УДК 536.423

О СКАЧКЕ ПЛОТНОСТИ И ТЕМПЕРАТУРЫ ОДНОГО ИЗ КОМПОНЕНТОВ БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ НАД ПЛОСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ЖИДКОСТИ

Е. В. МЕТЕЛКИН, Ю. И. ЯЛАМОВ

(*Москва*)

Рассмотрена задача об испарении (или конденсации) одного из компонентов бинарной газовой смеси, находящейся над плоской поверхностью жидкости.

Для описания системы используется кинетическое уравнение в модельной форме [1]. Как известно, эта модель дает хорошее согласие с экспериментом, а в математическом отношении она проще уравнения Больцмана. Ряд эффектов эта модель не описывает, так как предполагается, что время соударений частиц не зависит от их скорости. Это в первую очередь относится к явлению термодиффузии газов. Таким образом, нижеприведенные формулы применимы к газовым смесям, обладающим малым коэффициентом термодиффузии.

Решение модельного уравнения проводится приближенным методом, разработанным в работе [2]. В работе [3] на основе этого метода вычислен температурный скачок однокомпонентного газа на твердой стенке, в работе [4] — скорость скольжения бинарной газовой смеси в поле градиента температуры. В обоих случаях результаты с точностью до 1,5% согласуются с численными расчетами других авторов.

Пусть границей между жидкостью и газовой смесью является плоскость $x=0$. Смесь газов с плотностями n_1 и n_2 и с массами молекул m_1 и m_2 заполняет полупространство $x>0$. Жидкость занимает полупространство $x<0$ и имеет постоянную температуру T_L.

Система уравнений для бинарной газовой смеси имеет вид [1]

$$
v_x\frac{\partial f_i}{\partial x}=\frac{f_{0i}{}^u-f_i}{\tau_i},
$$

$$
f_{0i}{}^u=n_i\left(\frac{m_i}{2\pi T}\right)^{3/2}\exp\left\{-\frac{(v_x-u)^2+v_y{}^2+v_z{}^2}{2T}\right\}
\tag{1}
$$

Здесь u — массовая скорость смеси вдоль нормали к поверхности, τ_i — время соударения частиц, не зависящее, как указывалось выше, от скорости, $f_i(x, \mathbf{v})$ — функция распределения молекул i-го сорта газа по скоростям.

Величины n_i, u, T выражаются через функцию распределения следующим образом:

$$
\rho_i=m_in_i=m_i\int f_i(x,\mathbf{v})\,d\mathbf{v}
$$

$$
u=\frac{\rho_1u_1+\rho_2u_2}{\rho_1+\rho_2}=\frac{1}{\rho_1+\rho_2}\left(m_1\int f_1(x,\mathbf{v})\mathbf{v}_x\,dv+m_2\int f_2(x,\mathbf{v})v_x\,d\mathbf{v}\right)
\tag{2}
$$

$$
T=\frac{1}{3(n_1+n_2)}\left[m_1\int(\mathbf{v}-\mathbf{u})^2f_1(x,\mathbf{v})\,d\mathbf{v}+m_2\int(\mathbf{v}-\mathbf{u})^2f_2(x,\mathbf{v})\,d\mathbf{v}\right]
$$

Температура измеряется в энергетических единицах.

Столкновительные члены в [1] выбраны в упрощенной форме, но они сохраняют число частиц каждого сорта газа и при $\tau_1=\tau_2=\tau$ сохраняют суммарный импульс и суммарную энергию. Таким образом, τ является неким средним временем релаксации всей газовой смеси.

Для решения поставленной задачи воспользуемся стандартными граничными условиями [5]. Будем предполагать, что молекулы обоих сортов газа отражаются от поверхности жидкости диффузно с температурой, равной температуре жидкости (т. е. коэффициенты аккомодации по импульсу и по энергии полагаем равными единице). В таком случае граничные условия к уравнению (1) запишутся в виде

$$f_i(x=0, v_x;\ v_y;\ v_z)_{v_x>0} = n_r^{(i)}\left(\frac{m_i}{2\pi T_L}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m_i v^2}{2T_L}\right) \tag{3}$$

где $n_r^{(1)} = n_L$ — плотности насыщенного пара жидкости, занимающей полупространство $x<0$, при температуре T_L, а $n_r^{(2)}$ находится из условия непротекания. Как обычно, решение уравнений (1) ищется в виде

$$f_i = f_{i0}^\circ + \varphi_i \qquad (\varphi_i \ll f_{i0}^\circ) \tag{4}$$

$$f_{i0}^\circ = n_{0i}\left(\frac{m_i}{2\pi T_0}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{m_i v^2}{2T_0}\right)$$

Подставляя (4) в (1) и производя линеаризацию [5], получим следующую систему интегро-дифференциальных уравнений:

$$\tau v_x\frac{\partial\varphi_i}{\partial x} + \varphi_i = f_{i0}^\circ\left\{\frac{\delta n_i}{n_{0i}} + \frac{\delta T}{T_0}\left(\frac{m_i v^2}{2T_0} - \frac{3}{2}\right) + \frac{m_i v_x}{T_0}u\right\} \quad (i=1,2) \tag{5}$$

$$n_i = n_{0i} + \delta n_i = n_{0i} + \int \varphi_i(x, \mathbf{v})\, d\mathbf{v}, \qquad \delta T = T - T_0$$

Для дальнейших расчетов удобно ввести величину давления

$$p = p_0 + \delta p = p_0 + \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{2} m_i\int v^2\varphi_i(x, \mathbf{v})\, d\mathbf{v} = nT \tag{6}$$

Введем безразмерные координату, скорость и следующие безразмерные величины:

$$\xi = \frac{x}{\tau w}, \qquad c = \frac{v_x}{w}, \qquad w = \left(2T_0\frac{m_1+m_2}{m_1 m_2}\right)^{1/2} \tag{7}$$

$$\nu_{0i} = \delta n_i / n_{0i}, \quad t_0 = \delta T / T_0, \quad \Pi_0 = \delta p / p_0 \tag{8}$$

Из определения величин ν_{0i}, t_0, Π_0 очевидно следует:

$$\Pi_0 = x_1\nu_{01} + x_2\nu_{02} + t_0 \qquad (x_i = n_{0i}/n_0, \quad n_0 = n_{01} + n_{02}) \tag{9}$$

Тогда, интегрируя уравнения (5) с весом 1 и $m_i v^2/3$, получаем следующую систему интегро-дифференциальных уравнений для функций ν_i, Π:

$$c\frac{\partial}{\partial\xi}\nu_i + \nu_i = \frac{1}{\theta_i\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_i^2}\right)\left\{\nu_{0i} - (x_1\nu_{01} + x_2\nu_{02})\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{c^2}{\theta_i^2} - \frac{1}{2}\right) + \Pi_0\left(\frac{c^2}{\theta_i^2} - \frac{1}{2}\right) + 2\frac{cG}{\theta_i^2}\right\} \quad (i=1,2)$$
$$c\frac{\partial\Pi}{\partial\xi} + \Pi = \frac{2}{3\sqrt{\pi}}\left[\frac{x_1}{\theta_1}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_1^2}\right)\nu_{01}\left(1 + \frac{c^2}{\theta_1^2}\right) + \frac{x_2}{\theta_2}\times\right. \tag{10}$$
$$\left.\times\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_2^2}\right)\nu_{02}\left(1 + \frac{c^2}{\theta_2^2}\right)\right] - \frac{1}{\sqrt{\pi}}(x_1\nu_{01} + x_2\nu_{02} - \Pi_0)\times$$

$$\times\left[\frac{x_1}{\theta_1}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_1^2}\right)\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\frac{c^2}{\theta_1^2}+\frac{2}{3}\frac{c^4}{\theta_1^4}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{x_2}{\theta_2}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_2^2}\right)\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\frac{c^2}{\theta_2^2}+\frac{2}{3}\frac{c^4}{\theta_1^4}\right)\right]+$$

$$+\frac{4}{3}\frac{G}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{x_1}{\theta_1^3}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_1^2}\right)c\left(1+\frac{c^2}{\theta_1^2}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{x_2}{\theta_2^3}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_2^2}\right)c\left(1+\frac{c^2}{\theta_2^2}\right)\right]$$

$$\nu_i=\frac{w}{n_{0i}}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\varphi_i(x;\,\mathbf{v})\,dv_y\,dv_z,\qquad \nu_{0i}=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\nu_i\,dc$$

$$\Pi_i=\frac{m_iw}{3n_0T_0}\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\varphi_i(x,\mathbf{v})\,v^2\,dv_y\,dv_z,\qquad \Pi_0=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Pi_1\,dc+\int\limits_{-\infty}^{\infty}\Pi_2\,dc$$

(11)

$$G=\frac{u}{w},\qquad \theta_i=\left(\frac{\mu}{m_i}\right)^{1/2},\qquad \mu=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$$

Граничные условия к уравнениям (10) следуют из (3) и имеют вид

$$\nu_i(c;\,\xi=0)_{c>0}=\frac{1}{\sqrt{\pi}\theta_i}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_i^2}\right)\left\{\nu_r^{(i)}-(x_1\nu_r^{(1)}+x_2\nu_r^{(2)})\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{c^2}{\theta_i^2}-\frac{1}{2}\right)+\Pi_r\left(\frac{c^2}{\theta_i^2}-\frac{1}{2}\right)\right\}$$

(12)

$$\Pi(c,\xi=0)_{c>0}=\frac{2}{3\sqrt{\pi}}\left[\frac{x_1}{\theta_1}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_1^2}\right)\nu_r^{(1)}\left(1+\frac{c^2}{\theta_1^2}\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{x_2}{\theta_2}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_2^2}\right)\nu_r^{(2)}\left(1+\frac{c^2}{\theta_2^2}\right)\right]-\frac{1}{\sqrt{\pi}}(x_1\nu_r^{(1)}+x_2\nu_r^{(2)}-\Pi_r)\times$$

$$\times\left[\frac{x_1}{\theta_1}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_1^2}\right)\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\frac{c^2}{\theta_1^2}+\frac{2}{3}\frac{c^4}{\theta_1^4}\right)+\frac{x_2}{\theta_2}\exp\left(-\frac{c^2}{\theta_2^2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\frac{c^2}{\theta_2^2}+\frac{2}{3}\frac{c^4}{\theta_2^4}\right)\right]$$

$$\left(\nu_r^{(i)}=\frac{n_r^{(i)}-n_{0i}}{n_{0i}},\ t_r=\frac{T_L-T_0}{T_0},\ \Pi_r=x_1\nu_r^{(1)}+x_2\nu_r^{(2)}+t_r\right)$$

При $\xi\gg1$ вне слоя Кнудсена решения системы (10) линейно растут с ростом ξ, т. е.

(13) $$\Pi_0=\alpha_\Pi\xi+\beta_\Pi,\quad \nu_{0i}=\alpha_\nu^{(i)}\xi+\beta_\nu^{(i)}$$

в чем легко убедиться непосредственной подстановкой выражений (12) в систему (10) с последующим переходом к ν_{0i} и Π_0 по формулам (11).

Из определения величин p_0, n_{01}, n_{02} следует, что

(14) $$\beta_\Pi=\beta_\nu^{(1)}=\beta_\nu^{(2)}=0$$

Поскольку константы $\beta_{п}$, $\beta_\nu^{(1)}$ и $\beta_\nu^{(2)}$ являются функциями от $\nu_r^{(1)}$, $\nu_r^{(2)}$, Π_r, что следует из граничных условий (12), то, приравнивая их к нулю (см. (14)), найдем выражения для $\nu_r^{(1)}$, $\nu_r^{(2)}$, Π_r. Находя $\nu_r^{(1)}$ и t_r, фактически определяем скачок плотности и температуры конденсирующего (или испаряющегося) компонента смеси, так как по существу величины n_0, T_0, p_0 представляют собой фиктивные значения плотности, температуры и давления газовой смеси на поверхности жидкости, которые следует использовать в качестве граничных условий к гидродинамическим уравнениям.

Таким образом, процедура нахождения скачков плотности и температуры сводится к нахождению величин $\beta_\nu^{(1)}$, $\beta_\nu^{(2)}$, $\beta_{п}$. Для нахождения этих величин проделаем следующую процедуру. Из системы (10) следуют законы сохранения:

$$K_\nu^{(1)}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} c\nu_1(c;\xi)\,dc=\mathrm{const},\quad K_\nu^{(2)}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} c\nu_2(c,\xi)\,dc=\mathrm{const}$$

$$K_{п}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} c\Pi(c;\xi)\,dc=\mathrm{const} \tag{15}$$

$$L_\nu^{(1)}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} c^2\nu_1(c;\xi)\,dc+[K_\nu^{(1)}-G]\xi=\mathrm{const},$$

$$L_\nu^{(2)}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} c^2\nu_2(c,\xi)\,dc+[K_\nu^{(2)}-G]\xi=\mathrm{const}, \tag{16}$$

$$L_{п}=\int\limits_{-\infty}^{\infty} c^2\Pi(c;\xi)\,dc+\left[K_{п}-\frac{5}{3}G\right]\xi=\mathrm{const}$$

которые получаются путем интегрирования уравнений (10) с весом c и c^2.

Величины $\alpha_\nu^{(1,2)}$, $\alpha_{п}$, $\beta_\nu^{(1,2)}$, $\beta_{п}$ выразим через $K_\nu^{(1,2)}$, $K_{п}$, $L_\nu^{(1,2)}$, L_n. Для этого из (10) с учетом (13) найдем $\nu_i(c;\xi)$, $\Pi(c;\xi)$ для $\xi\gg1$.

Подставляя найденные значения в (15), (16), получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned}
&K_\nu^{(1)}=-{}^1/_2\theta_1^2[x_2(\alpha_\nu^{(1)}-\alpha_\nu^{(2)})+\alpha_{п}]+G\\
&K_\nu^{(2)}=-{}^1/_2\theta_2^2[x_1(\alpha_\nu^{(2)}-\alpha_\nu^{(1)})+\alpha_{п}]+G\\
&K_{п}=-{}^5/_6\{x_1\alpha_\nu^{(1)}[\theta_1^2(1-2x_1)-2x_2\theta_2^2]+x_2\alpha_\nu^{(2)}\times\\
&\times[\theta_2^2(1-2x_2)-2x_1\theta_1^2]\}+{}^5/_3G
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
&L_\nu^{(1)}={}^1/_2\theta_1^2[x_2(\beta_\nu^{(1)}-\beta_\nu^{(2)})+\beta_{п}]\\
&L_\nu^{(2)}={}^1/_2\theta_2^2[x_1(\beta_\nu^{(2)}-\beta_\nu^{(1)})+\beta_{п}]\\
&L_{п}={}^5/_6\{x_1\beta_\nu^{(1)}[\theta_1^2(1-2x_1)-2x_2\theta_2^2]+x_2\beta_\nu^{(2)}[\theta_2^2(1-2x_2)-\\
&-2x_1\theta_1^2]\}+{}^5/_3\beta_{п}[x_1\theta_1^2+x_2\theta_2^2]
\end{aligned} \tag{18}$$

Используя определение среднемассовой скорости (2), получим для G следующее выражение:

$$(19)\qquad G=\rho_0^{-1}\{\rho_{01}K_\nu^{(1)}+\rho_{02}K_\nu^{(2)}\}$$

Таким образом видим, что среднемассовая скорость смеси постоянна.

Подставляя в (19) $K_\nu^{(1)}$ и $K_\nu^{(2)}$, получаем $\alpha_\text{п}=0$, т. е. гидродинамическое давление постоянно в системе вне слоя Кнудсена (см. (12)). Это говорит о том, что стационарный процесс испарения — конденсации в такой системе может реализоваться только при постоянном внешнем давлении. Тогда из (12) и (13) получим

$$(20)\qquad \Pi_0=0.$$

Будем предполагать, что при $\xi\gg1$ заданы постоянные градиент концентрации первого компонента и градиент гидродинамической температуры. Используя далее уравнение (20), найдем для $\alpha_\nu^{(1)}$ и $\alpha_\nu^{(2)}$ следующие значения:

$$(21)\qquad \alpha_\nu^{(1)}=\frac{n_0}{n_{01}}\frac{\partial c_1}{\partial\xi}-\frac{1}{T_0}\frac{\partial T_1}{\partial\xi},$$

$$\alpha_\nu^{(2)}=-\frac{n_0}{n_{02}}\frac{\partial c_1}{\partial\xi}-\frac{1}{T_0}\frac{\partial T}{\partial\xi}\left(c_1=\frac{n_1}{n}\right)$$

Так как для второго компонента выполняются условия непротекания на поверхности $x=0$, т. е. $K_\nu^{(2)}=0$, то равенства (16) позволяют найти среднемассовую скорость

$$(22)\qquad G=-\frac{\theta_2^2}{2}x_1\frac{n_0^2}{n_{10}n_{20}}\frac{\partial c_1}{\partial\xi}$$

Отсюда следует, что среднемассовая скорость определяется только градиентом концентрации, несмотря на существование градиента температуры. Это следует из того факта, что явление термодиффузии, как указывалось выше, не описывается данной моделью.

Из (16) и (20) видно, что для определения $\beta_\nu^{(1,2)}$, $\beta_\text{п}$ нужно знать значения $\nu_1(c,0)$, $\nu_2(c,0)$ и $\Pi(c,0)$. Значения этих величин найдем приближенно. Для этого в уравнения (10) подставим (см. (12))

$$(23)\qquad \Pi_0=\beta_{\text{п}0},\quad \nu_{0i}=\alpha_\nu^{(i)}\xi+\beta_{\nu0}^{(i)}$$

и, используя граничные условия (12), найдем $\nu_{1,2}(c,0)$ и $\Pi(c,0)$.

Далее, потребовав выполнения условий (16), найдем значения $\beta_{\nu0}^{(1,2)}$, $\beta_{\text{п}0}$. В работе [2] изложены соображения, подтверждающие достаточную точность такого способа нахождения $\Pi_0(c,0)$ и $\nu_{1,2}(c,0)$.

Проделав указанную процедуру, получаем

$$\beta_{\nu0}^{(1)}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{(2-x_2)}{\theta_1}(x_1\theta_2^2+x_2\theta_1^2)(\alpha_\nu^{(1)}-\alpha_\nu^{(2)})+\nu_r^{(1)}+\Pi_r-\beta_{\text{п}0}$$

$$\beta_{\nu0}^{(2)}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\frac{x_1}{\theta_1}(x_1\theta_2^2+x_2\theta_1^2)(\alpha_\nu^{(1)}-\alpha_\nu^{(2)})+\nu_r^{(2)}+\Pi_r-\beta_{\text{п}0}$$

$$(24)\qquad \beta_{\text{п}0}=-\frac{5}{16}\sqrt{\pi}(x_1\alpha_\nu^{(1)}+x_2\alpha_\nu^{(2)})\frac{\Delta_2}{\Delta}+\frac{\sqrt{\pi}}{16}\frac{x_1}{\theta_1\Delta_1}(x_1\theta_2^2+x_2\theta_1^2)\times$$

$$\times(\theta_1+8\Delta_1)(\alpha_\nu^{(1)}-\alpha_\nu^{(2)})+\Pi_r$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} c^2\nu_i(c,0)\,dc = \frac{\theta_i^3}{4\sqrt{\pi}}[2\alpha_\nu^{(i)} - 3(x_1\alpha_\nu^{(1)} + x_2\alpha_\nu^{(2)})] + \tag{25}$$
$$+\frac{\theta_i^2}{4}[\beta_{\nu0}^{(i)} - (x_1\beta_{\nu0}^{(1)} + x_2\beta_{\nu0}^{(2)} - \beta_{\Pi0})] - \frac{\theta_i}{\sqrt{\pi}}G + \frac{\theta_i^2}{4}[\nu_r^{(i)} + t_r]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} c^2\Pi(c;0)\,dc = \frac{1}{\sqrt{\pi}}[x_1\alpha_\nu^{(1)}\theta_1^3 + x_2\alpha_\nu^{(2)}\theta_2^3] - \frac{5}{2\sqrt{\pi}}(x_1\alpha_\nu^{(1)} +$$
$$+ x_2\alpha_\nu^{(2)})\Delta_3 + {}^5/_{12}[x_1\theta_1^2\beta_{\nu0}^{(1)} + x_2\theta_2^2\beta_{\nu0}^{(2)}] - {}^5/_6(x_1\beta_{\nu0}^{(1)} +$$
$$+ x_2\beta_{\nu0}^{(2)})\Delta_2 + \frac{5}{6}\beta_{\Pi0}\Delta_2 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}G\Delta_1 + \frac{5}{12}[x_1\theta_1^2\nu_r^{(1)} +$$
$$+ x_2\theta_2^2\nu_r^{(2)}] - \frac{5}{6}(x_1\nu_r^{(1)} + x_2\nu_r^{(2)} - \Pi_r)\Delta_2 \tag{26}$$

$$(\Delta_m = x_1\theta_1^m + x_2\theta_2^m)$$

Далее, приравнивая (25) и (26) к нулю (см. (18)), находим для $\nu_r^{(1)}$ и t_r следующие значения:

$$\nu_r^{(1)} = -\frac{x_1\theta_2^2 + x_2\theta_1^2}{x_1x_2\theta_1}\left\{\frac{\sqrt{\pi}}{32}\frac{(8\Delta_1 - x_1\theta_1)}{\Delta_1} + \frac{1}{5\sqrt{\pi}}\frac{(5\Delta_2 - x_1\theta_1^2)}{\Delta_2}\right\}\times \tag{27}$$
$$\times\frac{\partial c_1}{\partial\xi}\left\{\frac{13}{10\sqrt{\pi}}\frac{\Delta_3}{\Delta_2} + \frac{5}{32}\sqrt{\pi}\frac{\Delta_2}{\Delta_1} - \frac{\theta_1}{2\sqrt{\pi}}\right\}\frac{1}{T_0}\frac{\partial T_1}{\partial\xi}$$
$$t_r = -\left[\frac{5}{16}\sqrt{\pi}\frac{\Delta_2}{\Delta_1} + \frac{13}{10\sqrt{\pi}}\frac{\Delta_3}{\Delta_2}\right]\frac{1}{T_0}\frac{\partial T_1}{\partial\xi} -$$
$$-\frac{x_1\theta_2^2 + x_2\theta_1^2}{x_2\Delta_1\Delta_2}\left\{\frac{\theta_1\Delta_1}{5\sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{\pi}}{16}\Delta_2\right\}\frac{\partial c_1}{\partial\xi}$$

Величину τ в формуле (27) выразим через коэффициенты переноса газовой смеси — коэффициент диффузии и теплопроводности. Поскольку данная модель не описывает явления термодиффузии, то один из членов в (27) связан с диффузией, а другой — с теплопроводностью. Связь между τ и D_{12} можно найти, потребовав, чтобы система (10) правильно описывала диффузию в безграничном пространстве [6]

$$u_1 - u_2 = -D_{12}\frac{n^2}{n_1n_2}\frac{\partial c_1}{\partial x} \tag{28}$$

Подставляя соответствующие значения в формулу (28), найдем

$$\tau = \frac{n_0m_1m_2}{\rho T_0}D_{12} \tag{29}$$

Аналогично находится связь между τ и $\varkappa$ — коэффициентом теплопроводности

$$\tau = \frac{2\varkappa}{5T_0}\left[\frac{n_{01}}{m_1} + \frac{n_{02}}{m_2}\right]^{-1} \tag{30}$$

Тогда получаем окончательно

$$\nu_r^{(1)} = -\left\{\frac{\sqrt{\pi}}{32}\frac{(8\Delta_1 - x_1\theta_1)}{\Delta_1} + \frac{1}{5\sqrt{\pi}}\frac{(5\Delta_2 - x_1\theta_1^2)}{\Delta_2}\right\} 2\frac{n_0^2}{n_{10}n_{20}} \times$$

$$\times D_{12}\sqrt{\frac{m_1}{2T_0}}\frac{\partial c_1}{\partial x} + \left\{\frac{13}{10\sqrt{\pi}}\frac{\Delta_3}{\Delta_2} + \frac{5}{32}\sqrt{\pi}\frac{\Delta_2}{\Delta_1} - \frac{\theta_1}{2\sqrt{\pi}}\right\}\frac{2\varkappa}{5T_0^2}\left[\frac{n_{10}}{m_1} + \frac{n_{20}}{m_2}\right]^{-1} w\frac{\partial T_1}{\partial x}$$

$$t_r = -\left\{\frac{x_1\theta_1^2}{5\sqrt{\pi}\Delta_2} + \frac{\sqrt{\pi}}{16}\frac{x_1\theta_1}{\Delta_1}\right\} 2\frac{n_0^2}{n_{10}n_{20}} D_{12}\sqrt{\frac{m_1}{2T_0}}\frac{\partial c_1}{\partial x} -$$

$$- \left\{\frac{5}{16}\sqrt{\pi}\frac{\Delta_2}{\Delta_1} + \frac{13}{10\sqrt{\pi}}\frac{\Delta_3}{\Delta_2}\right\}\frac{2\varkappa}{5T_0^2}\left[\frac{n_{10}}{m_1} + \frac{n_{20}}{m_2}\right]^{-1} w\frac{\partial T_1}{\partial x} \tag{31}$$

При $\partial T / \partial x = 0$ из формул (31) для $\nu_r^{(1)}$ получим

$$\nu_r^{(1)} = -2\alpha\sqrt{\frac{m_1}{2T_0}}\frac{n_0^2}{n_{10}n_{20}} D_{12}\frac{\partial c_1}{\partial x} \tag{32}$$

где α зависит от масс первого и второго компонентов смеси и от их концентрации. При $m_1 = m_2$ и $x_1 = 1/2$ получим $2\alpha = 1.89$.

В работе [7] был найдем скачок плотности однородно нагретой бинарной газовой смеси. Расчет проводился методом полупространственных моментов. Была получена формула (32), в которой коэффициент 2α постоянен и равнялся 2.02, что менее чем на 7% отличается от полученного результата.

Если потребовать, чтобы условия непротекания выполнялись и для первого компонента, то из (27) получим температурный скачок для бинарной смеси на твердой стенке

$$t_r = -\left\{\frac{5}{16}\sqrt{\pi}\frac{\Delta_2}{\Delta_1} + \frac{13}{10\sqrt{\pi}}\frac{\Delta_3}{\Delta_2}\right\}\frac{1}{T_0}\frac{\partial T_1}{\partial \xi} \tag{33}$$

При $m_1 = m_2$ выражение (32) принимает следующий вид:

$$t_r = -\frac{5}{8}\sqrt{\pi}\left[\frac{1}{2} + \frac{52}{25\sqrt{\pi}}\right]\frac{1}{T_0}\frac{\partial T_1}{\partial \xi'}\left(\xi' = \frac{x}{\tau\sqrt{2T_0/m}}\right) \tag{34}$$

Эта величина точно совпадает со скачком температуры однокомпонентного газа на твердой стенке, полученного в работе [3] (при равных единице коэффициентах аккомодации).

Поступила 9 II 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krook M.* A model for collision processes in gases. I. Smal amplitude processes in charged and neutral one — component systems. Phys. Rev., 1954, vol. 94, No. 3.
2. *Абрамов Ю. Ю., Напартович А. П.* Граничные условия к уравнению диффузии. Теплофизика высоких температур, 1968, т. 6, № 5.
3. *Абрамов Ю. Ю.* Приближенный метод решения кинетического уравнения вблизи границы. II. Температурный скачок. Теплофизика высоких температур, 1970, т. 8, № 5.
4. *Абрамов Ю. Ю., Гладуш Г. Г.* Диффузионное и тепловое скольжение бинарной смеси газов. ПМТФ, 1970, № 4.
5. *Коган М. Н.* Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
6. *Чепмен С., Каулинг Т.* Математическая теория неоднородных газов. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
7. *Ивченко И. Н., Яламов Ю. И., Гайдуков М.* О скачке концентрации газа над плоской поверхностью жидкости. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 2.