УДК 532.5 : 541.12

МЕТОД РАСЧЕТА ХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ОБОГРЕВАЕМОЙ ТРУБЕ В СОСТОЯНИЯХ, БЛИЗКИХ К РАВНОВЕСНОМУ ИЛИ ЗАМОРОЖЕННОМУ

В. С. БЕЛЯНИН, Н. И. ГОРБУНОВА, Э. Э. ШПИЛЬРАЙН

(*Москва*)

Аналитически исследуется решение уравнений, описывающих турбулентное изобарное течение химически реагирующего газа в обогреваемой трубе. Для течения, близкого к замороженному, методом возмущений, а для течения, близкого к равновесному, асимптотическим методом получены решения обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с учетом нулевого и первого приближений. Для нахождения последующих приближений выписаны линейные дифференциальные уравнения в вариациях.

Положительная сторона аналитического исследования околоравновесного течения связана с тем, что использование обычных явных методов численного интегрирования в области приближения реакции к равновесию вызывает сильное уменьшение шага интегрирования и решение может стать неустойчивым [1]. Ценность рассмотренных приближенных аналитических методов состоит в обозримости и достаточной общности результатов.

Задача рассматривается в квазиодномерном приближении (при отсутствии диффузии и переноса тепла в осевом направлении и пренебрежении диссипацией энергии) на основе уравнений, полученных в работе [2]. Предлагаемая модель вполне оправдана на первом этапе исследования влияния химической неравновесности на свойства потока в обогреваемой трубе.

1. Рассмотрим вначале приближение к равновесию в условиях изотермического течения с одной химической реакцией.

Если температура газа на входе в канал испытывает ступенчатое изменение и в дальнейшем поддерживается постоянной, то можно записать линеаризованное уравнение

$$\rho w \frac{d\Delta\xi}{dx} = \left(\frac{\partial\omega}{\partial\xi}\right)_e \Delta\xi$$

из которого следует, что величину

$$x_p \equiv -\rho w \Big/ \left(\frac{\partial\omega}{\partial\xi}\right)_{1e} = \rho w \left\{ k_f \prod_j \left(\frac{c_{je}}{\mu_j}\rho\right)^{\nu_j} \left[\sum_{i=1}^{m} \frac{\nu_i^2\mu_i}{c_{ie}} - \mu\Delta\nu^2 \right]\right\}^{-1} \tag{1.1}$$

имеющую размерность длины, можно интерпретировать как характерную длину релаксации. Здесь $\Delta\xi = \xi(x) - \xi_e(T)$ — отклонение $\xi(x)$ от равновесного значения ξ_e, соответствующего температуре в канале; остальные обозначения здесь и ниже как в [2]. Увеличение температуры газа в канале приводит к уменьшению x_p, так как возрастает по экспоненциальному закону константа скорости реакции.

В случае неизотермического течения с одной неравновесной реакцией математическое описание задачи основано на следующих уравнениях [2]:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{1}{C_{p,\xi}}\left[\frac{q}{G} - Q_p\frac{d\xi}{dx}\right] \equiv f(T(x), \xi(x)), \quad T(0) = T^\circ \tag{1.2}$$

$$\varepsilon\frac{d\xi}{dx}=\left[\prod_j\left(\frac{c_j}{\mu_j}\mu\right)^{\nu_j}-\frac{P^{\Delta\nu}}{K_p}\prod_k\left(\frac{c_k}{\mu_k}\mu\right)^{\nu_k}\right]\frac{\xi_m}{X}\equiv F(T(x),\xi(x)),$$

$$\xi(0)=\xi^\circ$$

$$\left(\varepsilon=\frac{\rho w}{k_f(P/R_0T)^{\Sigma\nu_j}}\frac{\xi_m}{X}\sim\frac{x_p}{X}\right)$$

где безразмерный параметр ε пропорционален отношению двух характерных длин: длины релаксации и длины канала X; ξ_m — максимальное значение удельной степени завершенности, соответствующее условиям, когда реакция полностью сдвинута вправо.

Особенностью неизотермического течения является неявная зависимость x_p от продольной координаты x, и поэтому процесс течения в каждом сечении канала характеризуется своим специфическим значением x_p. В зависимости от соотношения x_p и X, т. е. от значения ε, процессы в канале можно разделить на близкие к замороженным, неравновесные и близкие к равновесным. При $\varepsilon \gg 1$ реакция далека от завершения, тогда как $\varepsilon \ll 1$ соответствует околоравновесным условиям течения.

Строго говоря, такие оценки как будто бы справедливы только для выходного сечения канала. Однако в силу того что свойства газа в любом промежуточном сечении x идентичны свойствам (при прочих равных условиях) на выходе из канала длиной x $(\equiv X)$, то приведенные выше оценки справедливы для любого промежуточного сечения, если под X $(\equiv x)$ понимать значение координаты этого сечения.

2. В обогреваемом канале происходит переход от околозамороженного течения к околоравновесному и поэтому рассмотрим сначала случай, когда параметр ε очень велик. Тогда малым параметром будет величина $1/\varepsilon$.

При $1/\varepsilon\to 0$ система (1.2) представляет собой задачу Коши с регулярным возмущением и естественно искать ее решение в виде степенных рядов по $1/\varepsilon$

$$T(x,\ 1/\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}T_k(1/\varepsilon)^k,\qquad \xi(x,1/\varepsilon)=\sum_{k=0}^{\infty}\xi_k(1/\varepsilon)^k \tag{2.1}$$

Подставим эти ряды в систему (1.2), в которой для правых частей написаны тейлоровские разложения. Тогда после обычного сравнения одинаковых степеней $1/\varepsilon$ получим системы дифференциальных уравнений для нахождения функций T_k и ξ_k $(k=0,1,\ldots)$.

В частности, функции T_0 и ξ_0 находятся из решения системы (1.2) при $1/\varepsilon=0$. Решение имеет вид

$$h(T_0(x),\xi^\circ)=h(T^\circ,\xi^\circ)+(q/G)x,\qquad \xi_0(x)=\xi^\circ=\text{const}$$

и выражает тот физический факт, что течение в нулевом приближении осуществляется с постоянным начальным составом. Температуру $T_0(x)$ можно легко находить численно или графически, если заранее построена зависимость энтальпии $h(T,\xi^\circ)$ от температуры.

Функции T_k и ξ_k $(k>0)$ последовательно определяются из следующих линейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dT_1}{dx}=\frac{\partial f(T_0,\xi_0)}{\partial T}T_1+\frac{\partial f(T_0,\xi_0)}{\partial\xi}\xi_1,\qquad \frac{d\xi_1}{dx}=F(T_0,\xi_0)$$

$$\frac{dT_k}{dx}=\frac{\partial f(T_0,\xi_0)}{\partial T}T_k+\frac{\partial f(T_0,\xi_0)}{\partial\xi}\xi_k+p_k(T_1,\ldots,T_{k-1},\xi_1,\ldots,\xi_{k-1})$$

$$\frac{d\xi_k}{dx}=\frac{\partial F(T_0,\xi_0)}{\partial T}T_{k-1}+\frac{\partial F(T_0,\xi_0)}{\partial \xi}\xi_{k-1}+q_{k-1}(T_1,\ldots,T_{k-2},\xi_1,\ldots,\xi_{k-2})$$

$$T_k(0)=0,\quad \xi_k(0)=0\quad (k>0)$$

где p_k и q_{k-1} — многочлены относительно T_s, ξ_s $(s\leqslant k-1)$. Система уравнений первого приближения имеет следующее решение:

$$\xi_1(x)=\left\{\prod_j\left(\frac{c_j(0)}{\mu_j}\mu(0)\right)^{\nu_j}x-\prod_k\left(\frac{c_k(0)}{\mu_k}\mu(0)\right)^{\nu_k}\int_0^x\frac{P^{\Delta\nu}}{K_p(T_0(x))}dx\right\}\frac{\xi_m}{X}$$

$$T_1(x)=\exp\left[\int_0^x\frac{\partial f(T_0,\xi_0)}{\partial T}dx\right]\int_0^x\frac{\partial f(T_0,\xi_0)}{\partial \xi}\xi_1(x)\exp\left[-\int_0^x\frac{\partial f(T_0,\xi_0)}{\partial T}dx\right]dx$$

которое может быть найдено только численно.

В рассматриваемой задаче функции $f(T(x),\ \xi(x))$ и $F(T(x),\ \xi(x))$ являются аналитическими, а это означает, что ряды (2.1) сходящиеся. Поэтому решение, содержащее только первые члены разложения в ряд, будет удовлетворительно описывать поле течения при конечной скорости реакции, когда характерные длины течения таковы, что оно всюду близко к замороженному.

3. Рассмотрим возможность построения решения уравнений (1.2), когда безразмерный параметр ε мал. При $\varepsilon\to 0$ старшая производная исчезает, и поэтому задача Коши представляет собой задачу сингулярного возмущения.

При $\varepsilon\to 0$ процесс химической релаксации становится мгновенным, и поэтому правая часть второго уравнения также стремится к нулю (удельная степень завершенности стремится к локально-равновесному значению). Следовательно, значение производной $d\xi_e/dx$ остается конечной величиной.

Когда $\varepsilon=0$, система (1.2) становится вырожденной и переходит в математическое описание равновесного течения, которое, выполняя очевидные преобразования, удобно записать в виде

$$\frac{dT_e}{dx}=\frac{1}{C_{p,e}}\frac{q}{G}\equiv f_e(T_e(x),\xi_e(x)),\quad T_e(0)=T_e^\circ \tag{3.1}$$

$$F_e(T_e(x),\ \xi_e(x))=0\quad (C_{p,e}=C_{p,\xi}+Q_p d\xi_e/dT_e) \tag{3.2}$$

где $C_{p,e}$ — эффективная теплоемкость газа.

Рассматривая систему дифференциальных уравнений, подобную (1.2), А. Н. Тихонов [3, 4] доказал теорему, согласно которой можно утверждать, что при некоторых условиях на конечном отрезке $0\leqslant x\leqslant X$ для решений $T(\varepsilon,x)$ и $\xi(\varepsilon,x)$ системы (1.2) справедливы следующие предельные соотношения:

$$\lim_{\varepsilon\to 0}T(\varepsilon,x)=T_e(x),\quad \lim_{\varepsilon\to 0}\xi(\varepsilon,x)=\xi_e(x)$$

Для выполнения этого необходимо, чтобы изолированное решение $\xi_e(x)$ являлось устойчивым и начальное значение ξ° входило в область влияния решения $\xi_e(x)$ при начальном значении $T(0)$. Рассмотрим последовательно эти условия.

Прежде всего отметим, что решение $\xi_e(x)=\xi_e(T_e(x))$ уравнения химического равновесия (3.2) является изолированным в силу единственного положительного имеющего физический смысл решения.

Решение $\xi_e(x)$ является устойчивым, так как всегда выполняется достаточное условие устойчивости

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)_e = -\frac{P^{\Delta\nu}}{K_p}\prod_k\left(\frac{c_{ke}}{\mu_k}\mu\right)^{\nu_k}\left\{\sum_{i=1}^{m}\frac{c_{ie}}{\mu_i}\left[\frac{\nu_i\mu_i}{c_{ie}}-\mu\Delta\nu\right]^2\right\}\frac{\xi_m}{X}<0$$

Точка $(T(0),\ \xi(0))$ принадлежит области влияния устойчивого корня $\xi_e = \xi_e(x)$, так как решение задачи

$$\frac{d\xi}{dx_\varepsilon} = F(T(0), \xi(x_\varepsilon)), \qquad \xi(0) = \xi^\circ$$

существует при всех $x_\varepsilon > 0$ и при $x_\varepsilon \to +\infty$ стремится к $\xi_e = \xi_e(T(0))$. Введение координаты x_ε связано с преобразованием растяжения: $x_\varepsilon = x/\varepsilon$.

Таким образом, условия выполняются, и поэтому при $\varepsilon \to 0$ решение системы (1.2) стремится к решению вырожденной системы (3.1), (3.2).

4. Теорема А. Н. Тихонова служит основой для построения асимптотического разложения решения сингулярно возмущенной задачи Коши. Основная трудность при решении подобных задач возникает из-за того, что при $\varepsilon \to 0$ порядок дифференциального уравнения понижается и некоторые начальные условия перестают выполняться. При решении таких уравнений часто используется метод внешнего и внутреннего разложения с применением асимптотического принципа сращивания [5].

В последнее время разработан метод [6] нахождения решений систем дифференциальных уравнений, содержащих малый параметр при старшей производной, в котором полагается, что асимптотическое разложение равномерно во всей области, и тем самым устраняется необходимость сращивания. Наиболее простое построение такого разложения изложено А. Б. Васильевой в добавлении 2 к книге В. Вазова [7].

Разложение решения для системы (1.2) ищется в виде

$$(4.1) \qquad Z(\varepsilon, x) = \sum_{k=0}^{\infty} Z_k(x)\varepsilon^k + \sum_{k=0}^{\infty}\Pi_k Z(x_\varepsilon)\varepsilon^k$$

где под $Z(x,\ \varepsilon)$ понимается T и ξ в совокупности (заметим, что пограничные члены $\Pi_k Z$ записываются в координатах переменной x_ε). Формулы (4.1) рассматриваются как асимптотические разложения, а не как сходящиеся ряды, потому что проблема сходимости этих рядов до сих пор остается открытой.

Разлагая правые части уравнений (1.2) в ряд по степеням ε и подставляя формальные асимптотические разложения (4.1) в эти уравнения, после приравнивания членов с одинаковыми степенями ε получим последовательность систем уравнений для функций различного порядка приближения.

Первым шагом является нахождение решения $T_e(x)$ и $\xi_e(x)$ вырожденной системы (3.1) — (3.2), которое будем считать известным, так как решение этой системы не представляет принципиальных трудностей [2].

Система дифференциальных уравнений для определения пограничных членов $\Pi_0 Z(x_\varepsilon)$ имеет вид

$$\frac{d\Pi_0 T}{dx_\varepsilon} = 0, \qquad \frac{d\Pi_0\xi}{dx_\varepsilon} = F(T(0) + \Pi_0 T,\ \xi_e(0) + \Pi_0\xi)$$

Пользуясь условием убывания пограничных членов на бесконечности ($\Pi Z \to 0$ при $x_\varepsilon \to \infty$), получим из первого уравнения $\Pi_0 T(x_\varepsilon) \equiv 0$. Начальное условие для второго уравнения имеет вид $\Pi_0\xi(0) = \xi^\circ -$

$-\xi_e(T(0)) \equiv \Delta\xi$. Решение этого уравнения найти в общем виде не представляется возможным из-за существенно нелинейного характера правой части. Однако так как рассматривается околоравновесное течение, можно воспользоваться разложением функции $F(T(0), \xi_e(0)+\Pi_0\xi)$ в ряд Тейлора около равновесного значения удельной степени завершенности $\xi_e(T_e(0))$ и ограничиться первым членом. Тогда решение второго уравнения будет иметь вид

$$\Pi_0\xi(x_\varepsilon) = -|\Delta\xi(0)|\exp\left[\left(\frac{\partial F}{\partial\xi}\right)_e x_\varepsilon\right] = -|\Delta\xi(0)|\exp\left[-\frac{x}{x_p(T(0),\xi_e(0))}\right]$$

Линейные дифференциальные уравнения для определения коэффициентов первого приближения в ряде (4.1) имеют вид

$$\frac{dT_1}{dx} = \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_e T_1(x) + \left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_e \xi_1(x)$$

$$\frac{d\xi_e}{dx} = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_e T_1(x) + \left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)_e \xi_1(x), \qquad \frac{d\Pi_1 T}{dx_\varepsilon} = f_1 - f_0 \tag{4.2}$$

$$\frac{d\Pi_1\xi}{dx_\varepsilon} = \left(\frac{\partial F_1}{\partial T}\right)_e \Pi_1 T(x_\varepsilon) + \left(\frac{\partial F_1}{\partial \xi}\right)_e \Pi_1\xi(x_\varepsilon) + $$

$$+\frac{\partial}{\partial T_e}[F_1-F_0]\alpha_1(x_\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial\xi_e}[F_1-F_0]\beta_1(x_\varepsilon)$$

$$F = F(T_e(x), \xi_e(x)), \quad F_0 = F(T(0), \xi_e(T(0))), \quad F_1 = F(T(0), \xi_e(0)+\Pi_0\xi)$$

$$\alpha_1(x_\varepsilon) = T_1(0) + x_\varepsilon \partial T_e(0)/\partial x, \qquad \beta_1(x_\varepsilon) = \xi_1(0) + x_\varepsilon\partial\xi_e(0)/\partial x$$

Функции f, f_0 и f_1 определяются аналогично функциям F, F_0 и F_1. Решения этих уравнений следующие:

$$\Pi_1 T(x_\varepsilon) = \frac{q}{G}\left\{-T_1^\circ + \int_0^{x_\varepsilon}[C_{p,e}^{-1}(T(0),\xi_e(0)+\Pi_0\xi) - C_{p,e}^{-1}(T(0),\xi_e(0))]dx_\varepsilon\right\}$$

$$T_1(x) = \frac{q}{G}\exp\left[\int_0^x \frac{df_e}{dT_e}dx\right]\left\{T_1^\circ + \int_0^x \Psi(\tau)\exp\left[-\int_0^\tau \frac{df_e}{dT_e}dx\right]d\tau\right\}$$

$$\xi_1(x) = \frac{q}{G}\frac{d\xi_e}{dT_e}\left\{\left[\left(\frac{\partial F}{\partial\xi}\right)_e C_{p,e}(T_e,\xi_e)\right]^{-1} + \frac{G}{q}T_1(x)\right\}$$

$$\Pi_1\xi(x_\varepsilon) = \frac{q}{G}\exp\left[\int_0^{x_\varepsilon}\left(\frac{\partial F}{\partial\xi}\right)_e dx_\varepsilon\right]\left\{-\xi_1^\circ + \int_0^{x_\varepsilon}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_e \frac{G}{q}\Pi_1 T(\tau) + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \Pi_1\Psi^\circ(\tau)\right]\exp\left[-\int_0^\tau \left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)_e dx_\varepsilon\right]d\tau\right\}$$

В этих формулах приняты обозначения

$$T_1^\circ = \frac{G}{q}\int_0^\infty (f_1 - f_0)\,dx_\varepsilon$$

$$\Psi(x) = \frac{(\partial f/\partial \xi)_e d\xi_e/dT_e}{(\partial F/\partial T)_e C_{p,e}}, \quad \frac{df_e}{dT_e} = \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_e + \left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_e \frac{d\xi_e}{dT_e}$$

$$\xi_1{}^\circ = \left\{\frac{d\xi_e}{dT_e}\left[\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)_e^{-1} C_{p,e}^{-1} + T_1{}^\circ\right]\right\}_{x=0},$$

$$\Pi_1\Psi^\circ = \frac{\partial}{\partial T_e}[F_1 - F_0]\alpha_1{}^\circ + \frac{\partial}{\partial \xi_e}[F_1 - F_0]\beta_1{}^\circ$$

$$\alpha_1{}^\circ(x_\varepsilon) = T_1{}^\circ + x_\varepsilon \frac{d}{dx}[C_{p,e}^{1}(T(0), \xi_e(0))],$$

$$\beta_1{}^\circ(x_\varepsilon = \xi_1{}^\circ + x_\varepsilon \frac{d}{dx}[C_{p,e}^{-1}(T(0), \xi_e(0))]\left(\frac{d\xi_e}{dT_e}\right)_0$$

При решении уравнений (4.2) начальные значения $T_1(0)$, $\xi_1(0)$, $\Pi_1 T(0)$ и $\Pi_1\xi(0)$ определялись из дополнительных условий [7] по мере решения этих уравнений.

Для получения второго и последующих приближений ($k > 1$) необходимо решать следующие дифференциальные уравнения:

$$\frac{dT_k}{dx} = \left(\frac{\partial f}{\partial T}\right)_e T_k + \left(\frac{\partial f}{\partial \xi}\right)_e \xi_k + \Phi_k(x)$$

$$\frac{d\xi_{k-1}}{dx} = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_e T_k + \left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)_e \xi_k + \Psi_k(x)$$

$$\frac{d\Pi_k T}{dx_\varepsilon} = \left(\frac{\partial f_1}{\partial T}\right)_e \Pi_{k-1} T + \left(\frac{\partial f_1}{\partial \xi}\right)_e \Pi_{k-1}\xi + \Pi_{k-1}\Phi(x_\varepsilon)$$

$$\frac{d\Pi_k \xi}{dx_\varepsilon} = \left(\frac{\partial F_1}{\partial T}\right)_e \Pi_k T + \left(\frac{\partial F_1}{\partial \xi}\right)_e \Pi_k\xi + \Pi_k\Psi(x_\varepsilon)$$

Функции $\Phi_k(x)$ и $\Psi_k(x)$ выражаются через $T_s(x)$ и $\xi_s(x)$ $s = 0, 1, 2, \ldots, k-1$, а функции $\Pi_{k-1}\Phi(x_\varepsilon)$ и $\Pi_k\Psi(x_\varepsilon)$ — через $\alpha_s(x_\varepsilon)$, $\beta_s(x_\varepsilon)$, $\Pi_s T(x_\varepsilon)$, $\Pi_s\xi(x_\varepsilon)$, $s \leqslant k$. При этом α_s и β_s имеют вид

$$\alpha_s(x_\varepsilon) = T_s(0) + \frac{x_\varepsilon}{1!}\frac{\partial T_{s-1}(0)}{\partial x} + \ldots + \frac{x_\varepsilon{}^s}{s!}\frac{\partial^s T_e(0)}{\partial x^s}$$

$$\beta_s(x_\varepsilon) = \xi_s(0) + \frac{x_\varepsilon}{1!}\frac{\partial \xi_{s-1}(0)}{\partial x} + \ldots + \frac{x_\varepsilon{}^s}{s!}\frac{\partial^s \xi_e(0)}{\partial x^s}$$

Таким образом, для определения $T_k(x)$, $\xi_k(x)$, $\Pi_k T(x_\varepsilon)$ и $\Pi_k\xi(x_\varepsilon)$ имеются линейные дифференциальные уравнения (так как в правых частях этих уравнений содержатся функции с индексами меньшими k и известные из предыдущих приближений), которые допускают решение в замкнутой форме. Однако технические трудности получения последующих коэффициентов разложения быстро возрастают. Во всяком случае сложность этих коэффициентов, вероятно, намного превышает возможную заинтересованность в их аналитическом нахождении.

Расчет по формулам нулевого и первого приближений, а также численное интегрирование линейных дифференциальных уравнений для нахождения коэффициентов последующих приближений могут быть более подходящими при использовании стандартных численных методов в околоравновесной зоне, чем решение исходной системы уравнений (1.2).

При учете только первых членов асимптотического разложения точность достижения равновесных значений оценивается неравенством

$$|Z(\varepsilon,\ x) - (Z_0 + \Pi_0 Z + \varepsilon Z_1 + \varepsilon \Pi_1 Z)| \leqslant C\varepsilon^2$$

где C — постоянная (при достаточно малых ε).

Вследствие выполнения условия устойчивости все пограничные члены $\Pi_k Z$ $(k > 0)$, учитывающие непосредственное влияние начальных условий, экспоненциально убывают при $x_\varepsilon \to \infty$. Наибольший вклад в изменение параметров потока они дают в области длины канала $x \leqslant x_p(T(0), \xi_e(0))|\ln \delta|$, где δ — заданная точность. Ниже по течению асимптотическим разложением можно считать одну регулярную часть (4.1).

Результаты вышеприведенного рассмотрения нетрудно обобщить на случай произвольного числа независимых реакций. Если безразмерные параметры $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_N$ зависят друг от друга таким образом, что из $\varepsilon_p \to 0$ вытекает $\varepsilon_{p+1} / \varepsilon_p \to 0$ $(p = 1, 2, \ldots, N-1)$, то тогда согласно [3, 4] при соответствующих условиях устойчивости решение полной системы уравнений сходится к решению N-кратно вырожденной задачи, т. е. к математическому описанию химически равновесного течения газовой смеси [2].

В заключение отметим, что аналитическое исследование предельных течений дает много полезной информации, однако вопрос о пределах их применимости в общем случае остается открытым, так как из общего рассмотрения нельзя точно установить, насколько мал или велик должен быть параметр ε. В этом случае необходимо отыскивать диапазон применимости приближенного аналитического исследования, тесно связывая его с точным численным расчетом.

В работе [8] дальше развиваются идеи анализа околоравновесного течения газа в обогреваемой трубе на основе асимптотического разложения (4.1) и приводятся результаты сравнения точного численного расчета с приближенным на примере диссоциирующей четырехокиси азота.

Поступила 11 VIII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Применение вычислительной математики в химической и физической кинетике. М., «Наука», 1969.
2. *Белянин В. С., Горбунова Н. И., Шпильрайн Э. Э.* Математическое описание турбулентного изобарного течения химически реагирующего газа в обогреваемой трубе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1973, № 1.
3. *Тихонов А. Н.* О зависимости решений дифференциальных уравнений от малого параметра. Матем. сб., 1948, т. 22 (64), № 2.
4. *Тихонов А. Н.* Системы дифференциальных уравнений, содержащие малые параметры при производных. Матем. сб., 1952, т. 31(72), № 3.
5. *Ван-Дайк М.* Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
6. *Васильева А. Б.* Асимптотика решений некоторых задач для обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной. Усп. матем. н., 1963, т. 18, вып. 3.
7. *Вазов В.* Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. М., «Мир», 1968.
8. *Белянин В. С., Горбунова Н. И., Шпильрайн Э. Э.* Метод оценки степени химической неравновесности газа при течении в обогреваемом канале. Труды IV Всесоюзного совещания по тепло- и массообмену. Тепло- и массоперенос, т. 2, ч. 2. Минск, «Наука и техника», 1972.