

УДК 532.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ СНЕЖНОЙ ЛАВИНЫ ПО ПЛОСКОМУ СКЛОНУ

Н. С. БАХВАЛОВ, М. Э. ЭГЛИТ

(Москва)

В связи с развивающимся строительством в горных лавиноопасных районах становится актуальной проблема защиты от снежных лавин. При решении этой проблемы на практике могут использоваться различные методы, в связи с применением которых возникает большое число инженерных и механических задач. В частности, при проектировании защитных противолавинных сооружений нужны сведения о параметрах движущихся лавин — скоростях, высотах фронта, плотностях снега и т. д., т. е. расчеты движения лавин по склону, а также их взаимодействия с рассматриваемыми сооружениями. Важными с точки зрения практики сведениями являются также сведения о максимальной дальности выброса, т. е. о границе лавиноопасной зоны.

Настоящая работа посвящена аналитическому и численному исследованию одномерного движения лавины; получено асимптотическое решение задачи об одномерном движении лавины по плоскому однородному склону.

1. Движение лавины моделируется здесь, как и в работах [1, 2]. Считается, что перед лавиной лежит покоящийся снег (фиг. 1), причем известны его плотность, прочность и толщина слоя, который сдвигается при сходе лавины. В переднем фронте лавины этот снег разбивается на комки, которые вливаются в тело лавины и несутся вниз, хаотически перемешиваясь. Этот поток снега рассматривается как турбулентный поток жидкости с усложненными свойствами и приближенно описывается следующей системой уравнений:

$$(1.1) \quad \begin{aligned} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hv}{\partial s} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s} &= f - \frac{g}{2h} \frac{\partial h^2 \cos \psi}{\partial s} - k \frac{|v|v}{h} \end{aligned}$$

Здесь v — средняя по поперечному сечению лавины скорость вдоль склона, h — толщина слоя снега, отсчитываемая перпендикулярно склону от поверхности, по которой движется лавина, t — время, s — координата вдоль склона, g — ускорение силы тяжести, ψ — угол наклона склона к горизонту, k — коэффициент «гидравлического» трения, f связана с той частью сил, действующих на снег, которая не зависит от абсолютной величины скорости, т. е. с силой тяжести и, возможно, с трением. В работе [3], например, принимается

$$(1.2) \quad f = g(\sin \psi - \mu(\text{sign } v) \cos \psi)$$

где μ — коэффициент «кулоновского» трения.

Уравнения (1.1) написаны для широкого лотка или склона при условии, что эффектами, связанными с взаимодействием со стенками лотка или воздухом на боковых границах лавины, можно пренебречь.

Пусть w — скорость переднего фронта лавины, т. е. границы, отделяющей лавину от еще не пришедшего в движение снега, ρ и ρ_0 — плотности

снега соответственно в лавине и в ненарушенном снежном покрове, h_0 — толщина слоя снежного покрова, который сдвигается лавиной, σ^* — критическое напряжение, при котором происходит разрушение снежного покрова.

На переднем фронте лавины должны быть выполнены условия сохранения массы и количества движения

$$(1.3) \quad \begin{aligned} \rho h(w-v) &= \rho_0 h_0 w \\ \rho_0 h_0 w v &= \frac{1}{2} \rho g h^2 \cos \psi - \sigma^* h_0 \end{aligned}$$

Если на переднем фронте

$$\frac{1}{2} \rho g h^2 \cos \psi - \sigma^* h_0 \leq 0$$

то он не двигается, т. е. $w=0$, и $v=0$. В дальнейшем предполагается $\rho=\rho_0$.

На заднем фронте лавины (на линии отрыва) поставим граничные условия

$$(1.4) \quad v=0, \quad h=0$$

Далее, как и в [1, 2], принимается, что во всех точках склона $\alpha = \sigma^*/(\rho_0 g h_0 \cos \psi) > 0.5$; крайнее значение $\alpha=0.5$ соответствует полностью разрушенной структуре снежного покрова перед лавиной, когда снег впереди лавины ведет себя как жидкость.

2. Рассмотрим движение лавины по длинному плоскому ($\psi = \text{const}$) склону с однородным ($k, h_0, \rho_0, \mu, \sigma^* = \text{const}$) снежным покровом при $\text{tg } \psi > \mu$. В случае $\text{tg } \psi < \mu$ происходит торможение и лавина останавливается. Предположим, что скорость лавины в любой точке положительна и поэтому $f = g(\sin \psi - \mu \cos \psi) = \text{const}$.

Введем безразмерные переменные

$$\begin{aligned} T &= tf / \sqrt{gh_0 \cos \psi}, & S &= sf / (gh_0 \cos \psi), \\ H &= h/h_0 & V &= v/\sqrt{gh_0 \cos \psi}, \\ W &= w/\sqrt{gh_0 \cos \psi} \end{aligned}$$

Уравнения (1.1) и граничные условия на переднем фронте (1.3) примут вид

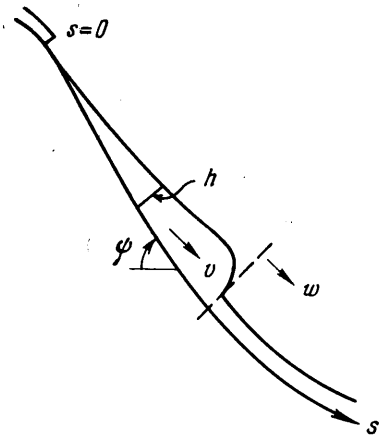
$$(2.1) \quad \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial HV}{\partial S} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial T} + V \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\partial H}{\partial S} = 1 - \beta \frac{V^2}{H}$$

$$(\beta = (kg \cos \psi) / f)$$

$$(2.2) \quad H(W-V) = W, \quad WV = 0.5H^2 - \alpha$$

В систему уравнений (2.1), (2.2) параметры, определяющие условия движения, входят только через две безразмерные комбинации α и β .

В соответствии с предположением $\text{tg } \psi > \mu$ рассматривается случай $\beta = k(\text{tg } \psi - \mu)^{-1} > 0$. Займемся построением асимптотического решения задачи (1.4) — (2.2) в предположении, что скорость переднего фронта стремится к некоторой постоянной предельной скорости W , а распределение характеристик в «головке» — зоне, примыкающей к переднему фронту, —



Фиг. 1

к некоторому стационарному распределению в системе координат, движущейся со скоростью W . Тогда скорость и толщина слоя снега в головке должны описываться одним из «стационарных» решений системы (2.1), (2.2) (см. п.4).

С другой стороны, в области, не прилегающей к переднему фронту, если только там решение гладкое, естественно выбросить из второго уравнения (2.1) все члены, содержащие производные по T и S , так как с увеличением временных и пространственных масштабов явления в гладком решении эти производные стремятся к нулю. При этом вся область движения разбивается на две зоны: сравнительно узкую (конечной ширины) зону I, примыкающую к переднему фронту лавины, в которой параметры меняются резко, и расширяющуюся со временем зону II, в которой система уравнений (2.1) заменится упрощенной системой

$$(2.3) \quad \frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial HV}{\partial S} = 0, \quad 1 - \beta \frac{V^2}{H} = 0$$

Заметим (см. п.4), что во всех стационарных решениях, которыми предполагается описывать движение в зоне I, при удалении от переднего фронта V и H быстро стремятся к соответствующим константам V_i , H_i , также удовлетворяющим системе (2.3).

По отношению к области II вся область I может рассматриваться как «ударная волна», а стационарные решения системы (2.1), (2.2) в области I — как решения, описывающие «структуру» этой ударной волны.

Такое разбиение области движения на две зоны позволяет построить аналитически асимптотическое решение задачи. Однако оказывается, что оно допустимо не при всех значениях характеристик снежного покрова и склона, т. е. не при всех значениях $\alpha > 0.5$, $\beta > 0$. Стандартным методом Фурье можно произвести исследование устойчивости решений системы (2.1) вида

$$H = \text{const}, \quad V = \text{const}$$

Оказывается, такие решения устойчивы для шероховатых и не очень крутых склонов, а именно при $\beta > 0.25$, и неустойчивы при $\beta < 0.25$, т. е. для гладких и крутых склонов.

Это означает, что при $\beta < 0.25$ асимптотическое решение системы не может иметь всюду равномерно малые производные, и поэтому вывод упрощенной системы (2.3) при $\beta < 0.25$ не является законным. В действительности в этом случае на теле лавины при движении даже по плоскому однородному склону образуются вторичные ударные волны; это явление аналогично образованию так называемых катящихся волн в сверхбурных потоках воды в каналах [4].

Неустойчивость при $\beta < 0.25$ формально получаемых таким образом плавных решений можно усмотреть также, опираясь на следующее утверждение работы [5]: для устойчивости асимптотического решения упрощенной системы (2.3) необходимо, чтобы область зависимости каждого значения решения упрощенной системы содержалась в соответствующей области зависимости решения исходной системы (2.1).

Рассмотрим склон с $\beta \geq 0.25$ и построим асимптотическое (при $T \rightarrow \infty$) решение рассматриваемой задачи, склеивая решение системы (2.3) с подходящим стационарным решением системы (2.1), (2.2).

При нахождении решения системы (2.3) будем принимать, что движение начинается в момент $T=0$ из точки $S=0$ (конечной длиной области начального возмущения пренебрегаем по сравнению с расширяющейся пропорционально T зоной движения). Граничные условия для системы

(2.3) запишем в виде

$$(2.4) \quad V(T, 0) = 0, \quad H(T, 0) = 0$$

$$(2.5) \quad V(T, W, T) = V_i, \quad H(T, WT) = H_i$$

Система (2.3) может быть сведена к одному уравнению

$$\partial V / \partial T + \frac{3}{2} V \partial V / \partial S = 0$$

Характеристики этого уравнения определяются соотношениями

$$\frac{dS}{dT} = \frac{3}{2} V, \quad \frac{dV}{dT} = 0, \quad V = \text{const}, \quad S = S_0 + \frac{3}{2} V(T - T_0)$$

где S_0, T_0 — координаты некоторой точки характеристики.

Используя начальные условия, получим, что в области, заполненной характеристиками, которые выходят из точки $S=0, T=0$, величины V и H задаются формулами

$$(2.6) \quad V = \frac{2}{3} S / T, \quad H = \frac{4}{9} \beta S^2 / T^2$$

Решение (2.6) удовлетворяет граничному условию (2.4) и условию на передней границе (2.5), если

$$(2.7) \quad W = 1.5 V_i$$

При

$$(2.8) \quad W > 1.5 V_i$$

область IIа ($1.5 V_i T \leq S < WT$) заполнена характеристиками $S = 1.5 V_i T + \text{const}$, выходящими с передней границы $S = WT$; на этих характеристиках $V = V_i, H = H_i$. Поскольку по предположению решение непрерывно в области II, то отсюда получаем, что при условии (2.8) искомое решение задачи (2.3) — (2.5) представляется формулами (2.6) в области IIб ($0 \leq S \leq 1.5 V_i T$) и формулами $V = V_i, H = H_i$ в области IIа.

Если $W < 1.5 V_i$, то не существует характеристик, входящих в область II со стороны ударной волны; тогда решение должно иметь вид (2.6) всюду в области II и, следовательно, $V(T, WT) = 2W/3 < V_i$; это противоречит предполагаемой непрерывности решения. Таким образом, задача (2.3) — (2.5) может иметь решение только в случае выполнения одного из условий (2.7), (2.8).

Условия (2.7), (2.8) позволяют для любых $\alpha > 0.5, \beta > 0.25$ отобрать единственным образом соответствующее стационарное решение (см. п. 4). Именно, оказывается, что при $D_2 = \alpha - 4.5(1 - \beta^{-1}) > 0$, т. е. если прочность снега достаточно велика, приемлемо только решение, в котором

$$(2.9) \quad W = \sqrt{6.75\beta^{-1}} = 1.5 V_i$$

Предельная форма лавины в этом случае показана на фиг. 2, а. Если же $D_2 \leq 0$ (прочность снежного покрова невелика), то условия (2.7), (2.8) выделяют решение, в котором скорость переднего фронта может быть найдена как корень системы уравнений относительно \tilde{W}, \tilde{H}

$$(2.10) \quad H(0.5H^2 - \alpha) = W^2(H - 1), \quad H^3 = \beta W^2(H - 1)^2$$

Для такого стационарного решения $W = \sqrt{6.75\beta^{-1}} > 1.5 V_i$, причем в головке $V = V_i, H = H_i$. Предельная форма лавины в этом случае показана на фиг. 2, б.

При $\beta=0.25$ и $\alpha>0.5$ условия (2.7), (2.8) отбирают решение с $W=1.5$ $V_i=\sqrt[3]{27}$.

Как отмечалось выше, при $\beta<0.25$ аналогичные построения не имеют смысла вследствие неустойчивости решений с малыми производными. Можно, однако, предложить формулу для вычисления предельной скорости переднего фронта W , а следовательно, и параметров лавины в области, непосредственно примыкающей к переднему фронту.

При $\beta<0.25$ все стационарные решения системы (2.1), кроме решения с

$$(2.11) \quad W=(1+\beta^{-0.5})^{1.5}$$

обладают следующими свойствами: они не могут иметь разрывов и, следовательно, головка лавины должна продолжаться до области значений $V\approx V_i, H\approx H_i$; в то же время в последней области вдоль характеристик с наклоном $\lambda_+=V_i+\sqrt[3]{H_i}>W$ малые локальные возмущения инварианта Римана I_+ удовлетворяют соотношению

$$\frac{d\delta I_+}{dt} \approx \frac{0.5-\sqrt[3]{\beta}}{\sqrt[3]{H}} \delta I_+$$

$$I_+=V+2\sqrt[3]{H}, \quad 0.5-\sqrt[3]{\beta}>0$$

Поэтому решения с головкой, не удовлетворяющей (2.11), неустойчивы. В случае (2.11) скорости распространения малых возмущений в хвостовой части, где $V\approx V_i, H\approx H_i$, меньше скорости переднего фронта, и поэтому такие возмущения не могут разрушить головку лавины. Заметим, что в этом случае стационарная головка лавины может содержать ударные волны (см. фиг. 2, ϵ, ζ).

Рассмотрим еще движение лавины при условии $h_0(s)=0$, например движение по бесснежному склону; будем пользоваться непосредственно системой (1.1) с условиями (1.3), (1.4). Из условий на переднем фронте (1.3) видно, что при $h_0=0$ во всех стационарных решениях $v=w$, и, следовательно, асимптотическое решение описанным выше способом построить невозможно (условия (2.7) или (2.8) не удовлетворяются). Если предположить, что в этом случае не существует стационарной скорости переднего фронта, но с течением времени производные по t и s стремятся к нулю, то решение можно записать в виде

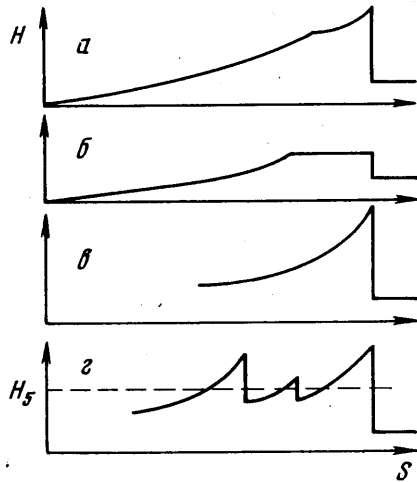
$$v=\frac{2}{3} \frac{s}{t}, \quad h=\frac{4}{9} \frac{k}{f} \frac{s^2}{t^2}$$

всюду в области $0\leq s\leq s_0(t)$; функция $s_0(t)$, определяющая положение переднего фронта лавины, может быть найдена из условия сохранения массы

$$\frac{4}{27} \frac{k}{f} \frac{s_0^3}{t^2} = \frac{M}{\rho}$$

где M — масса движущегося снега. Таким образом, предлагаемая асимптотическая формула для скорости переднего фронта в этом случае имеет вид

$$(2.12) \quad w=\sqrt[3]{2Mf(k\rho t)^{-1}}$$



Фиг. 2

3. Для проверки выводов, сделанных выше на основе качественного анализа уравнений (1.1)–(1.4), было проведено численное интегрирование уравнений (1.1)–(1.4) методом конечных разностей. Рассчитывались не только различные варианты движения по плоскому однородному склону, но и движение по склону с существенно переменными параметрами, в частности, остановка лавины на выполаживающемся склоне.

Численное интегрирование методом конечных разностей осуществлялось в области, ограниченной передним фронтом и точкой отрыва; использовалась подвижная сетка с нулевым узлом на переднем фронте и постоянным шагом Δ по горизонтальной координате x .

В каждый момент времени t_n скорость переднего фронта и значения v и h на нем определялись из условий на переднем фронте (1.3) и линейной комбинации уравнений (1.1), образующей уравнение вдоль характеристики, входящей в передний фронт лавины.

Для аппроксимации во внутренних точках система записывалась в дивергентной форме, соответствующей законам сохранения массы и импульса. При каждом n сначала производился шаг интегрирования по явной схеме Лакса первого порядка точности: значения в точках $(n+1, m+0.5)$ определялись через значения в точках (n, m) , $(n, m+1)$; затем производился пересчет (явный) – значения в точках $(n+1, m)$ вычислялись через значения в точках $(n+1, m-0.5)$, $(n+1, m+0.5)$ и (n, m) . Член v^2 , входящий в трение, заменялся на первом шаге и пересчете соответственно на

$$(hv)_{n+1, m+0.5}(v_{nm}+v_{n, m+1})(h_{nm}+h_{n, m+1})^{-1} \text{ и } (hv)_{n+1, m}v_{nm}h_{nm}^{-1}.$$

Шаг по времени брался в 1.5 раза меньшим, чем максимальный шаг из условия устойчивости по принципу замороженных коэффициентов. Указанный выбор схемы был вызван стремлением совместить следующие моменты: простота счета, асимптотическая устойчивость результатов вычислений, особенно при больших Δ или малых h , превращение схемы первого порядка точности в схему второго порядка точности на стационарной головке.

Расчеты подтвердили, что при движении по однородному склону постоянной крутизны скорости W , w стремятся соответственно к значениям, даваемым одной из формул (2.9)–(2.12), а картина движения через некоторое время с большой точностью совпадает с соответствующим предельным (асимптотическим) распределением, описанным выше. Скорость установления предельного распределения при одном и том же β зависит от α , а также от начальных условий, т. е. от значений параметров лавины в момент выхода на изучаемый склон. Контроль точности производился сравнением результатов расчетов с различными шагами Δ . При умеренных значениях Δ для всех β получились плавные решения, совпадающие с относительной погрешностью 1% и приближенно удовлетворяющие вдали от фронта упрощенной системе (2.3).

Выше отмечалось, что при $\beta < 0.25$ такие решения неустойчивы.

Таким образом, при $\beta < 0.25$ результаты расчетов по этой схеме неправильно отражают качественную картину явления; это несоответствие объясняется относительно большой «вязкостью» разностной схемы.

С целью получения численным путем неустойчивости плавных решений при $\beta < 0.25$ применялась схема из работы [6], обладающая меньшей вязкостью, в сочетании с более мелким шагом по x . Тогда при расчетах движения вблизи переднего фронта при $\beta < 0.25$ наблюдалось возникновение вторичных ударных волн, которые через сравнительно короткое время устанавливались в пределах заданной точности (1%) на определенных расстояниях от переднего фронта лавины, т. е. начинали двигаться со скоростью переднего фронта. Расстояние между этими волнами получалось различным в зависимости от начальных условий движения на данном склоне.

В случае склона с переменными параметрами ψ , μ , k соответственно надо проявлять осторожность при анализе результатов расчетов в области влияния участка склона, где $\beta(\psi, \mu, k) < 0.25$. Заметим, что при $\beta < 0.25$ как при расчете по первоначальной схеме, так и по схеме [6] скорость переднего фронта соответствовала формуле (2.11).

4. Посмотрим, какие решения вида $V=V(X)$, $H=H(X)$, $X=S-WT$, $W=\text{const}$, называемые «стационарными», может иметь система (2.1), (2.2). Из первого уравнения и первого граничного условия получаем

$$(4.1) \quad H(X)(W-V(X))=W$$

Выражая V через H и подставляя во второе из уравнений (2.1), получим

$$(4.2) \quad \frac{dH}{dX} = \frac{H^3 - \beta W^2 (H-1)^2}{H^3 - W^2}$$

Второе из условий (2.2) после такой подстановки приобретает вид

$$(4.3) \quad W^2(H(0)-1) = (0.5H^2(0) - \alpha)H(0)$$

Введем обозначение $H_s = W^{2/3}$. При предположениях $H(X), V(X) > 0$ из (4.1) следует, что

$$H(X) = W(W - V(X))^{-1} > 1$$

в частности, $H(0) > 1$. При $\alpha \geq 0.5$ из (4.3) получаем

$$2W^2 \leq H(0) + H^2(0)$$

из этих соотношений следует: $\max(W, 1) < H(0)$, и поэтому $H_s < H(0)$.

Исследуя уравнение

$$(4.4) \quad g(H) = 0, \quad g(H) = H^3 - \beta W^2 (H-1)^2$$

получаем, что при $D_1 = \beta W^2 - 6.75 < 0$ имеется единственный вещественный корень H_1 , причем $0 < H_1 < 1$; при $D_1 > 0$ имеются три вещественных корня в пределах $0 < H_1 < 1 < H_2 < 3 < H_3$; при $D_1 = 0$ имеем $0 < H_1 < 1$, $H_2 = H_3 = 3$. Для дальнейшего исследования полезно в каждом случае рисовать поле изоклин уравнения (4.2).

Из рассмотрения этого поля для каждого конкретных значений W и βW^2 видно, что решения (4.2), непрерывные при $-\infty < X \leq 0$, или попадают в область $H \leq 1$ или стремятся к одному из значений H_2 или H_3 при $X \rightarrow -\infty$. Поэтому случай $D_1 < 0$ не представляет интереса. При $D_2 > 0$, $H > 1$ из (4.2) имеем

$$\text{sign} \frac{dH}{\partial X} = \text{sign} \frac{(H-H_2)(H-H_3)}{H-H_s}$$

При $\beta \geq 0.25$ интересны лишь решения, удовлетворяющие (2.7), (2.8); из (4.1) вытекает, что для таких решений $H_i \leq 3$ и поэтому $H_i = H_2$. В случаях

$$H_3 < H_s, H_2 < H_s < H_3, H_2 = H_s$$

из рассмотрения поля изоклин видно, что не существует решения (4.2), удовлетворяющего условиям $H_s < H(0)$, $H_i = H_2$. Предположим, что $H_s = H_3$. Тогда $g(H_s) = 0$. После замены W^2 на H_s^3 отсюда получаем $H_s = 1 \pm \beta^{-0.5} \leq 3$; приходим к противоречию с неравенством $H_3 > 3$.

В единственном нерассмотренном логически возможном случае $H_s < H_2$ поле изоклин устроено так, что приемлемо лишь решение $H(X) = H_2 = H(0)$; значение H_2 должно удовлетворять равенствам (4.3), (4.4).

Выразив W через H_2 из (4.3) и подставив в (4.4), получим уравнение

$$(4.5) \quad G(H_2) = \beta(0.5H_2^2 - \alpha)(H_2 - 1) - H_2^2 = 0$$

Исследуя график $G(H_2)$, получаем, что уравнение (4.5) имеет нуль в пределах $1 < H_2 < 3$ лишь при

$$(4.6) \quad D_2 = \alpha - 4.5(1 - \beta^{-1}) \leq 0, \quad 0.25 < \beta$$

Этот нуль лежит в пределах $1 + \beta^{-0.5} < H_2 < 3$, и поэтому из уравнения (4.4) следует:

$$H_s^3 = W^2 = H_2^3 (\beta (H_2 - 1)^2)^{-1} < H_2^3, \quad H_s < H_2$$

Таким образом при $D_1 > 0$, $\beta \geq 0.25$ условие (4.6) является необходимым и достаточным для существования стационарного решения, удовлетворяющего (2.7) или (2.8).

Если $\beta < 0.25$ и W удовлетворяет (2.11), то $H_s = H_3$. Тогда при $H > 1$ $\text{sign } dH/dX = \text{sign}(H - H_2)$ и поэтому при любом $\alpha \geq 0.5$ уравнение (4.2) имеет требуемое решение. Если W не удовлетворяет (2.11), то при $H_s < H_3$ такие решения иногда также существуют; однако, что существенно, для этих решений всегда $H > H_s$ и вследствие (4.1) всегда

$$\lambda_+ = W - WH^{-1} + \sqrt{H} > W$$

Обратимся к случаю $D_1 = 0$. При $H_s > 3$ из поля изоклин следует, что требуемое решение не существует. При $H_s = 3$ имеем $W = H_s^{1.5} = \sqrt{27}$ и из равенства $D_1 = 0$ следует: $\beta = 0.25$. При $H_s < 3$ имеем $W < \sqrt{27}$ и поэтому $\beta > 0.25$; из поля изоклин видно, что искомое решение существует тогда и только тогда, когда $H(0) \geq 3$.

Совокупность соотношений $H(0) \geq 3$, $W < \sqrt{6.75}$, $D_1 = 0$ и (4.3) совместна тогда и только тогда, когда $D_2 > 0$.

Заметим, что для такого решения $W = 1.5V_i$.

Таким образом, рассмотрены все возможные случаи в предположении непрерывности $H(X)$. Известно [7], что разрывные стационарные решения возможны лишь в случае существования точки, где $V + \sqrt{H} = W$; из (4.1) следует, что в такой точке $H = H_s$. Можно проверить, что $H \neq H_s$, за исключением решения с W , определяемого формулой (2.11) при $\beta < 0.25$. В этом случае решение может иметь сколько угодно разрывов, но между любыми двумя разрывами (включая передний фронт) обязательно находится точка, где $H = H_s$.

Поступила 7 XI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорян С. С., Эглит М. Э., Якимов Ю. Л. Новая постановка задачи о движении лавины и решение этой задачи. Физика снега, снежные лавины и ледники. Тр. высокогорн. геофиз. ин-та. Л., Гидрометеоиздат, 1967, вып. 12.
2. Бахвалов Н. С., Эглит М. Э. Исследование решений уравнений движения снежных лавин. Материалы гляциологических исследований. Хроника, обсуждения, 16, М., Производственно-издательский комбинат ВИНТИ, 1970, стр. 31—37.
3. Voellmy A. Über der Zerstörungskraft von Lavinen Schweizerische Bauzeitung 74, J. g., 1955, Nr 12, 15, 17, 19.
4. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
5. Whitham G. B. Some comments on wave propagation and shock wave structure with application to magnetohydrodynamics. Comm. on Pure and Appl. Math., 1958, vol. 12, No. 1.
6. Годунов С. К., Забродин А. В., Прокопов Г. П. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отшедшей ударной волной. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6, стр. 1020—1050.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.