35	1.72	1.31	1.00	0.74	0.53	0.33	0.16	0

**2. Вдв жидкости с уступа на поверхности тела.** Аналогично можно рассмотреть задачу о вдуве газа или жидкости с уступа вдоль поверхности тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком газа (фиг. 2).

Ограничимся случаем вдува несжимаемой жидкости. Преобразуем уравнения движения, вводя безразмерные переменные по формулам

$$(2.1) \quad \begin{aligned} u &= U_* u', & v &= V_* v', \\ p &= p^0 + \rho_0 U_*^2 p', \\ y &= h y', & x &= U_* h x' / V_*, \\ \varepsilon &= V_* / U_* \end{aligned}$$



Фиг. 2

Здесь  $h$  — высота уступа,  $U_*$ ,  $V_*$  — характерные продольная и поперечная компоненты скорости вдува. Далее, переходя к независимым переменным  $x$  и  $\psi$ , где  $\psi$  — функция тока, и отбрасывая в системе уравнений члены порядка  $\varepsilon^2$ , получим систему уравнений (1.5). Интегрируя эту систему, находим

$$(2.2) \quad \frac{1}{2} u^2 + p = \frac{1}{2} u_w^2(y_0) + p_0 = J_0(\psi)$$

$$(2.3) \quad y(x, y_0) = y_s(x) - \int_{y_0}^1 \frac{u_w(y_0) dy_0}{\sqrt{u_w^2(y_0) + 2[p_0 - p(x)]}}$$

$$(2.4) \quad \psi = \int_0^{y_0} u_w(\xi) d\xi, \quad v = u \frac{\partial y}{\partial x}$$

Здесь  $y_0$  — координата соответствующей линии тока, выходящей из среза уступа,  $p_0$  — давление на срезе. Для определения неизвестной формы контактной поверхности используем граничное условие  $y(x, 0) = 0$ . С помощью этого условия получаем уравнение, которому удовлетворяет неизвестная форма контактной поверхности

$$(2.5) \quad y_s(x) = \int_0^1 \frac{u_w(\xi) d\xi}{\sqrt{u_w^2(\xi) + 2[p_0 - p(x)]}}$$

Так как давление постоянно поперек слоя, то оно определяется формой контактного разрыва  $p=p(y_s')$  и задается, например, в виде закона Ньютона (1.8) или формулы для давления из линейной теории сверхзвуковых течений

$$p = \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{\rho_0 U_*^2} \frac{y_s'(x)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} = q_0 \frac{y_s'(x)}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

Проинтегрируем уравнение (2.5) в общем виде для произвольной взаимно-однозначной зависимости давления от наклона контактной поверхности, т. е. для произвольной функции  $y_s' = \varphi(p)$ . После несложных преобразований общее решение уравнения (2.5) можно записать в виде

$$(2.6) \quad y_s(p) = \int_0^p \frac{u_w(\xi) d\xi}{\sqrt{u_w^2(\xi) + 2(p_0 - p)}}$$

$$x(p) = \int_{p_0}^p \frac{1}{\varphi(p)} \int_0^1 \frac{u_w(\xi) d\xi dp}{[u_w^2(\xi) + 2(p_0 - p)]^{3/2}}$$

После нахождения контактной поверхности легко получить из формул (2.2) — (2.4) распределение всех газодинамических параметров. Так, для поперечной скорости

$$(2.7) \quad v = u y_s'(x) \int_0^{y_0} \frac{u_w d\xi}{[u_w^2 + 2(p_0 - p)]^{3/2}} \left[ \int_0^1 \frac{u_w d\xi}{[u_w^2 + 2(p_0 - p)]^{3/2}} \right]^{-1}$$

В качестве примера рассмотрим вдув с постоянной скоростью  $u_w = 1$ . В этом случае форма контактного разрыва в параметрическом виде

$$(2.8) \quad y_s(p) = \frac{1}{\sqrt{1 + 2(p_0 - p)}}, \quad x(p) = \int_{p_0}^p \frac{dp}{\varphi(p) [1 + 2(p_0 - p)]^{3/2}}$$

Если применима линейная теория сверхзвуковых течений, то для продольной координаты при  $p_0 > 0$  окончательно получим выражение

$$(2.9) \quad x(p) = \frac{q_0}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{1}{1 + 2p_0} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + 2(p_0 - p)}} - 1 \right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{1 + 2p_0}} \ln \left[ \frac{\sqrt{1 + 2p_0} + 1}{\sqrt{1 + 2p_0} - 1} \frac{\sqrt{1 + 2p_0} - \sqrt{1 + 2(p_0 - p)}}{\sqrt{1 + 2p_0} + \sqrt{1 + 2(p_0 - p)}} \right] \right\}$$

Оказывается, что давление вниз по потоку и толщина слоя растут, жидкость тормозится, а форма контактной поверхности асимптотически стремится к прямой линии при удалении от среза вдува (фиг. 2, кривая 1)

$$(2.10) \quad x = \frac{q_0}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{1}{1 + 2p_0} \left[ 2(y - 1) + \frac{1}{\sqrt{1 + 2p_0}} \ln \frac{\sqrt{1 + 2p_0} + 1}{\sqrt{1 + 2p_0} - 1} \right]$$

$$(p_0 = 0.1, M_\infty = 3, q_0 = 3)$$

При  $p_0 < 0$  решение существует лишь на конечном интервале значений координаты  $x$ .

При гиперзвуковом обтекании тела давление задается в виде закона Ньютона (1.8) и решение для формы контактной поверхности в зависимости от величин  $q_0$  и  $p_0$  можно записать при  $q_0 > p_0 + 1/2$  в следующем виде:

$$(2.11) \quad x = \frac{\sqrt{1-s^2}}{s} \left\{ \sqrt{\frac{2q_0}{(1+2p_0)(2q_0-2p_0-1)}} \times \right. \\ \times \left[ F\left(\arccos \frac{1}{y\sqrt{1+2p_0}}, s\right) - F\left(\arccos \frac{1}{\sqrt{1+2p_0}}, s\right) - \right. \\ \left. - E\left(\arccos \frac{1}{y\sqrt{1+2p_0}}, s\right) + E\left(\arccos \frac{1}{\sqrt{1+2p_0}}, s\right) \right] + \\ + \frac{1}{y} \sqrt{\left(y^2 + \frac{1}{2q_0-2p_0-1}\right) \left(y^2 - \frac{1}{1+2p_0}\right)} - \\ \left. - \sqrt{\frac{4p_0(q_0-p_0)}{(1+2p_0)(2q_0-2p_0-1)}} \right\}, \quad s = \sqrt{\frac{1+2p_0}{2q_0}}$$

Здесь  $F(\varphi, k)$ ,  $E(\varphi, k)$  — эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно. При  $q_0 = p_0 + 1/2$

$$(2.12) \quad x = \frac{1}{\sqrt{2q_0}} \ln \frac{y\sqrt{2q_0} + \sqrt{2q_0y^2-1}}{\sqrt{2q_0} + \sqrt{2q_0-1}}$$

$$q_0 > p_0 > q_0 - 1/2, \quad \kappa = \arcsin \frac{\sqrt{(1+2p_0)y^2-1}}{y\sqrt{2q_0}}, \quad l = \sqrt{\frac{2q_0}{1+2p_0}}$$

$$(2.13) \quad x = \frac{\sqrt{s^2-1}}{s} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1+2p_0-2q_0}} \left[ F(\kappa, l) - \right. \right. \\ \left. - F\left(\arcsin \sqrt{\frac{p_0}{q_0}}, l\right) - E(\kappa, l) + E\left(\arcsin \sqrt{\frac{p_0}{q_0}}, l\right) \right] + \\ + \frac{1}{y} \sqrt{\left(y^2 - \frac{1}{1+2p_0}\right) \left(\frac{1}{1+2p_0-2q_0} - y^2\right)} - \\ \left. - \sqrt{\frac{4p_0(q_0-p_0)}{(1+2p_0)(1+2p_0-2q_0)}} \right\}$$

В окончательных формулах (2.9) — (2.13) продольная координата отнесена к высоте уступа.

В первом, наиболее интересном, случае контактный разрыв асимптотически стремится к прямолинейному (фиг. 2, кривая 2)

$$(2.14) \quad x = \frac{\sqrt{2q_0-2p_0-1}}{\sqrt{1+2p_0}} \left\{ y - \sqrt{\frac{4p_0(q_0-p_0)}{(1+2p_0)(2q_0-2p_0-1)}} + \right.$$

$$+ \sqrt{\frac{2q_0}{(1+2p_0)(2q_0-2p_0-1)}} \left[ E \left( \arccos \frac{1}{\sqrt{1+2p_0}}, s \right) - F \left( \arccos \frac{1}{\sqrt{1+2p_0}}, s \right) \right] \} \\ (p_0=0.1, M_\infty=3, q_0=3)$$

Давление вниз по потоку растет, а скорость падает.

Во втором случае торможение потока происходит более интенсивно, и поэтому форма разделяющей линии тока имеет экспоненциальный вид.

В последнем случае поток в продольном направлении вообще тормозится столь интенсивно, что его поперечная скорость обращается в бесконечность на конечном расстоянии от места вдува.

Интересно отметить, что при вдуве с отсутствием поперечной скорости  $p_0=0$  в ньютоновском приближении имеется два решения: тривиальное  $y=1$  и другое задаваемое формулами (2.11) — (2.13).

Как в линейной теории сверхзвуковых течений, так и в гиперзвуковом приближении интенсивность разворота потока увеличивается с ростом динамического напора вдуваемой жидкости. Однако предельный наклон контактного разрыва в обоих случаях разный и равен соответственно в гиперзвуковом и линейном приближениях

$$\sqrt{(1+2p_0)/(2q_0-2p_0-1)} \quad \text{и} \quad (1+2p_0)\sqrt{M_\infty^2-1}/2q_0$$

Распределение остальных параметров нетрудно получить из формул (2.3), (2.7).

Решив поставленные выше задачи, можно рассмотреть обтекание профиля сверхзвуковым потоком газа при наличии интенсивного распределенного вдува лишь на каком-то участке профиля, если вдув организован таким образом, что не появляются зоны отрыва потока вдуваемого газа.

Поступила 15 VI 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Aroesty J., Davis S. H. Inviscid cone flows with surface mass transfer. AIAA Journal, 1966, vol. 4, No. 10.
2. Emanuel G. Blowing from a porous cone or wedge when the contact surface is straight. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 3.
3. Aroesty J., Cole J. D. The blowhard problem inviscid flow with surface injection. Internat. J. Heat and Mass Transfer, 1968, vol. 11, No. 7.
4. Thomas P. D., Conti R. J., Kruger C. H. Flow over finite bodies with massive injection. AIAA Journal, 1968, vol. 6, No. 11.
5. Thomas P. D. Flow over a finite plate with massive injection. AIAA Journal, 1969, vol. 7, No. 4.
6. Мареева Н. С., Нейланд В. Я. Сильный вдув на теле конечной длины в сверхзвуковом потоке. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 5.
7. Нейланд В. Я. Вдувание газа в гиперзвуковой поток. Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 6.