

Система функций $\varphi_k(x) / \|\varphi\|$ — полная, ортонормированная на отрезке $[0,1]$ и удовлетворяет поставленным краевым условиям. Тогда в качестве базисных функций можно взять

$$\Phi_{kij} = \frac{\varphi_k(x) \varphi_i(y) \varphi_j(t)}{\|\varphi_k\| \|\varphi_i\| \|\varphi_j\|}$$

(Для простоты считаем, что функция $h'(xyt)$ задана на единичном параллелепипеде.)
В заключение автор благодарит П. Я. Кочину за предложение темы статьи и интерес к работе и Г. И. Эскина за полезные советы.

Поступила 20 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Loeb J., Cahen G. Extraction à partir des enregistrements de mesures des paramètres dynamiques d'un système. *Automatisme*, 1963, vol. 8, No. 12.
2. Георгиевский В. Б. Унифицированные алгоритмы расчета фильтрационных характеристик грунтов при натуральных наблюдениях в неустановившемся режиме. Труды координационных совещаний по гидротехнике, вып. 25, ВНИИГ. Л., «Энергия», 1967.
3. Георгиевский В. Б. Унифицированные алгоритмы для определения фильтрационных параметров. Киев, «Наукова думка», 1971.
4. Георгиевский В. Б., Мирошчева Г. В., Шульгин Д. Р. Метод определения параметров в задачах по расслоению почвогрунтов. Изв. АН УзССР, Сер. техн., 1968, № 5.

УДК 532.546

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ ДВУХСТУПЕНЧАТОГО КЛИНА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

В. А. БАШКИН, Н. П. КОЛИНА, А. Я. ЮШИН

(Москва)

При исследовании теплообмена на поверхности летательного аппарата часто приходится сталкиваться с телами, имеющими локальные участки поверхности большой кривизны. В окрестности этих участков толщина пограничного слоя δ становится соизмеримой с главными радиусами кривизны R_i ($i = 1, 2$) поверхности, и, следовательно, уравнения пограничного слоя, полученные в предположении, что $\delta \ll R_i$, становятся недействительными. Вследствие этого для исследования особенностей течения и теплообмена в окрестности участков большой кривизны необходим другой подход к решению задачи.

В настоящее время имеются несколько методов решения задачи. В первом методе, развитом [1], в окрестности угловой точки выделяется область течения, в которой решение задачи находится путем численного интегрирования уравнений Навье — Стокса; вне этой области решение задачи определяется на основе уравнений Эйлера и Прандтля.

Второй метод, получивший значительно большее распространение из-за меньших трудностей численного интегрирования, это исследование особенностей течения методом внешних и внутренних разложений. Впервые этот подход к решению задачи был осуществлен в [2-4], а впоследствии использован также в ряде других работ.

Третий подход к решению задачи — использование теорий пограничного слоя высших приближений. В частности, в [5] гиперзвуковое течение газа в окрестности угловой точки, когда плоскости угла сопрягаются между собой по дуге окружности, исследовано на основе уравнений типа пограничного слоя, содержащих члены $O(\epsilon^2)$, где $\epsilon = Re^{-1/2}$, Re — число Рейнольдса.

Кроме того, возможны и другие методы решения рассматриваемой задачи, но они не всегда оказываются корректными и достаточно общими.

Экспериментальные исследования закономерностей обтекания и теплообмена в окрестности угловой точки тела сравнительно немногочисленны. Авторам известна всего лишь работа [6], в которой приведены результаты измерений распределения тепловых потоков на осесимметричном теле в виде комбинации кругового конуса с цилиндром.

Следует отметить, что имеющиеся результаты теоретических и экспериментальных исследований сравнительно малочисленны и не дают полного представления о влиянии различных определяющих параметров на величину и характер распределения местных потоков тепла в окрестности участка поверхности большой кривизны.

В данной работе приведены результаты теоретического и экспериментального исследования пограничного слоя в окрестности локального участка поверхности большой кривизны в случае течения разрежения ($\Delta p < 0$). Теоретическое исследование проведено в рамках классической теории ламинарного пограничного слоя с целью установления основных тенденций в распределении местного напряжения трения и местного потока тепла по мере увеличения кривизны поверхности (уменьшения R_1).

Экспериментальное исследование проведено для случая угловой точки тела ($R_1 \approx 0$).

1. Для настоящего исследования был выбран двухступенчатый клин, плоскости которого расположены под углом θ относительно друг друга и сопрягаются между собой участком поверхности с непрерывным изменением радиуса кривизны R (фиг. 1), вычисляемого по формуле

$$(1.1) \quad R = \frac{R_{min}\theta}{2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{\varphi}} + \frac{1}{\sqrt{\theta-\varphi}} \right)$$

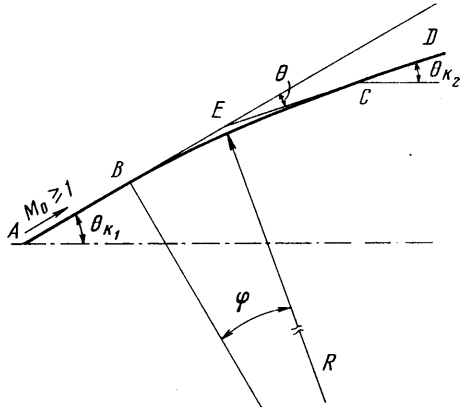
где φ — местный угол поворота потока, R_{min} — минимальный радиус кривизны. Длина дуги участка сопряжения вычисляется по формуле

$$(1.2) \quad s^* = \int_0^\varphi R d\varphi = \frac{R_{min}\sqrt{\theta}}{\sqrt{2}} (\sqrt{\theta} + \sqrt{\varphi} - \sqrt{\theta-\varphi})$$

В приведенных выше формулах все линейные размеры отнесены к длине отрезка $AE=L$.

Сформулируем задачу для рассматриваемого тела.

Пусть на участке AB имеем однородный сверхзвуковой поток с числом $M_0 \geq 1$; на участке BC происходит поворот потока на заданный угол θ по закону течения

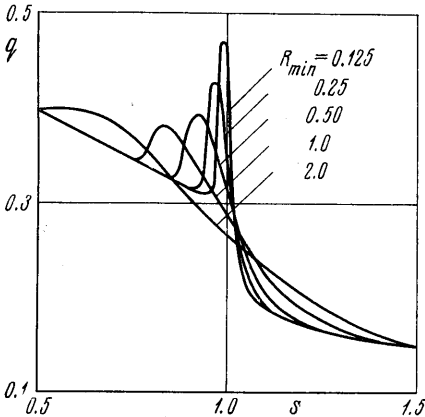


Фиг. 1

расширения Прандтля — Майера, а на участке CD вновь имеем однородный сверхзвуковой поток. Для заданного внешнего течения и заданных профилей пограничного слоя в начальном сечении (в точке A) необходимо исследовать поведение ламинарного пограничного слоя вдоль направляющей тела в зависимости от величины минимального радиуса кривизны R_{min} .

Для численного решения сформулированной выше задачи была приспособлена программа, составленная при интегрировании методом интегральных соотношений уравнений пространственного ламинарного пограничного слоя на бесконечных скользящих цилиндрах. Расчеты проводились при разбиении поля течения на пять полюс при следующих предположениях: а) на изотермической поверхности имеет место сильный теплообмен ($H_{1w} = H_w/H_0 = 0,1$); б) число Прандтля постоянно и равно 0,7; в) динамический коэффициент

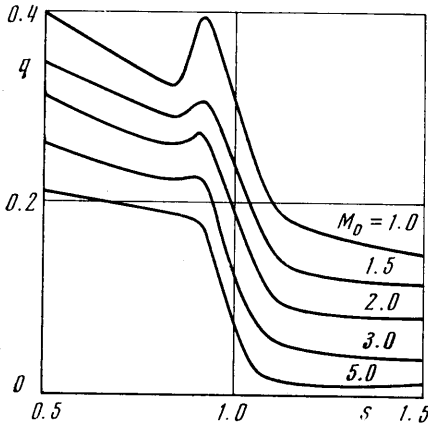
вязкости в зависимости от температуры изменяется по степенному закону ($\mu \sim T^{0,76}$). При расчетах в качестве начальных условий принимались профили пограничного слоя в окрестности критической линии скользящего цилиндра с градиентом скорости



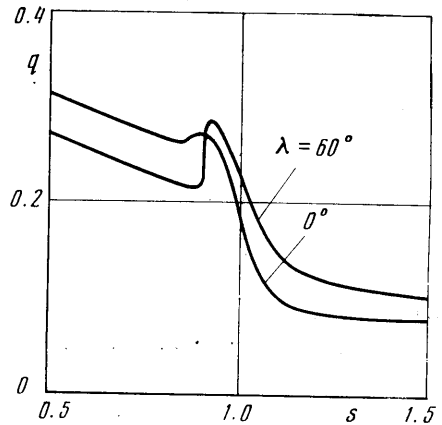
Фиг. 2

$\gamma_2 = d\bar{v}_e/ds = 0,5$, где $\bar{v}_e = v_e/\sqrt{2H_0}$ — компонент вектора скорости внешнего течения, параллельный направляющей тела и отнесенный к максимальной скорости, $s = s_1/L$, s_1 — координата вдоль направляющей тела, отсчитываемая от начального сечения (от точки A). Контрольные расчеты для различных значений γ_2 при нулевом угле скольжения λ показали, что примерно на длине порядка характерного размера происходит сглаживание всех различий, обусловленных разными начальными условиями. Следовательно, в области течения перед началом поворота потока практически имеем одни и те же профили пограничного слоя независимо от начальных условий.

2. Численное интегрирование уравнений пограничного слоя было проведено в следующем диапазоне изменения определяющих параметров: $R_{min} = 0,125; 0,25; 0,5$ и 1 ; $\theta = 10, 15, 20^\circ$; $M_0 = 1 \div 10$. Результаты расчетов позволили установить следующее.



Фиг. 3



Фиг. 4

При числе $M_0 = 1$ на участке сопряжения возникают локальные пики местного напряжения трения $\tau_w = \frac{1}{2} \rho_e v_e^2 c_f$ и местного потока тепла $q_w = \rho_e v_e H_0 \bar{q}_w$; при этом локальные пики τ_w выражены более сильно по сравнению с пиками q_w (Фиг. 2, на которой $q = \bar{q}_w \sqrt{Re}$). Это объясняется тем, что местный градиент давления значительно сильнее деформирует профиль скорости, чем профиль температуры. По мере уменьшения R_{min} возрастают максимальные значения напряжения трения и теплового потока вследствие появления очень больших градиентов давления.

При фиксированном значении M_0 изменение угла поворота θ в исследованном диапазоне не оказывает влияния на «пиковые» значения местного напряжения трения и местного потока тепла. Это связано с тем, что максимальные значения градиента давления имеют место на начальном участке сопряжения, а в исследованном диапазоне θ этот начальный участок оставался неизменным.

При заданных условиях сопряжения ($R_{min} = const$) увеличение числа M_0 приводит к уменьшению пиковых значений τ_w и q_w . При этом пики местного напряжения трения наблюдаются во всем исследованном диапазоне изменения числа M_0 , в то время как пики местного потока тепла имеют место лишь до некоторого значения числа $M_0 = M_0^*$; при $M_0 > M_0^*$ на участке сопряжения происходит монотонное уменьшение местного потока тепла. Указанную закономерность можно видеть на Фиг. 3, на которой показано влияние числа M_0 на характер распределения q_w на участке сопряжения с $R_{min} = 0,5$.

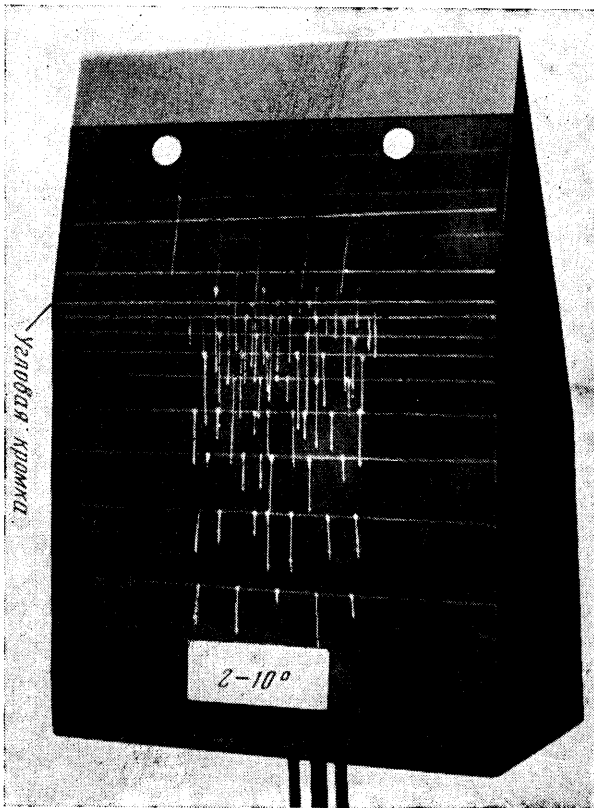
Результаты расчетов позволяют также оценить влияние угла скольжения при фиксированном значении числа Маха невязкого потока в начальном сечении. В качестве примера на Фиг. 4 приведены результаты расчетов для числа Маха, равного двум, при двух углах скольжения $\lambda = 0$ и 60° ; в последнем случае компонент скорости v_e соответствует числу $M_0 = 1$.

Увеличение угла скольжения приводит к уменьшению местного напряжения трения и местного потока тепла в фиксированной точке начального участка поверхности и к усилению неравномерности в распределении τ_w и q_w на участке сопряжения вследствие увеличения относительного градиента скорости γ_2 .

3. Экспериментальные исследования проводились при числах M набегающего потока $M_\infty = 3$ и 5 с моделями двухступенчатых клиньев, имеющих начальный угол $\theta_{A1} = 15^\circ$ и углы поворота потока $\theta = 10$ и 15° около угловой точки тела. Путем измене-

ния угла атаки в пределах $0-10^\circ$ варьировалось число Маха M_0 в диапазоне 2.3–2.8 и 3.4–4.3 для чисел $M_\infty=3$ и 5 соответственно. Число Рейнольдса Re при испытаниях изменялось в диапазоне $(3.7 \div 10.2) \cdot 10^5$; величина температурного фактора H_{1w} равнялась 0.4–0.6.

Во время экспериментов проводились измерения распределения статического давления и местных потоков тепла в плоскости симметрии тела. Распределение давления измерялось с помощью дренажных отверстий, а для определения тепловых потоков использовались термопарные датчики, а также термоиндикаторная краска, изменяющая свой цвет при температуре $338^\circ K$. Оба метода измерения дают результаты, хорошо согласующиеся друг с другом, поэтому на приведенных ниже фигурах не делается различие между экспериментальными данными, полученными разными методами.

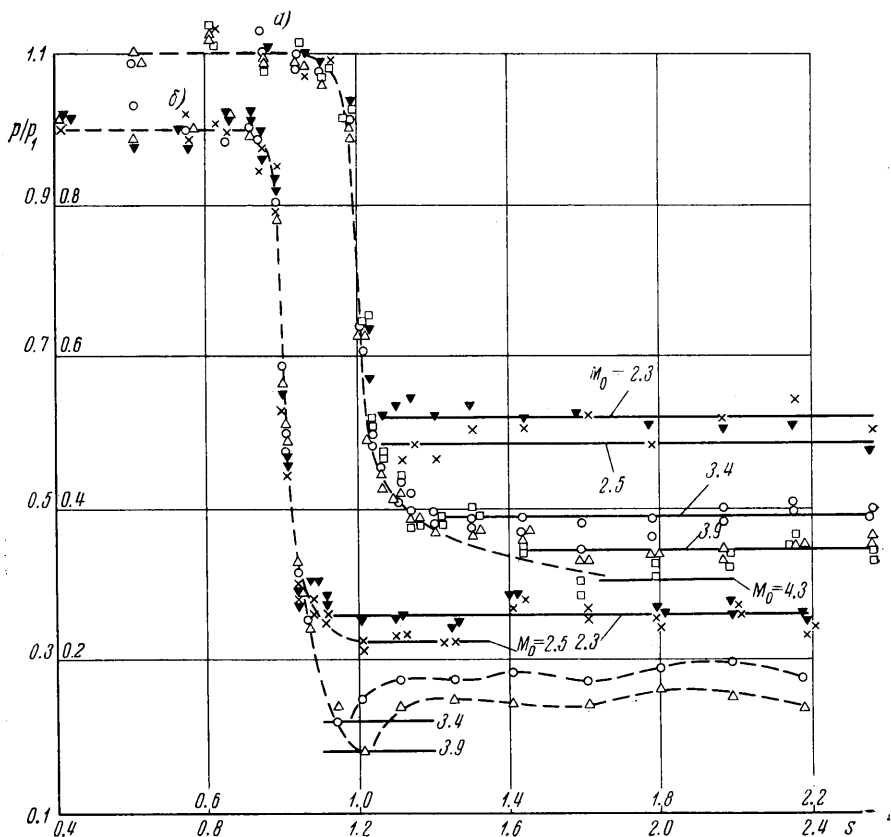


Фиг. 5

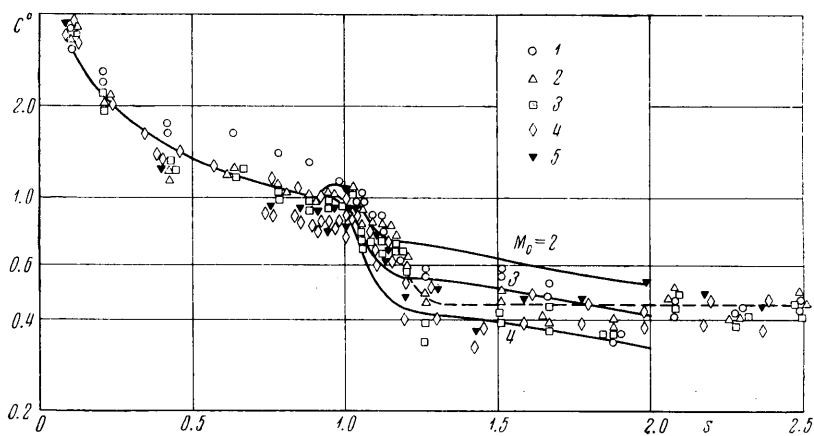
Дополнительно исследовался спектр предельных линий тока с помощью размываемых красок, наносимых в виде точек на обтекаемую поверхность. Результаты этих исследований показали, что на всех режимах угловая точка обтекается без отрыва пограничного слоя. В качестве примера на фиг. 5 показана фотография спектра предельных линий тока, соответствующего случаю $M_0=4.3$ и $\theta=15^\circ$.

Результаты измерений статического давления приведены на фиг. 6 в виде зависимости величины p/p_1 от продольной координаты s , отнесенной к расстоянию L до угловой точки, при этом случай a соответствует повороту потока на угол $\theta=10^\circ$, а случай b – на угол $\theta=15^\circ$. На этой фигуре сплошными линиями обозначены асимптотические значения давления за угловой точкой, вычисленные по соотношениям течения Прандтля – Майера.

Изменение статического давления впервые наблюдается при $s \approx 0.94$ или примерно на расстоянии пяти толщин пограничного слоя от угловой точки (в экспериментах толщина пограничного слоя перед угловой точкой равнялась примерно $\delta/L=0.008$ и 0.012 для чисел Маха $M_\infty=3$ и 5 соответственно). Этот результат согласуется с данными теоретических исследований поведения пограничного слоя в окрестности угловой точки [3, 4].



Фиг. 6



Фиг. 7

Вниз по потоку от угловой точки давление уменьшается и выходит на соответствующее асимптотическое значение. По мере увеличения числа Маха в начальном сечении возрастает переходная область течения. При этом для угла поворота $\theta=15^\circ$ и числа Маха $M_0=3.4$ и 3.9 давление в исследованном диапазоне s не выходит на соответствующее асимптотическое значение. Это связано с особенностями развития течения газа за угловой точкой и требует специального исследования.

Измерения местных потоков тепла проводились в том же диапазоне изменений определяющих параметров, что и при измерении статического давления. В качестве примера некоторые результаты измерений приведены на фиг. 7 в виде зависимости величины $C^0 = c_h p_1^{1/2} / c_{h1} p^{1/2}$ от продольной координаты s . Здесь c_h — местное число Стентона, вычисленное по параметрам газа в набегающем потоке; c_{h1} — расчетное значение числа Стентона в точке $s=0.9$; экспериментальные точки соответствуют следующим условиям: 1 — $M_0=3.4$, $\theta=10^\circ$; 2 — $M_0=3.9$, $\theta=10^\circ$; 3 — $M_0=4.3$, $\theta=10^\circ$; 4 — $M_0=3.4$, $\theta=15^\circ$; 5 — $M_0=3.9$, $\theta=15^\circ$.

На этих фигурах сплошными линиями нанесены результаты численного интегрирования уравнений ламинарного пограничного слоя вдоль направляющей двухступенчатого клина с углом поворота потока $\theta=15^\circ$ и участком сопряжения с непрерывным изменением радиуса кривизны. Расчеты проведены для чисел Маха $M_0=2, 3, 4$ и $R_{min}=0.5$, когда начало участка сопряжения располагается при $s \approx 0.9$ в соответствии с экспериментальными данными по распределению давления.

Можно видеть, что на начальном участке экспериментальные данные хорошо согласуются с результатами расчетов. В окрестности угловой точки и далее вниз по потоку соответствие между расчетными и экспериментальными данными менее удовлетворительное ввиду значительно более сложной физической картины течения газа по сравнению с той, что была принята при расчетах. Вместе с тем можно видеть, что результаты расчетов пограничного слоя при выборе соответствующего минимального радиуса кривизны позволяют оценить величину и характер распределения теплового потока вдоль направляющей тела с точностью, вполне приемлемой для многих практических приложений.

Поступила 22 III 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Браиловская И. Ю. Расчет обтекания угла потоком вязкого сжимаемого газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3, стр. 82–92.
2. Нейланд В. Я., Сычев В. В. Асимптотические решения уравнений Навье — Стокса в областях с большими локальными возмущениями. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.
3. Матвеева Н. С., Нейланд В. Я. Ламинарный пограничный слой вблизи угловой точки тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 4.
4. Нейланд В. Я. К асимптотической теории расчета тепловых потоков около угловой точки тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, № 5, стр. 53–60.
5. Aloysius Kou-Fang Lo, Philip A. Sullivan. A complete solution to the viscous — inviscid equations for the interaction of a laminar hypersonic boundary layer with a corner expansion wave. AIAA paper, 1970, No. 70–807.
6. Заккей, Тоба, Го. Теплопередача за точкой излома образующей тела вращения конус — цилиндр в условиях ламинарного, переходного и турбулентного режимов течения. Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 8.

УДК 532.546

К ИЗУЧЕНИЮ ОСОБЕННОСТЕЙ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТЕЙ ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ СРЕДЫ

М. А. САТТАРОВ

(Душанбе)

В статье обсуждается модель медленного течения [1], полученная на основе обобщения опытных данных и гипотез о существовании молекулярных эффектов взаимодействия твердого тела с жидкостью [2–4]. Некоторые из этих идей использованы ранее при построении частных моделей течения в капиллярах [5–9].

В [10] приведены данные опыта, показывающие наличие предельного напряжения сдвига τ_0 для ряда чистых жидкостей, в том числе и воды, причем при описании течения использовано уравнение Букингема — Рейнера [11]

$$(0.1) \quad v = ki[1 - 4i_0/3i + 1/3(i_0/i)^4] \quad (i \gg i_0)$$