Измерения местных потоков тепла проводились в том же диапазоне изменения определяющих параметров, что и при измерении статического давления. В качестве примера некоторые результаты измерений приведены на фиг. 7 в виде зависимости величины $C^{\circ}=c_h p_1^{1/2}/c_{h1} p^{1/2}$ от продольной координаты s. Здесь c_h – местное число Стентона, вычисленное по параметрам газа в набегающем потоке; c_{h1} – расчетное значение числа Стентона в точке $s=0.9$; экспериментальные точки соответствуют следующим условиям: *1* – $M_0=3.4$, $\theta=10°$; *2* – $M_0=3.9$, $\theta=10°$; *3* – $M_0=4.3$, $\theta=10°$; *4* – $M_0=3.4$, $\theta=15°$; *5* – $M_0=3{,}9$, $\theta=15°$.

На этих фигурах сплошными линиями нанесены результаты численного интегрирования уравнений ламинарного пограничного слоя вдоль направляющей двухступенчатого клина с углом поворота потока $\theta=15°$ и участком сопряжения с непрерывным изменением радиуса кривизны. Расчеты проведены для чисел Маха $M_0=2$, 3, 4 и $R_{\min}=0.5$, когда начало участка сопряжения располагается при $s\simeq 0.9$ в соответствии с экспериментальными данными по распределению давления.

Можно видеть, что на начальном участке экспериментальные данные хорошо согласуются с результатами расчетов. В окрестности угловой точки и далее вниз по потоку соответствие между расчетными и экспериментальными данными менее удовлетворительное ввиду значительно более сложной физической картины течения газа по сравнению с той, что была принята при расчетах. Вместе с тем можно видеть, что результаты расчетов пограничного слоя при выборе соответствующего минимального радиуса кривизны позволяют оценить величину и характер распределения теплового потока вдоль направляющей тела с точностью, вполне приемлемой для многих практических приложений.

Поступила 22 III 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *Браиловская И. Ю.* Расчет обтекания угла потоком вязкого сжимаемого газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3, стр. 82–92.
2. *Нейланд В. Я., Сычев В. В.* Асимптотические решения уравнений Навье – Стокса в областях с большими локальными возмущениями. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.
3. *Матвеева Н. С., Нейланд В. Я.* Ламинарный пограничный слой вблизи угловой точки тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 4.
4. *Нейланд В. Я.* К асимптотической теории расчета тепловых потоков около угловой точки тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5, стр. 53–60.
5. *Aloysius Kou-Fang Lo, Philip A. Sullivan.* A complete solution to the viscous — inviscid equations for the interaction of a laminar hypersonic boundary layer with a corner expansion wave. AIAA paper, 1970, No. 70–807.
6. *Заккей, Тоба, Го.* Теплопередача за точкой излома образующей тела вращения конус – цилиндр в условиях ламинарного, переходного и турбулентного режимов течения. Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 8.

УДК 532.546

К ИЗУЧЕНИЮ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ СРЕДЫ

М. А. САТТАРОВ

(*Душанбе*)

В статье обсуждается модель медленного течения [1], полученная на основе обобщения опытных данных и гипотез о существовании молекулярных эффектов взаимодействия твердого тела с жидкостью [2–4]. Некоторые из этих идей использованы ранее при построении частных моделей течения в капиллярах [5–9].

В [10] приведены данные опыта, показывающие наличие предельного напряжения сдвига τ_0 для ряда чистых жидкостей, в том числе и воды, причем при описании течения использовано уравнение Букингема – Рейнера [11]

$$v=ki[1-4i_0/3i+{}^1/_3(i_0/i)^4] \quad (i\geqslant i_0) \tag{0.1}$$

где v – средняя скорость потока в трубке с радиусом R, $k=\rho gR^2/8\mu$, ρ и μ – плотность и вязкость жидкости, g – ускорение силы тяжести, i_0 и i – соответственно начальный и действующий (переменный) градиенты напора. При этом связь между τ_0 и i_0 определяется формулой

$$\tau_0=0.5R\rho gi_0 \tag{0.2}$$

Однако в [1] показано, что уравнение (0.1) не единственно, описывающее течение вязкопластических тел через трубки, причем обнаруженный эффект сдвиговой прочности может быть обусловлен также другими факторами, в частности физическими свойствами и геометрией фильтрующей среды. В [12, 13] приводятся результаты опыта, ставящие под сомнение существование предельного напряжения сдвига τ_0 для жидкой воды.

1. Об аномальных свойствах жидкостей в пористых средах. В отличие от макрообъемов, где жидкость испытывает действие только силы вязкостного трения, в микропространствах, вообще говоря, существенными становятся еще силы взаимодействия жидкости с твердой стенкой, основной жидкости (растворителя) с находящейся в ее составе взвешенной поверхностно-активной частицей и молекулой другого вещества, взвешенных частиц и инородных молекул с пористым скелетом.

В моделях пористых сред из капиллярных трубок и щелей перечисленные выше силы аналогично обычным силам трения оказывают сопротивление движению и создают дополнительную переменную сдвиговую прочность

$$\tau_0=\mu N(\xi) \tag{1.1}$$

где $N(\xi)$ – молекулярно-поверхностная сила, действующая на частицу с координатой ξ (начало координат находится в центре поперечного сечения капилляра, щели и т. д.), μ – вязкость жидкости.

Особенность силы взаимодействия твердого тела с чистой смачивающей жидкостью проявляется, в частности, в том, что она перпендикулярна к твердой поверхности, на которой достигает своего максимума и быстро убывает при удалении от нее в глубь жидкости.

Механика неоднородных жидкостей и жидкостей с непрочным структурным строением в микропространствах зависит не только от взаимодействия растворителя с взвешенными частицами, но и от природы взаимодействия каждого компонента поровой жидкости с твердой границей. В сфере действия поверхностных сил обычные макрообъемные свойства этих жидкостей могут изменяться и могут проявляться аномалии, сопровождающиеся выделением более активной жидкости – растворителя вблизи твердой поверхности. Известно, например, понижение объемной вязкости некоторых жидкостей [3] у твердой стенки и другие аномальные свойства воды в грунтах [14].

Опыты подтвердили зависимость радиуса действия поверхностных сил $N(\xi)$ от геометрии порового пространства, причем в фиктивных моделях из-за пространственного многообразия направлений нормалей к твердой поверхности наблюдалось ослабление действия $N(\xi)$ на динамику течения. Так, предварительный опыт показывает, что движение чистой воды в средах из простого стекла и кварца при температуре 18–20° С происходит при действующем градиенте напора $i\geqslant 0.001–0.005$ в следующих моделях:

1) с кольцевым пространством между двумя коаксиальными трубками, если диаметр пор $d\geqslant 30–40$ *мк*;

2) в виде капиллярной трубки, если $d\geqslant 20–30$ *мк*;

3) в виде щели, если $d\geqslant 10–20$ *мк*;

4) в виде кубической упаковки цилиндрических стержней, если $d\geqslant 8–15$ *мк*;

5) состоящей из одинаковых шариков, если приведенный минимальный диаметр $d\geqslant 2–7$ *мк*.

Следовательно, этим можно объяснить противоречия результатов ряда опытов (например, [10, 13]) по фильтрации воды через образцы с различной конфигурацией пор.

2. О механике жидкости в микропространствах. Гидромеханическое обобщение [1] приведет к следующему уравнению одномерного ($\nu=0$) и осесимметрического ($\nu=1$) движения жидкостей в идеальных моделях пористых тел

$$\frac{1}{\xi^\nu}\frac{d}{d\xi}[\xi^\nu(\tau+\tau_0)]=\rho g[i+f(\xi)\cos\varphi] \tag{2.1}$$

Здесь i – градиент напора, $f(\xi)$ – дополнительный эффект силы тяжести частиц жидкости, возникающий в сфере действия поверхностных сил, φ – угол между векторами силы тяжести и скоростью потока, $\tau=-\mu dV/d\xi$ закон Ньютона, V – скорость частицы.

Интегрирование и деление на ξ^ν обеих частей (2.1) дает

$$-\mu\frac{dV}{d\xi}=\frac{\rho gi}{1+\nu}\xi+\frac{\rho g\cos\varphi}{\xi^\nu}\int\limits_0^\xi \xi^\nu f(\xi)\,d\xi-\tau_0+\frac{c}{\xi^\nu} \tag{2.2}$$

В капиллярной трубке и щели согласно условию симметрии $C=0$. В случае представления $\tau_0=\mu aR(\xi/R)^n$ при классификации жидкостей по характеру их течения нетрудно получить следующие выражения для расхода Q [1]:

для чистых смачивающих жидкостей группы A $(1<n<\infty)$

$$Q=\begin{cases}\omega k i_R\alpha^{-1}(i/i_R)^\alpha & (0\leqslant i<i_R)\\ \omega k[i-(\nu+3)i_R/(n+\nu+2)] & (i_R\leqslant i<i_*)\end{cases} \tag{2.3}$$

для жидкостей группы B $(1\geqslant n>-\infty)$

$$Q=\begin{cases}0 & (0\leqslant i\leqslant i_0)\\ \omega k[i-(\nu+3)i_0/(n+\nu+2)-i_0\alpha^{-1}(i/i_0)^\alpha], & (i_0<i<i_*)\end{cases} \tag{2.4}$$

$$(w=2^{1-\nu}\pi^\nu R^{\nu+1},\ k=2^\nu\rho gR^2\sigma/[(1+\nu)^2(3+\nu)\mu],\ \alpha=(n+\nu+2)/(n-1))$$

где k – коэффициент фильтрации, σ – площадь эффективной порозности, $i_R=(1+\nu)\mu a/\rho g$, i_R и i_* – значения градиентов, выше которых происходят соответственно линейное и турбулентное течение, i_0 – начальный градиент напора.

Хотя формулы (2.3) и (2.4) получены для простейшего представления τ_0, исследование функции $Q(i)$ (функции скорости $v=Q/\omega$) приводит к следующим интересным результатам. При $n\to\infty$ (фильтрация в среде с ничтожно малой поверхностной силой) приходим к течению Пуазейля – закону Дарси $Q=k\omega i$.

При $n=0.25(1-\nu)$ из (2.4) следует формула (0.1). Примечательно, что здесь один и тот же результат получается при разных предельных напряжениях сдвига: из капиллярной модели при $\tau_0\equiv\text{const}$ и из щелевой при $\tau_0=\mu aR(\xi/R)^{0.25}$. Кривые (2.3) проходят через начало координат и имеют асимптоту. Вид кривых $Q(i)$ зависит от ν – геометрии среды и от степени n взаимодействия фильтрующей среды с жидкостью. При отсутствии эффекта взаимодействия $(n=\infty)$ (например, при течении неполярных жидкостей) геометрия среды определяет величину k, но не оказывает влияние на динамику течения.

Кривые (2.4) делятся на две группы. Первая группа определяется значениями n, соответствующими отрезку $1\geqslant n\geqslant-2-\nu$. При $n=1$ и $n=-2-\nu$ из (2.4), раскрывая неопределенность, получаем прямые линии, пересекающие ось i в точках i_{0n} $(n=1;$ $n=-\nu-2)$, а для остальных n с ростом i кривые $Q(i)$ начинают выпрямляться и имеют те же, что и в случае жидкостей группы A асимптоты. Кривые $Q(i)$ из второй группы определяются в интервале $-\nu-2>n>-\infty$ и не обладают асимптотами, хотя, так же как кривые первой группы, пересекают ось i в точках $i=i_{0n}\neq0$.

Таким образом, решение уравнения (2.1) в случае степенного представления τ_0 привело к более общим закономерностям течения жидкостей. Так как при $n\to\infty$ имеет место $Q=k\omega i$, следовательно, уравнения (2.3) описывают течения класса обобщенных ньютоновских жидкостей (A), при $n=0.25(1-\nu)$ из (2.3) следует (0.1) и движения, описываемые уравнениями (2.4) $(1\geqslant n\geqslant-2-\nu)$, соответствуют течению класса вязкопластических (обобщенных бингамовых) тел (B). В интервале $-2-\nu>n-\infty$ уравнения (2.4) описывают течение другого класса жидкостей, например пластических тел (C). Видно, что течения жидкостей класса B по первичным гидродинамическим характеристикам близки к течениям класса C, которые обладают начальным градиентом напора i_0. Однако при росте i они приобретают свойства течения класса A. По-видимому, таким неоднозначным изменчивым свойством обладают только жидкости с непрочным, неустойчивым структурным строением, например коллоидные суспензии глины и других твердых тел и многокомпонентные жидкости.

3. Для обоснования и проверки некоторых выводов предложенной здесь теории начаты лабораторные работы по фильтрационному способу изучения аномальных свойств и течений жидкостей в различных моделях микропространств.

Опытная фильтрационная установка представляет собой простейший прибор Дарси: две одинаковые пьезометрические трубки сообщаются друг с другом при помощи испытуемого образца (капилляра, щели и т. д.). В отличие от работы [10] (опыт с чистой водой, схема b) образцом для опыта служил не один капилляр, а целый пучок m одинаковых капилляров или узкая щель. Такой подход позволял ускорить скорость подъема уровня жидкости в наблюдательной трубке, увеличить поступление расхода в мерный сосуд за единицу времени и сократить продолжительность опыта, что резко уменьшило влияние побочных, зависящих от времени факторов.

В первой стадии опытов были испытаны стеклянные (стандартные и свежетянутые) капиллярные образцы длиной от $2.05\cdot10^4$ до $4\cdot10^2$ *мм* и установлено отсутствие начального градиента напора, следовательно, предельного напряжения сдвига τ_0 для чистой воды в пределах точности измерения, которая соответствует градиентам $i_0=(1\div20)\cdot10^{-5}$.

Например, в образце из 64 капилляров (среди них был один капилляр диаметром 100–105 *мк*, а другие – диаметрами меньшими чем 100 *мк*) длиной $l=400$ *мм* полное выравнивание уровней в пьезометрах произошло лишь через двое суток, причем на подъем последнего миллиметра потребовалось более 15 *час*. Отсюда следует, что для полного восстановления уровня в данном пьезометре при истечении воды через один капилляр с диаметром 100 *мк* потребовалось бы более 100 суток, а для подъема последнего миллиметра – около месяца.

Для установления наиболее достоверной функциональной зависимости высоты пьезометрического напора h от времени t в наблюдательной трубке, зависимости расхода Q от i и сравнения результатов опыта с теорией была использована специальная программа решения статистической задачи о выборе оптимальной функции прогнозирования из условия максимума модуля коэффициента корреляции из 20 специальным образом подобранных функций. Приведем некоторые результаты этой работы.

1. Статистическая обработка данных опыта показывает, что при низких значениях градиента напора течение воды в рассмотренных капиллярах нелинейное и с большой точностью описывается теоретической закономерностью (2.3).

2. Константа n в формуле (2.3) зависит от размеров микропространств. Так, при температуре 18–20° С для стеклянных капилляров с диаметрами $0.1\leqslant d\leqslant1$ *мм* соответственно $30\leqslant n<500$.

3. Зависимость n от температуры и физических свойств среды на примере простого и кварцевого стекла показана в таблице, которая построена на основе обработки опытных данных [10]. Расчет выполнен по формуле, полученной из (2.3)

$$K(i)=bi^\beta \qquad \left(b=\frac{K_0(n-1)}{n+3}i_R^{-\beta},\ \beta=\frac{4}{n-1},\ K_0\equiv k\right) \tag{3.1}$$

Температура воды, °С	Гидродинамические характеристики среды и жидкости							
	Капилляр из стекла № 16, d = 102 *мк*				Капилляр из кварцевого стекла, d = 330 *мк*			
	b	K_0	β	n	b	K_0	β	n
20	0.28	0.318	0.065	58.6	1.14	3.35	0.20	21
30	0.37	0.400	0.060	67.2	3.76	4.15	0.17	25
40	0.46	0.485	0.049	101	4.48	5.08	0.12	33
50	0.56	0.580	0.029	149	5.47	6.02	0.10	41

Видно, в частности, что $n<\infty$, причем изменение обычных свойств (например, макрообъемной вязкости) чистой воды в кварцевом капилляре оказалось намного большим, чем в стеклянном, хотя диаметр последнего в три с лишним раза меньше чем первого. Этот пример свидетельствует о больших возможностях фильтрационного метода в изучении особенностей взаимодействия системы твердое тело – жидкость и ряда других свойств поверхностных явлений.

Автор благодарит П. Я. Полубаринову-Кочину за внимание к работе.

Поступила 29 XI 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *Саттаров М. А.* Некоторые модели фильтрации в пористых средах. Докл. АН СССР, 1972, т. 203, № 1.
2. *Адам Н. К.* Физика и химия поверхностей. М.– Л., Гостехиздат, 1947.
3. *Дерягин Б. В., Карасев В. В., Захаваева Н. Н., Лазарев В. П.* Механизм граничной смазки и свойства граничного смазочного слоя. Ж. техн. физ., 1957, т. 27, вып. 5.
4. *Hayward A. T. J., Isdale J. D.* The rheology of liquids very near to solid boundaries. Brit. J. Appl. Phys., 1969, Ser. 2, vol. 2, No. 2.
5. *Kovacs G. Y.* Theoretical investigation into micro-seepage. ACTA Techn. Acad. Sci. Huncaricae, 1958, vol. 21, No. 1–2.
6. *Аверьянов С. Ф.* Зависимость водопроницаемости почво-грунтов от содержания в них воздуха. Докл. АН СССР, 1949, т. 69, № 2.
7. *Klausner Y., Kraft S. R.* Non-poiseuille flow with axial forces. Israil J. Technol., 1965, vol. 3, No. 2, p. 152.
8. *Шейдеггер А. Э.* Физика течения жидкостей через пористые среды. М., Гостоптехиздат, 1960.
9. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967). М., «Наука», 1969.
10. *Бондаренко Н. Ф.* Исследование фильтрационных аномалий жидкостей. Сб. тр. по агрон. физ., вып. 14, Л., «Колос», 1967.
11. *Рейнер М.* Деформация и течение. М., Гостоптехиздат, 1963.
12. *Горшков А. И.* О предельном напряжении сдвига у жидкой воды. Ж. техн. физ., 1972, т. 42, вып. 1, стр. 224.
13. *Childs E. C., Trimas E.* Darcy's law at small potential gradients. J. Soil. Sci., 1971, vol. 22, No. 3.
14. *Роде А. А.* Основы учения о почвенной влаге. Водные свойства почв и передвижение почвенной влаги, т. 1. Л., Гидрометеоиздат, 1965.

УДК 532.546

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ФОРМИРОВАНИЯ НАПОРОВ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ДВУХСЛОЙНОЙ СРЕДЕ ПОД ВЛИЯНИЕМ ТОЧЕЧНОГО И ЛИНЕЙНОГО СТОКОВ

В. С. УСЕНКО, М. О. ЧАБАН

(*Минск*)

Для решения задачи об учете влияния границы раздела на распределение напора, формируемого точечным источником, применяется так называемый «метод зеркальных отображений» [1, 2]. Здесь эта задача решается методом краевых задач.

Пусть двухслойный напорный пласт представлен разрезом, приведенным на фиг. 1. Распределение напора в однородном слое при стационарном движении описывается уравнением Лапласа. Так как источник точечный, а пласты однородны и изотропны, то напоры в первом и втором слоях с учетом осевой симметрии движения подчиняются уравнениям [2]

$$\frac{\partial^2 H_i}{\partial z^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial H_i}{\partial r}+\frac{\partial H_i}{\partial r^2}=0 \qquad (i=1,2) \tag{1}$$

Дополним уравнения граничными условиями. Поверхность $z=0$ является поверхностью тока

$$\left.\frac{\partial H_1}{\partial z}\right|_{z=0}=0 \tag{2}$$

на границе слоев

$$H_1|_{z=z_1}=H_2|_{z=z_1}, \qquad k_1\left.\frac{\partial H_1}{\partial z}\right|_{z=z_1}=k_2\left.\frac{\partial H_2}{\partial z}\right|_{z=z_1} \tag{3}$$

Во всей области, кроме особой точки, в которой находится сток интенсивностью q, напор должен быть ограниченным

$$|H_i|<M<\infty \qquad (i=1,2)$$