УДК 532.526.011.55

НЕЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ВЯЗКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ НА ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ТЕЛЕ

В. П. ПРОВОТОРОВ

(*Москва*)

Рассматриваются решения уравнений гиперзвукового пограничного слоя на осесимметричном степенном тонком теле (при показателе степени, равном $^3/_4$) с учетом взаимодействия с невязким потоком. Показывается, что в этом случае уравнения пограничного слоя имеют решения, отличные от автомодельного, соответствующего обтеканию полубесконечного тела. Полученные решения аналогичны решениям для сильного взаимодействия на пластине, скользящем и треугольном крыльях [1–4], но найдены в широком диапазоне значений параметра вязкого взаимодействия. Приводится асимптотическое решение задачи при стремлении параметра взаимодействия к нулю.

1. Рассмотрим обтекание осесимметричного степенного тонкого тела, с показателем степени, равным $^3/_4$, гиперзвуковым потоком вязкого совершенного газа. Пусть ось x цилиндрической системы координат совпадает с осью симметрии тела и направлением скорости набегающего потока, а ось r перпендикулярна оси x.

Введем следующие обозначения: u_∞, ρ_∞ — соответственно скорость и плотность набегающего потока; l — характерная длина; $r_w(x)$ — ордината образующей тела; $\alpha=r_w(l)/l$ — характерный угол наклона; μ_0 — коэффициент вязкости при температуре адиабатического торможения; uu_∞, $v\alpha u_\infty$ — проекции скорости на оси x, r соответственно; xl, $r\alpha l$ — координаты вдоль указанных осей; $p\alpha^2\rho_\infty u_\infty{}^2$ — давление; $\rho\rho_\infty$ — плотность; $hu_\infty{}^2/2$ — энтальпия, $\mu\mu_0$ — коэффициент вязкости; σ — число Прандтля, $\varkappa$ — показатель адиабаты; ω — показатель степени в зависимости вязкости от энтальпии; $\mathrm{Re}_0=\rho_\infty u_\infty l/\mu_0$.

Индексами w, e будем отмечать значения параметров на теле и на внешней границе пограничного слоя.

При достаточно больших числах Re_0 рассматриваемое течение может быть описано уравнениями пограничного слоя и внешнего невязкого потока. Ниже рассмотрим режимы, когда пограничный слой взаимодействует с внешним невязким потоком.

Уравнения пограничного слоя на осесимметричном теле с учетом поперечного радиуса кривизны и граничные условия запишем в виде

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial r}\right)=-\alpha^2\frac{dp}{dx}+\frac{1}{\alpha^2\mathrm{Re}_0}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu\frac{\partial u}{\partial r}\right)\tag{1.1}$$

$$\frac{\partial r\rho u}{\partial x}+\frac{\partial r\rho v}{\partial r}=0$$

$$\rho\left(u\frac{\partial h}{\partial x}+v\frac{\partial h}{\partial r}\right)=2\alpha^2u\frac{dp}{dx}+\frac{2\mu}{\alpha^2\mathrm{Re}_0}\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{\alpha^2\mathrm{Re}_0}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r\mu}{\sigma}\frac{\partial h}{\partial r}\right)$$

$$p=\frac{\varkappa-1}{2\varkappa}\frac{\rho h}{\alpha^2},\qquad \mu=h^\omega$$

$$u(x,r_w)=v(x,r_w)=0,\quad h(x,r_w)=h_w \text{ или } \left.\frac{\partial h}{\partial r}\right|_{r=r_w}=0 \tag{1.2}$$

$$u(x,r_e)=1,\qquad h(x,r_e)=0$$

Чтобы замкнуть систему, необходимо определить распределение давления на внешней границе пограничного слоя. Для этого, считая, что число M_∞ достаточно велико, воспользуемся модифицированной формулой Ньютона

$$p=c(dr_e/dx)^2 \tag{1.3}$$

Значение параметра $c=\mathrm{const}$ заимствуем из приведенных в работе [5] результатов расчета осесимметричного обтекания тела $r_w\sim x^{3/4}$ потоком невязкого газа при числе $M_\infty=\infty$.

При численном решении поставленной задачи удобно ввести следующие переменные:

$$\xi=x,\quad \eta=\psi_*^{-1}\int_{r_w}^{r}r\rho dr,\quad \psi_*=\left(\frac{4\varkappa}{\varkappa-1}\int_0^\xi pr_w^2d\xi/\mathrm{Re}_0\right)^{1/2}$$

$$f=\int_0^\eta ud\eta,\qquad \theta=\int_0^\eta hd\eta$$

Тогда система (1.1) с краевыми условиями (1.2) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial\eta}\left(RN\frac{\partial^2 f}{\partial\eta^2}\right)+f\frac{\partial^2 f}{\partial\eta^2}-\beta(\xi)\frac{\partial\theta}{\partial\eta}=\alpha(\xi)\left(\frac{\partial f}{\partial\eta}\frac{\partial^2 f}{\partial\xi\,\partial\eta}-\frac{\partial f}{\partial\xi}\frac{\partial^2 f}{\partial\eta^2}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{RN}{\sigma}\frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}\right)+f\frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}+2\beta(\xi)\frac{\partial f}{\partial\eta}\frac{\partial\theta}{\partial\eta}+2RN\left(\frac{\partial^2 f}{\partial\eta^2}\right)^2= \tag{1.4}$$

$$=\alpha(\xi)\left(\frac{\partial f}{\partial\eta}\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi\,\partial\eta}-\frac{\partial f}{\partial\xi}\frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}\right)$$

$$f(\xi,0)=\left.\frac{\partial f}{\partial\eta}\right|_{\eta=0}=0,\quad \left.\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right|_{\eta=0}=h_w \text{ или } \left.\frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}\right|_{\eta=0}=0$$

$$\left.\frac{\partial f}{\partial\eta}\right|_{\eta=\infty}=1,\qquad \left.\frac{\partial\theta}{\partial\eta}\right|_{\eta=\infty}=0$$

$$R=\left(\frac{r}{r_w}\right)^2=1+A\theta,\qquad A=2\chi\left(\varepsilon\int_0^\xi pr_w^2d\xi\right)^{1/2}\Big/(pr_w^2)$$

$$\varepsilon=(\varkappa-1)/\varkappa,\quad \chi=\alpha^{-2}\mathrm{Re}_0^{-1/2},\quad N=(\partial\theta/\partial\eta)^{\omega-1} \tag{1.5}$$

$$\alpha(\xi)=2\int_0^\xi pr_w^2d\xi\Big/(pr_w^2),\qquad \beta(\xi)=\frac{dp}{d\xi}\left(\varepsilon\int_0^\xi pr_w^2d\xi\,\Big/(p^2r_w^2)\right)$$

$$R(\xi,\infty)=(r_e/r_w)^2=1+A\theta(\xi,\infty)\equiv1+A\theta_\infty$$

Из равенства (1.3) и последнего соотношения (1.5), учитывая, что $r_w=\xi^{3/4}$, получим

$$(p/c)^{1/2}=\frac{d}{d\xi}[\xi^{3/4}(1+A\theta_\infty)^{1/2}] \tag{1.6}$$

Известно, что при обтекании тела $r_w=\xi^{3/4}$ система (1.4)–(1.6) имеет автомодельное решение. Однако, учитывая результаты работ [1–4], можно ожидать, что существуют семейства решений, которые описывают течения, отличные от автомодельного.

Покажем существование неавтомодельных решений. Для этого по аналогии с работами [1, 2] представим все функции в окрестности $\xi=0$ рядами

$$
\begin{aligned}
&p=\xi^{-1/2}P_0+\xi^{\lambda}P_1+\ldots\\
&f=f_0+\xi^{\lambda+1/2}(P_1/P_0)f_1+\ldots\\
&\theta=\theta_0+\xi^{\lambda+1/2}(P_1/P_0)\theta_1+\ldots
\end{aligned}
\tag{1.7}
$$

Подставим (1.7) в систему (1.4)–(1.6), приравнивая члены при одинаковых степенях ξ, для первых двух членов разложения получим (ниже штрих означает дифференцирование по η)

$$
\begin{aligned}
&(R_0N_0f_0'')'+f_0f_0''-\beta_0\theta_0'=0\\
&\left(\frac{R_0N_0}{\sigma}\theta_0''\right)'+f\theta_0''+2\beta_0f_0'\theta_0'+2R_0N_0f_0''^2=0\\
&f_0(0)=f_0'(0)=0,\quad \theta_0'(0)=h_w\quad \text{или}\quad \theta_0''(0)=0\\
&f_0'(\infty)=1,\quad \theta_0'(\infty)=0\\
&R_0=1+A_0\theta_0,\quad A_0=(2\varepsilon/P_0)^{1/2}\chi,\quad N_0=(\theta_0')^{\omega-1}\\
&\beta_0=-\varepsilon/4,\quad p_0={}^9/_{16}c(1+A_0\theta_{0\infty})
\end{aligned}
\tag{1.8}
$$

$$
\begin{aligned}
&(R_0N_0f_1''+R_0N_1f_0''+R_1N_0f_0'')'+f_0f_1''+f_0''f_1-\\
&-\beta_0\theta_1'-\beta_1\theta_0'=(\lambda+1/2)(f_0'f_1'-f_0''f_1)\\
&\left[\frac{1}{\sigma}(R_0N_0\theta_1''+R_0N_1\theta_0''+R_1N_0\theta_0'')\right]'+f_0\theta_1''+f_1\theta_0''+\\
&+4R_0N_0f_0''f_1''+2R_0N_1f_0''^2+2R_1N_0f_0''^2+2\beta_0f_0'\theta_1'+\\
&+2\beta_0f_1'\theta_0'+2\beta_1f_0'\theta_0'=(\lambda+1/2)(f_0'\theta_1'-f_1\theta_0'')\\
&f_1(0)=f_1'(0)=0,\quad \theta_1'(0)=0\quad \text{или}\quad \theta_1''(0)=0\\
&f_1'(\infty)=\theta_1'(\infty)=0\\
&R_1=A_0\theta_1+A_1\theta_0,\quad A_1=-A_0(3+2\lambda)/(5+2\lambda)\\
&N_1=(\omega-1)N_0\theta_1'/\theta_0',\quad \beta_1=\frac{\varepsilon}{2}\,\frac{\lambda^2+{}^7/_2\lambda+{}^3/_2}{\lambda+{}^5/_2}
\end{aligned}
\tag{1.9}
$$

$$
\frac{3}{5+4\lambda}+A_0\theta_{0\infty}\left(\frac{3}{5+4\lambda}+\frac{3+2\lambda}{5+2\lambda}\right)=A_0\theta_{1\infty}
\tag{1.10}
$$

Система (1.8) дает известное автомодельное решение. Для существования неавтомодельного решения, т. е. отличных от нуля вторых членов разложения (1.7) ($P_1/P_0\neq0$), должны быть собственные значения λ, при которых решение системы (1.9) удовлетворяет соотношению (1.10).

Как показывают результаты проведенных численных расчетов, такое решение существует.

2. Решение поставленной задачи в широком диапазоне изменения параметра взаимодействия $\chi=\alpha^{-2}\,\mathrm{Re}_0^{-1/2}$ было проведено численно на ЭВМ. Некоторые результаты расчета представлены в таблицах.

Ниже представлены значения собственных чисел λ в зависимости от параметра взаимодействия χ при $\omega=1$, $\varkappa=1.4$ и $\sigma=0.71$ для различных температурных факторов h_w, в том числе и для теплоизолированной стенки ($q_w=0$).

χ	$q_w=0$	h_2			
		0,7	0,5	0,3	0,1
20	$4{,}038\cdot10^3$	$5{,}880\cdot10^3$	$1{,}414\cdot10^4$	$6{,}599\cdot10^4$	
10	$1{,}281\cdot10^3$	$1{,}880\cdot10^3$	$4{,}392\cdot10^3$	$1{,}857\cdot10^4$	
3	$3{,}034\cdot10^2$	$4{,}561\cdot10^2$	$9{,}412\cdot10^2$	$3{,}634\cdot10^3$	
0,6	$1{,}050\cdot10^2$	$1{,}649\cdot10^2$	$3{,}208\cdot10^2$	$1{,}140\cdot10^3$	$7{,}399\cdot10^4$
0,15	$7{,}800\cdot10$	$1{,}230\cdot10^2$	$2{,}347\cdot10^2$	$8{,}062\cdot10^2$	$5{,}037\cdot10^4$
10^{-2}	$1{,}440\cdot10^2$	$2{,}020\cdot10^2$	$3{,}522\cdot10^2$	$9{,}887\cdot10^2$	$4{,}449\cdot10^4$
10^{-3}	$4{,}931\cdot10^2$	$6{,}470\cdot10^2$	$1{,}063\cdot10^3$	$2{,}497\cdot10^3$	
10^{-4}	$2{,}192\cdot10^3$	$2{,}814\cdot10^3$	$4{,}522\cdot10^3$	$9{,}822\cdot10^3$	

Интересно отметить, что при возрастании (убывании) параметра взаимодействия χ значения собственных чисел λ возрастают и при некотором значении χ имеется точка минимума, причем, как показывают результаты расчета, положение минимума зависит от температурного фактора h_w и с охлаждением стенки смещается в сторону меньших значений χ.

Возрастание собственных значений λ при увеличении χ можно объяснить, исходя из результатов теории сильного взаимодействия на тонких пространственных телах [6]. Согласно этой теории, при $\chi\to\infty$ со все большей степенью точности во внешней зоне пограничного слоя справедлива нестационарная аналогия, а поперечный размер внутренней зоны стремится к нулю.

Ниже приведены значения λ в зависимости от температурного фактора h_w при $\chi=0.15$ для двух значений показателя степени ω.

h_w	0.7	0.6	0.5	0.4	0.3	0.2	0.1
$\omega=0.67$	172.8	228.1	324.3	518.2	1016	3040	30 250
$\omega=1$	123.0	163.2	234.7	385.4	806.2	2860	50 370

С уменьшением температурного фактора h_w собственные значения λ возрастают. Этого следовало ожидать, так как известно, что с охлаждением стенки влияние градиента давления на характеристики пограничного слоя уменьшается.

Непосредственно из системы (1.4) ясно, что с уменьшением показателя адиабаты $\varkappa$ влияние градиента давления уменьшается, следовательно, и значения λ должны возрастать. Численный расчет при $\chi=0.15$, $h_w=0.1$, $\sigma=0.71$ и $\omega=0.67$ подтверждает этот факт.

$\varkappa$	1.15	1.2	1.25	1.3	1.35	1.4	1.67
$\lambda\cdot10^{-3}$	1103	403.4	180.2	91.50	50.86	30.25	3.770

3. Приведем асимптотическое решение задачи при $\chi\to0$. Положим для простоты, что стенка теплоизолирована, число Прандтля $\sigma=1$ и зависимость вязкости от энтальпии линейная ($\omega=1$). Тогда существует интеграл энергии

$$\theta'=1-f'^2 \tag{3.1}$$

и после введения обозначений $\zeta=u$, $K=f''$ уравнение движения и краевые условия в переменных Крокко принимают вид

$$K^2\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}(RK)+\beta(\xi)(1-\zeta^2)\frac{\partial K}{\partial\zeta}+2(1+\beta(\xi))\zeta K=\alpha(\xi)\zeta\frac{\partial K}{\partial\xi} \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial\zeta}(RK)_{\zeta=0}=\beta(\xi)/K(\xi,0),\qquad K(\xi,1)=0 \tag{3.3}$$

Подставим разложение (1.7) в (3.2) и получим для первых двух членов ряда следующие соотношения (ниже штрих означает дифференцирование по ζ):

(3.4) $$K_0^2(R_0K_0)''+2(1+\beta_0)\zeta K_0+\beta_0(1-\zeta^2)K_0'=0$$

$$(R_0K_0)'_{\zeta=0}=\beta_0/K_0(0), \qquad K_0(1)=0$$

(3.5) $$K_0^2(R_0K_1+R_1K_0)''+2K_0(R_0K_0)''K_1+2(1+\beta_0)\zeta K_1+$$
$$+2\beta_1\zeta K_0+\beta_0(1-\zeta^2)K_1'+\beta_1(1-\zeta^2)K_0'=\zeta(\lambda+{}^1/_2)K_1$$

$$(R_0K_1+R_1K_0)'_{\zeta=0}=\left(\beta_1-\beta_0\frac{K_1(0)}{K_0(0)}\right)\Big/K_0(0), \qquad K_1(1)=0$$

Согласно оценкам, которые аналогичны приведенным в работе [1], возмущения при $\chi\to0$ распространяются через область пограничного слоя, примыкающую к поверхности тела, порядок которой в физических координатах равен $O(\chi^{5/4})$. В переменных ζ порядок этой области равен $O(\chi^{1/4})$. Таким образом, при решении краевой задачи (3.5) рассматриваемый интервал $0\leqslant\zeta\leqslant1$ разобьем на внешнюю область, где $\zeta=O(1)$, и внутреннюю, где $\bar{\zeta}=\chi^{-1/4}\zeta=O(1)$. Учитывая порядок внутренней области, из уравнения (3.5) и соотношения для определения λ (1.10) следует, что решение при $\chi\to0$ можно искать в виде рядов

(3.6) $$K_0=K_{00}+\chi K_{01}+\ldots$$

$$K_1=\chi^{-1/2}(K_{10}+\chi^{1/4}K_{11}+\ldots)$$

$$\lambda=\chi^{-3/4}(\lambda_0+\chi^{1/4}\lambda_1+\ldots)$$

$$\theta_{0\infty}=\int_0^\infty(1-f'^2)\,d\eta=\int_0^1\frac{1-\zeta^2}{K_0^2}\,d\zeta=g_0+\chi g_1+\ldots$$

$$\theta_{1\infty}=-2\int_0^\infty f_0'f_1'\,d\eta=-\int_0^1\frac{(1-\zeta^2)K_1}{K_0^2}\,d\zeta=\chi^{-1/4}(\varphi_0+\chi^{1/4}\varphi_1+\ldots)$$

Подставим (3.6) в (3.5) и получим для первых членов разложения 1) во внешней области $K_{10}=0$, 2) во внутренней области

(3.7) $$\bar{K}_{00}^2\bar{K}_{10}=\bar{\zeta}\lambda_0\bar{K}_{10}, \qquad \bar{K}_{10}'=\varepsilon\lambda_0/2\bar{K}_{00} \qquad (\varphi=0)$$

Из (3.4) следует, что во внутренней области $\bar{K}_{00}=K_{00}(0)=\mathrm{const}$. Численное решение краевой задачи (3.4) при $\chi=0$ и $\varkappa=1.4$ дает $K_{00}(0)=$ $=0.55569$.

Сделаем замену переменных

$$y=2\varepsilon^{-1}(\bar{K}_{00}/\lambda_0^2)^{1/3}\bar{K}_{10}, \qquad x=(\lambda_0/\bar{K}_{00}^2)^{1/3}\bar{\zeta}$$

тогда соотношения (3.7) примут вид

(3.8) $$y''-xy=0, \qquad y'(0)=1$$

Решение уравнения (3.8), которое удовлетворяет граничному условию при $x=0$ и условию сопряжения с внешним решением, имеет вид

(3.9) $$y=-3^{1/3}\Gamma(^1/_3)\,\mathrm{Ai}(x)$$

где $\mathrm{Ai}(x)$ — функция Эйри [7], Γ — гамма-функция.

Из (1.10) после подстановки (3.6) получим

$$(3.10)\qquad \lambda_0\varphi_0={}^9/_{16}(c/2\varepsilon)^{1/2}$$

С другой стороны, из последнего соотношения (3.6) имеем

$$(3.11)\qquad \varphi_0=-\bar{K}_{00}^{-2}\int\limits_0^\infty \bar{K}_{10}d\xi$$

Используя (3.9) и (3.11), получим

$$(3.12)\qquad \varphi_0=\varepsilon\Gamma({}^4/_3)(3\lambda_0/\bar{K}_{00}{}^5)^{1/3}\int\limits_0^\infty \mathrm{Ai}(x)\,dx$$

Интеграл в последнем выражении можно вычислить, если воспользоваться интегральным представлением $\mathrm{Ai}(x)$. Тогда из (3.10) и (3.12) следует:

$$(3.13)\qquad \int\limits_0^\infty \mathrm{Ai}(x)\,dx={}^1/_3,\qquad \lambda_0=\left(\frac{9}{16}\sqrt{\frac{c\varepsilon}{2}}\,\bar{K}_{00}^{-5/3}/3^{1/3}\Gamma({}^4/_3)\right)^{3/4}$$

При $\varkappa=1.4$, $c=0.9116$ имеем $\lambda_0=1.322$, $\varphi_0=0.5376$, $K_{10}(0)=-0.2870$.

Ниже приведено сравнение собственных значений λ, а также возмущенных величин трения на стенке $K_1(0)$ и безразмерной толщины вытеснения $\theta_{1\infty}$, полученных с помощью асимптотического (отмечены знаком a) и численного решения при малых χ (отмечены знаком n).

χ	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}
λ	$1.68\cdot10^3$	$4.48\cdot10^4$	$1.35\cdot10^6$ (n)
	$1.32\cdot10^3$	$4.18\cdot10^4$	$1.32\cdot10^6$ (a)
$-K_1(0)$	$3.34\cdot10$	$3.00\cdot10^2$	$2.89\cdot10^3$ (n)
	$2.87\cdot10$	$2.87\cdot10^2$	$2.87\cdot10^3$ (a)
$\theta_{1\infty}$	5.79	$1.74\cdot10$	$5.44\cdot10$ (n)
	5.38	$1.70\cdot10$	$5.38\cdot10$ (a)

4. Полученные результаты позволяют заключить, что при обтекании осесимметричного степенного тела с показателем степени, равным $^3/_4$, на режиме вязкого взаимодействия существуют неавтомодельные решения, которые описывают распространение возмущений вверх по потоку. При этом величина собственного числа λ позволяет судить о степени затухания этих возмущений. В отличие от плоского случая величина λ неограниченно возрастает не только при $\chi\to0$, но и при $\chi\to\infty$. Поэтому при некотором значении χ параметр λ имеет минимум и на этом режиме возмущения, идущие вверх по потоку, распространяются на максимальную длину. Если судить о степени распространения возмущений по величине λ, то возмущения на плоских телах, по-видимому, затухают медленнее, чем на пространственных.

Отметим также, что если учет вязкого взаимодействия проводится методом последовательных приближений, в котором распределение давления в каждом приближении считается известным, то для заданного начального приближения решение будет однозначным. В частности, в случае слабого взаимодействия ($\chi \ll 1$, но $\chi \neq 0$) при такой процедуре теряются решения, описывающие распространение возмущений вверх по потоку.

Автор благодарит В. В. Михайлова за обсуждение работы и полезные советы.

Поступила 5 X 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *Нейланд В. Я.* Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 4.
2. *Козлова И. Г., Михайлов В. В.* О сильном вязком взаимодействии на треугольном и скользящем крыльях. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 6.
3. *Козлова И. Г., Михайлов В. В.* О влиянии возмущений пограничного слоя на гиперзвуковые течения с вязким взаимодействием. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 4.
4. *Нейланд В. Я.* К асимптотической теории взаимодействия сверхзвукового потока с пограничным слоем. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 4.
5. *Ellinwood J. W., Mirels H.* Hypersonic viscous interaction theory for slender axisymmetric bodies. AIAA paper, 1968, No. 1.
6. *Михайлов В. В.* О сильном вязком взаимодействии на тонких пространственных телах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5.
7. *Лебедев Н. Н.* Специальные функции и их приложения. М.– Л., Физматгиз, 1963.