УДК 533.6.011.5

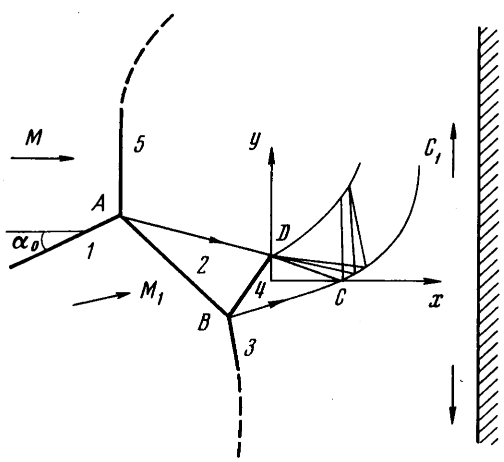
РАСЧЕТ НИЗКОЭНТРОПИЙНОЙ СТРУИ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СКАЧКОВ ПЕРЕД ПРЕПЯТСТВИЕМ

Г. А. ШМАНЕНКОВА

(*Москва*)

Рассмотрены некоторые вопросы о поведении сверхзвуковой низкоэнтропийной струи газа, образующейся в области взаимодействия падающего плоского скачка уплотнения с отошедшей ударной волной перед затупленным телом. Течение в струе и ее форма рассчитаны двухмерным методом характеристик. Предложена простая приближенная формула для радиуса кривизны оси струи, хорошо согласующаяся с результатами численных расчетов.

Оценка влияния поперечного растекания газа за счет трехмерности течения на форму оси струи показала, что это влияние незначительно. Указано на существование двух типов течения в области взаимодействия скачков, различных по степени воздействия на тело. Смешение струи с окружающим дозвуковым потоком не рассматривалось.



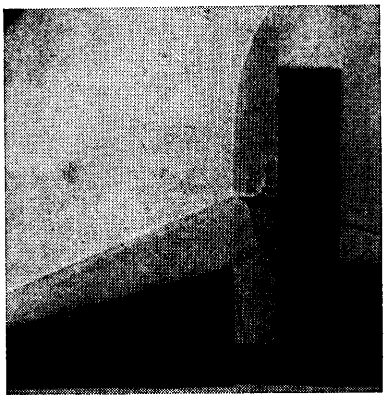
Фиг. 1

1. Рассмотрим картину течения газа в области взаимодействия отошедшей ударной волны перед цилиндром или плоской пластиной конечной ширины, расположенными поперек набегающего потока, с падающим плоским скачком уплотнения. В работах [1–4] показано, что вблизи линии растекания течение близко к плоскому и для его расчета могут быть использованы результаты теории λ-образных скачков уплотнения. Схема течения приведена на фиг. 1. Поток газа, прошедший через косые скачки *1*, *2*, *4* с малыми потерями полного давления, образует высоконапорную, низкоэнтропийную сверхзвуковую струю. (Области течения, лежащие вниз по потоку от соответствующих скачков, в дальнейшем обозначаются номерами этих скачков, аналогичные номера имеют все параметры, характеризующие течение в этих областях.) Сверхзвуковая струя *4* отделена от дозвуковых областей *3* и *5* с низкими значениями полного давления тангенциальными разрывами, начинающимися в узловых точках *A* и *B* λ-скачков. Статическое давление в потоке *4* равно статическому давлению в области *3*. Давление в области *5* значительно меньше давления в области *3*. Вниз по потоку от скачка *4* сверхзвуковая струя проходит через систему волн разрежения и сжатия, которая приводит к искривлению ее границ. Искривленная под действием перепада давлений сверхзвуковая струя *4* либо достигает поверхности тела (первый тип течения), либо нет (второй тип течения). Первый тип течения характеризуется интенсивным воздействием низкоэнтропийной струи на тело [2, 3].

В случае течения второго типа вдоль поверхности передней кромки наблюдается перетекание газа из области *3* с более высоким давлением в область *5*. Теплеровская фотография такого типа течения показана на фиг. 2. Силовое и тепловое воздействие потока на тело существенно различно в первом и во втором случаях. Так, например, при $M=5$, $\alpha_0=30°$ максимальное давление на теле для течения первого типа в 2 раза выше максимального давления для течения второго типа.

2. Расчет параметров плоской сверхзвуковой неизэнтропической струи совершенного газа проводился методом характеристик. Система координат x, y выбрана, как показано на фиг. 1. Все линейные размеры отнесены к ширине струи. Система уравнений, содержащая уравнения характеристик, условия на них и метод решения подробно изложены в работе [5]. Вследствие криволинейности внешней границы CC_1 в струе возникают «висячие» скачки. Расчет точек «висячего» скачка проводился согласно [6]. Рассчитаны следующие варианты: $M=5$, 7, 10; $\alpha_0=15\div35°$; $\gamma=1.4$. Параметры газа в областях *3*, *4*, *5* определялись по методу работы [2]. Для каждого варианта расчет проводился до тех пор, пока ось струи становилась параллельной поверхности тела ($\operatorname{ctg}\vartheta<0.001$). В процессе счета определялись координаты точек

внешней и внутренней границ струи и параметры газа в нескольких сечениях $x=\text{const}$. На фиг. 3 приведена форма и положение границы струи, рассчитанные при условии, что перепад давления вдоль оси струи постоянен и равен p_3/p_5. Сплошные кривые – расчет при $M=10$, пунктирные – при $M=7$, штрихпунктирные – при $M=5$ (1 – $\alpha_0=15°$, 2 – $\alpha_0=20°$, 3 – $\alpha_0=35°$). Как видно, при увеличении интенсивности падающего скачка радиус кривизны оси струи быстро уменьшается.



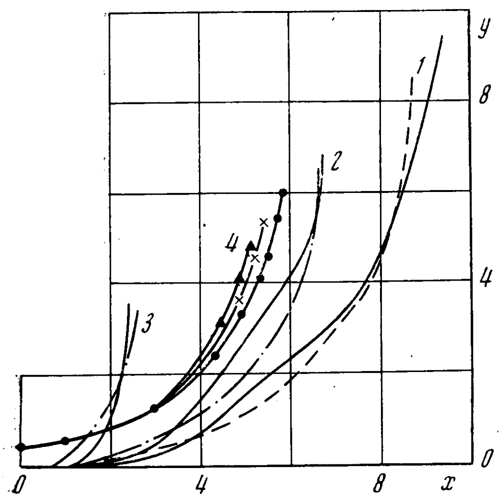
Фиг. 2

Изменение числа Маха при постоянном α_0 влияет на положение струи незначительно. Важными характеристиками низкоэнтропийной струи являются координаты точки внешней границы (x_1, y_1), в которой $\operatorname{ctg}\vartheta\approx 0$, т. е. струя становится параллельной поверхности тела. Координата x_1 фактически характеризует «дальнобойность» струйки. Координата y_1 – положение звукового сечения для второго типа течения, когда перепад давлений в областях 3 и 5 равен звуковому или превышает его. На фиг. 4 показана зависимость x_1 и y_1 от α_0 и M (темные точки – $M=10$, светлые – $M=7$, треугольники – $M=5$). Из графиков видно, что величины x_1, y_1 слабо зависят от M, в то же время влияние α_0 существенно.

В течении второго типа, в действительности, давление вдоль внешней границы струи не постоянно. Оно уменьшается от давления p_3 до некоторого меньшего давления в сечении $y=y_1$.

С целью выяснения влияния переменности давления на течение газа в струе были проведены соответствующие расчеты. Распределение давления на внешней границе струи CC_1 задавалось экспериментальной зависимостью

$$p/p_3=1-0.47(y/y_1)^2 \tag{2.1}$$



Фиг. 3

На фиг. 4 пунктирные линии изображают зависимость координат x_1, y_1 от α_0 для $M=5$ при переменном давлении на границе CC_1. Из этой фигуры видно, что переменность давления практически не влияет на значения x_1, а изменение y_1 довольно значительно.

3. Для радиуса кривизны осевой линии низкоэнтропийной струи может быть получено приближенное выражение. Уравнение неразрывности и уравнения движения плоской криволинейной газовой струйки в проекции на касательную и нормаль к траектории имеют вид

$$\frac{\partial(\rho v\delta)}{\partial s}=0, \tag{3.1}$$

$$\rho v\frac{\partial v}{\partial s}+\frac{\partial p}{\partial s}=0,$$

$$\frac{\rho v^2}{R_0}=\frac{\partial p}{\partial n}$$

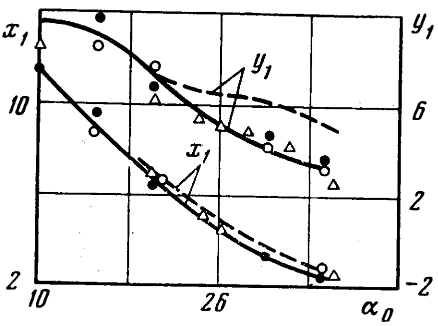
где R_0 – радиус кривизны оси струи в данном сечении. Полагая

$$\frac{\partial p}{\partial s}=0,\qquad \rho=\text{const},\qquad \frac{\partial p}{\partial n}=\frac{(p_3-p_5)}{\delta}$$

получим для R_0 простое выражение

$$R_0=\gamma M_4^2[1-p_5/p_3]^{-1} \tag{3.2}$$

Таким образом, в указанных предположениях осевая линия низкоэнтропийной струи близка к окружности радиуса R_0, центр которой лежит на перпендикуляре, возведенном из точки D к направлению потока *4*. В таком случае внешняя граница низкоэнтропийной струи должна быть близка к окружности радиуса $(R_0+0.5)$. Уравнение этой окружности запишем в виде



Фиг. 4

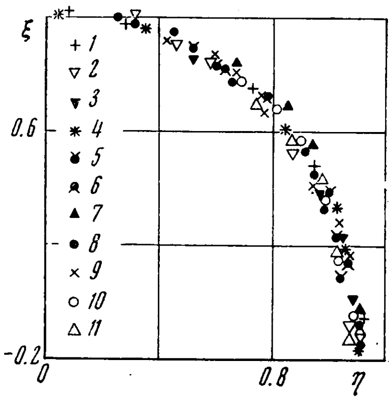
$$\xi^2+\eta^2=1 \tag{3.3}$$

$$\xi=\{\sin\alpha_1\,[\operatorname{ctg}\alpha_1(R_0+0.5)-\sqrt{M_4{}^2-1}]-y\}\,(R_0+0.5)^{-1} \tag{3.4}$$

$$\eta=[x+(R_0-0.5)\sin\alpha_1]\,(R_0+0.5)^{-1} \tag{3.5}$$

На фиг. 5 внешняя граница низкоэнтропийной струи *4*, приведенная на фиг. 3 для различных M и α_0, построена в координатах ξ, η (*1* – M=5, α_0=20°; *2* – M=5, α_0=30°; *3* – M=5, α_0=35°; *4* – M=7, α_0=15°; *5* – M=7, α_0=20°; *6* – M=7, α_0=30°; *7* – M=7, α_0=35°; *8* – M=10, α_0=15°; *9* – M=10, α_0=20°; *10* – M=10, α_0=30°; *11* – M=10, α_0=35°).

Видно, что кривые, существенно различающиеся в координатах x, y, в координатах ξ, η собираются в очень узкую полосу. Отсюда можно заключить, что приближенное соотношение (3.2) для радиуса кривизны осевой линии низкоэнтропийной струи достаточно хорошо согласуется с результатами численных расчетов.



Фиг. 5

4. Проведем оценку влияния поперечного растекания газа в низкоэнтропийной струе вследствие трехмерности течения на форму ее оси. В этом случае уравнение неразрывности принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial s}(\rho v\delta)+\rho\delta\frac{\partial w}{\partial z}=0 \tag{3.6}$$

Величина $\partial w/\partial z$ характеризует градиент скорости струи в плоскости, перпендикулярной плоскости растекания. Из уравнения (3.6) получаем выражение для ширины струйки

$$\delta=e^{-\beta s},\qquad \beta=v^{-1}\partial w/\partial z \tag{3.7}$$

С учетом (3.7) соотношение (3.2) для радиуса кривизны оси струи примет вид

$$R=R_0e^{-\beta s} \tag{3.8}$$

Кроме того, имеем

$$R=(1+y'^2)^{3/2}(y'')^{-1},\qquad ds=\sqrt{1+y'^2}dx \tag{3.9}$$

Соотношения (3.8), (3.9) позволяют рассчитать форму оси низкоэнтропийной струи в выбранных координатах (x, y). Для проведения количественных расчетов предположим, что поперечный градиент скорости струи β равен соответствующему градиенту скорости $v^{-1}\partial w/\partial z$ на поверхности преграды в области *3*. На фиг. 3 цифрой *4* обозначена расчетная ось струи при M=6, α_0=20° без учета растекания (β=0) – сплошная кривая с темными точками; с учетом растекания для плоской передней кромки – крестики; для преграды с цилиндрической передней кромкой – треугольники.

Видно, что поперечное растекание практически не влияет на «дальнобойность» струи. Значения x_1 при разных β отличаются не более чем на ~10%.

Таким образом, при построении приближенных методик расчета течения в области взаимодействия скачков для расчета траектории низкоэнтропийной струи с достаточной точностью может быть использовано соотношение (3.2).

Автор благодарит В. В. Лунева и Б. А. Землянского за ценные советы и постоянное внимание к работе.

Поступила 13 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Таганов Г. И.* Энтропийные эффекты в гиперзвуковых течениях газа. Аннот. докл. 2-го Всес. съезда по механ., 1964.
2. *Тетерин М. П.* Исследование течения газа в области падения скачка уплотнения на цилиндр, обтекаемый потоком большой скорости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.
3. *Тетерин М. П.* Исследование течения газа и теплопередачи в области падения скачка уплотнения на цилиндр, обтекаемый потоком большой сверхзвуковой скорости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
4. *Edney B.* Anomalous heat transfer and pressure distributions on blunt bodies at hypersonic speeds in the presence of an impinging shock. K. T. H.— Avhandling, 1968, No. 239.
5. *Кацкова О. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д., Шулишнина Н. П.* Опыт расчета плоских и осесимметричных сверхзвуковых течений газа методом характеристик. М., ВЦ АН СССР, 1961.
6. *Wang C. J., Peterson J. B.* Spreading of supersonic jets from axially symmetric nozzles. Jet Propulsion, 1958, vol. 28, No. 5.

УДК 538.4

НЕКОТОРЫЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОГИДРОДИНАМИКИ

В. И. ГРАБОВСКИЙ

(*Москва*)

При помощи инспекционного анализа системы уравнений электрогидродинамики найдены некоторые автомодельные решения для нестационарного одномерного течения.

В реальных электрогидродинамических устройствах наблюдаются нестационарные процессы, например, при перестройке течения от одного стационарного режима к другому.

Для понимания сущности таких процессов, так же как и в обычной гидродинамике, большую роль приобретает исследование автомодельных решений. Все существенно различные такие решения могут быть получены исследованием групповых свойств системы уравнений электрогидродинамики при помощи вычисления ее основной группы [1]. Разыскивая группы преобразований определенного типа, можно получить некоторые автомодельные решения без вычисления основной группы [2]. В данной работе определяются автомодельные решения, соответствующие группе преобразований растяжения.

1. Система уравнений в случае одномерного нестационарного течения несжимаемой униполярно заряженной жидкости в безразмерных переменных имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{\partial p}{\partial x}-Sq\frac{\partial \varphi}{\partial x},\qquad \frac{\partial u}{\partial x}=0$$
$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=-q\qquad \frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}j=0,\qquad j=q\left(u-\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \tag{1.1}$$

Здесь t – безразмерное время, x – продольная координата, u – продольная компонента скорости, p – гидродинамическое давление, q – плотность заряженных частиц, φ – электрический потенциал, j – продольная компонента плотности электрического тока, отнесенные соответственно к характерным комплексам (обозначения общепринятые) x_*/v_*, x_*, v_*, ρv_*^2, $\varepsilon v_*/(4\pi b x_*)$, $v_* x_*/b$, $\varepsilon v_*^2/(4\pi b x_*)$, $S=\varepsilon/(4\pi\rho b^2)$.

Для системы (1.1) легко найти группу преобразований растяжения, относительно которой система будет инвариантна

$$x=\alpha x^\circ,\quad t=\tau t^\circ,\quad \varphi=\alpha^2\tau^{-1}\varphi^\circ,\quad q=\tau^{-1}q^\circ$$
$$u=\alpha\tau^{-1}u^\circ,\quad p=\alpha^2\tau^{-2}p^\circ,\quad \rho=\rho^\circ \tag{1.2}$$

(α, τ=const, а градус обозначает любые функции, удовлетворяющие (1.1)).