

Наконец, информацию о величине скоростного отношения можно получить, анализируя результаты визуальных наблюдений картины течения (фиг. 3). Свечение потока здесь связано с остаточной ионизацией в нем, а его расходимость — со сферическим характером истечения и конечностью числа S . Если измеренный полуугол расходимости θ отнести только за счет второй причины, то полученное значение $S = \text{arc ctg } \theta$ будет нижней границей значений S . Проведенные измерения показали, что $S \geq 6$.

Таким образом, оценки, основанные на предположении о стабилизации параметров потока в свободно-молекулярной области, достаточно хорошо согласуются между собой и с прямыми измерениями.

Поступила 23 II 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М., «Наука», 1967.
2. Жестков Б. Е. Исследование высокотемпературной струи, истекающей в вакуум. Изв. АН СССР, МЖГ, 1972, № 3.
3. Vidal R. J., Skinner G. T., Barts J. A. Speed ratio measurements in nonequilibrium nozzle and free-jet expansion. The Fifth Internat. Sympos. on Rarefied Gas Dynamics, Acad. Press., 1967, vol. 2, p. 1287.
4. Owen P. L., Thornhill C. K. The flow in an axially symmetric jet from a nearly sonic orifice into vacuum. Aeronaut. Res. Council. Rep. and Memo, 1948, No. 2616.
5. Гусев В. Н., Жбакова А. В. Истечение вязкого газа в вакуум. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3, стр. 170—173.
6. Мусанов С. В. Расчет газодинамических функций на оси осесимметричного молекулярного пучка. Уч. зап. ЦАГИ, 1972, т. 3, № 4.

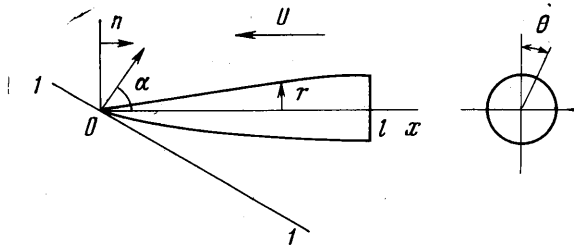
УДК 534.222.2

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИМПУЛЬСОВ СИЛ И МОМЕНТОВ, СООБЩАЕМЫХ ТЕЛАМ ВРАЩЕНИЯ УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

В. А. КАЗАКОВ

(Москва)

Рассматривается пространственная задача о нестационарном обтекании тела вращения, движущегося со сверхзвуковой скоростью, когда на тело падает перемещающаяся слабая ударная волна. В одном случае параметры потока за фронтом ударной волны считаются постоянными, в другом — перепад давления уменьшается до нуля по линейному закону. В линейной постановке определяются суммарные импульсы сил и моментов за все время нестационарного процесса.



Фиг. 1

1. Пусть на тонкое тело вращения, движущееся со сверхзвуковой скоростью U , падает слабая ударная волна, распространяющаяся со скоростью звука a (фиг. 1, где 1-1 — ударная волна, $r = R(x)$ — форма тела). Скорость возмущенного потока за фронтом волны равна $\Delta p / \rho a$, где ρ — плотность воздуха, Δp — перепад давления. Рассмотрим сначала случай, когда параметры потока за фронтом постоянны и угол атаки равен нулю.

В цилиндрической системе координат, связанной с телом, так что ось x совпадает с его осью, потенциал возмущенного движения φ удовлетворяет следующим уравнению и условию на теле:

$$(1.1) \quad -\frac{1}{a^2} \varphi_{tt} - \frac{2M^2}{U} \varphi_{tx} + (1 - M^2) \varphi_{xx} + \varphi_{rr} + \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta\theta} + \frac{1}{r} \varphi_r = 0$$

$$(1.2) \quad \varphi_r = F_1 = UR'(x) \quad (t < 0)$$

$$(1.3) \quad \varphi_r = F^*(t, x, R(x), \theta) \quad (0 \leq t \leq T)$$

$$(1.4) \quad \varphi_r = F_2 = \left(U + \frac{\Delta p}{\rho a} \cos \alpha \right) R'(x) - \frac{\Delta p}{\rho a} \sin \alpha \cos \alpha \quad (t > T)$$

где M — число Маха.

До начального момента $t = 0$, когда ударная волна коснется носика тела, условие непротекания на его поверхности определяется функцией F_1 . Точка пересечения фронта волны с осью тела перемещается со скоростью $U + a/\cos \alpha$ относительно тела, и в некоторый момент времени T тело полностью захватывается ударной волной; при этом граничное условие выражается функцией F_2 , которая учитывает дополнительный снос потока за фронтом волны.

Таким образом,

$$(1.5) \quad F^* = F_1 \quad (0 \leq t \leq t^*), \quad F^* = F_2 \quad (t^* \leq t \leq T)$$

$$t^* = \frac{x}{U + a/\cos \alpha}, \quad T = \frac{l}{U + a/\cos \alpha}$$

В случае $\alpha = \pi/2$ волна сразу охватывает все тело (тело тонкое), $T = 0$, и граничное условие при $t > 0$ задается функцией F_2 .

На бесконечности φ обращается в нуль.

Следуя работе [1], введем величину p_j

$$(1.6) \quad p_j = \int_0^{\infty} (p^* - p_2) dt$$

где p^* определяется из решения нестационарной задачи с граничным условием (1.3), а p_2 — из решения стационарной задачи с граничным условием (1.4). Как показано в работе [1], искомый импульс давления равен

$$(1.7) \quad p_j = -\rho U \varphi_{x^*} + \frac{M^2}{(1 - M^2)U} (p_2 - p_1) x - \frac{\rho}{(1 - M^2)} (\varphi_2 - \varphi_1)$$

Здесь φ^* , φ_1 и φ_2 удовлетворяют уравнению стационарного течения и соответствующим граничным условиям на теле

$$(1.8) \quad (1 - M^2) \varphi_{xx} + \varphi_{rr} + \frac{1}{r^2} \varphi_{\theta\theta} + \frac{1}{r} \varphi_r = 0$$

$$\varphi_{1r} = F_1, \quad \varphi_{2r} = F_2$$

$$(1.9) \quad \varphi_{r^*} = \int_0^{\infty} (F^* - F_2) dt - \frac{M^2 x}{(1 - M^2)U} (F_2 - F_1)$$

Для определения импульсов подъемной силы и моментов, действующих на тело, достаточно проинтегрировать $p_j \cos \theta$ по углу от 0 до 2π . Согласно (1.7) для этого нужно вычислить интеграл

$$(1.10) \quad \varphi^{*c} = \int_0^{2\pi} \varphi^* \cos \theta d\theta$$

и аналогичные интегралы от φ_1 и φ_2 . Умножая (1.8) и (1.9) на $\cos \theta$ и интегрируя от 0 до 2π , получаем уравнение и соответствующие граничные условия для потенциалов φ^{*c} , φ_1^c и φ_2^c

$$(1.11) \quad (1 - M^2)\varphi_{xx}^c + \varphi_{rr}^c + r^{-1}\varphi_r^c + r^{-2}\varphi^c = 0$$

$$(1.12) \quad \varphi_{1r}^c = 0, \quad \varphi_{2r}^c = 0$$

$$\varphi_r^{*c} = -\frac{\Delta p}{\rho a} \pi \sin \alpha \frac{(M + \cos \alpha)x}{a(M^2 - 1)(1 + M \cos \alpha)}$$

Таким образом, четырехмерная задача в конечном счете свелась к трем двумерным.

Уравнению (1.11) удовлетворяет функция $\varphi^c = \partial \varphi' / \partial r$, где φ' определяется уравнением

$$(1.13) \quad (M^2 - 1)\varphi_{xx}' - \varphi_{rr}' - r^{-1}\varphi_r' = 0$$

Его общее решение для расходящихся волн дано Ламбом [2], для малых r оно может быть значительно упрощено [3] и приведено к виду

$$(1.14) \quad \frac{\partial \varphi'}{\partial r} = \frac{U}{2\pi} \frac{f(x)}{r}$$

где $f(x)$ находится из граничных условий на теле.

В результате получаем следующие выражения для φ^{*c} , φ_1^c и φ_2^c :

$$(1.15) \quad \begin{aligned} \varphi_1^c &= 0, \quad \varphi_2^c = \frac{\Delta p}{\rho a} \sin \alpha \frac{\pi R^2(x)}{r} \\ \varphi^{*c} &= \frac{\Delta p}{\rho a} \sin \alpha \frac{(M + \cos \alpha)\pi x R^2(x)}{a(M^2 - 1)(1 + M \cos \alpha)r} \end{aligned}$$

Используя эти соотношения, вычисляем импульс подъемной силы в сечении

$$(1.16) \quad \begin{aligned} Y_{js}(x) &= -R(x) \int_0^{2\pi} p_j \cos \theta \, d\theta = -\frac{\Delta p}{a} \frac{\sin \alpha}{(1 + M \cos \alpha)} [xS'(x)M \cos \alpha - S(x)] \\ S(x) &= \pi R^2(x) \end{aligned}$$

В случае $\alpha = \pi/2$ (отвесное падение ударной волны) импульс подъемной силы от числа M не зависит, и выражение (1.16) для $Y_{js}(x)$, которое определяет при этом суммарный импульс силы, действующей на неподвижное тело вращения, переходит в соответствующую формулу [4]

$$(1.17) \quad Y_{js}(x) = (\Delta p/a)S(x)$$

Для определения импульсов подъемной силы и момента нужно проинтегрировать $Y_{js}(x)$ по x от 0 до l

$$(1.18) \quad Y_j = \int_0^l Y_{js}(x) \, dx = -\frac{\Delta p}{a} \sin \alpha \left[\frac{M \cos \alpha}{1 + M \cos \alpha} lS(l) - \int_0^l S(x) \, dx \right]$$

$$(1.19) \quad M_j = \int_0^l x Y_{js}(x) \, dx$$

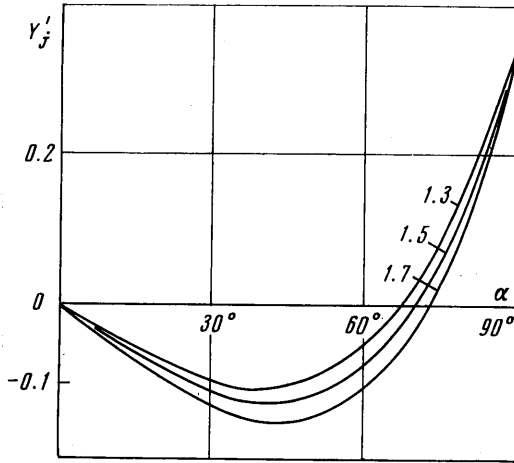
В частности, для тонкого конуса

$$(1.20) \quad Y_j' = \frac{Y_j}{\Delta p S(l)l/a} = -\frac{\sin \alpha (2M \cos \alpha - 1)}{3(1 + M \cos \alpha)}$$

$$(1.21) \quad M_j = {}^3/4 l Y_j$$

На фиг. 2 показано, как зависит величина Y_j для тонкого конуса от угла α . При достаточно больших значениях угла импульс нестационарной подъемной силы превышает импульс подъемной силы установившегося потока ($Y_j > 0$).

Из (1.20) следует, что Y_s не имеет особенностей при $M = 1$.



Фиг. 2

Интересно отметить, что в выражение (1.20) для величины Y_j входит объем тела, а для тел, у которых $S(l) = 0$,

$$(1.22) \quad Y_j = \frac{\Delta p}{a} \sin \alpha V, \quad V = \int_0^l S(x) dx$$

2. Рассмотрим теперь случай спадания давления за фронтом ударной волны по линейному закону

$$(2.1) \quad \Delta p(s) = (1 - ks) \Delta p$$

где s — расстояние (в единицах длины l) от фронта.

Граничные условия на теле для φ_1^c , φ_1^{*c} и φ_2^c принимают следующий вид:

$$(2.2) \quad \varphi_{1r}^c = \varphi_{2r}^c = 0, \quad \varphi_r^{*c} = -\frac{\Delta p}{\rho a} \sin \alpha \frac{\pi l}{2ka(1 + M \cos \alpha)}$$

Затем определяем функцию $f(x)$, входящую в формулу (1.14), и сами потенциалы

$$(2.3) \quad \varphi_1^c = \varphi_2^c = 0, \quad \varphi^{*c} = \frac{\Delta p}{\rho a} \sin \alpha \frac{lS(x)}{2ka(1 + M \cos \alpha)r}$$

В результате находим импульсы подъемной силы и момента

$$(2.4) \quad Y_{js}(x) = \frac{\Delta p}{a} \frac{MlS'(x) \sin \alpha}{2k(1 + M \cos \alpha)}$$

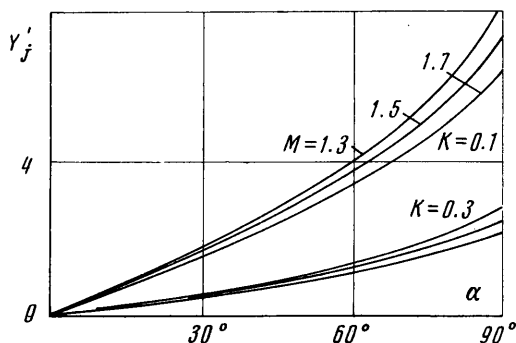
$$(2.5) \quad Y_j' = \frac{Y_j}{\Delta p S(l)l/a} = \frac{M \sin \alpha}{2k(1 + M \cos \alpha)}$$

$$(2.6) \quad \frac{M_j}{\Delta p S(l)l^2/a} = \frac{M \sin \alpha}{2k(1 + M \cos \alpha)} \left[1 - \frac{V}{lS(l)} \right]$$

Для конуса $M_j = 2/3 l Y_j$.

Значение импульса подъемной силы для тела вращения при линейном уменьшении перепада давления не зависит от формы тела и определяется площадью донной части $S(l)$. Изменение Y_j в зависимости от величины угла α и числа M показано на фиг. 3.

3. Полученные результаты справедливы также и в том случае, когда имеется малый угол атаки.



Фиг. 3

Если ударная волна набегаёт на тело под произвольным углом, так что нормаль к фронту определяется направляющими косинусами $\cos \alpha$, $\cos \beta$ и $\cos \gamma$, то, обозначив $\theta_0 = \arcsin (\cos \gamma / \cos \beta)$, получим следующие выражения для импульсов подъемной силы Y_{j1} , боковой силы Z_{j1} и соответствующих моментов

$$Y_{j1} = Y_j \cos \theta_0, \quad Z_{j1} = Y_j \sin \theta_0 \quad \bullet$$

$$M_{zj} = M_j \cos \theta_0, \quad M_{yj} = M_j \sin \theta_0$$

где Y_j и M_j вычисляются по формулам (1.18), (1.19) или (2.5), (2.6).

Автор благодарит А. И. Голубинского за полезные обсуждения результатов работы.

Поступила 11 VI 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Голубинский А. И., Коган М. Н. Об импульсе нестационарного давления, действующего на тела в жидкости или газе. Изв. АН СССР, МЖГ, 1970, № 1.
2. Ламб Г. Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
3. Аэродинамика частей самолета при больших скоростях. М., Изд-во иностр. лит., 1959.
4. Никольский А. А., Смирнов В. А. Действие ударной волны на препятствие. Инж. ж., 1962, т. 2, вып. 1.

ИНСТИТУТ ГИДРОДИНАМИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АН СССР СЕМИНАРЫ

Теоретический семинар под руководством Л. В. Овсянникова

6 IX 1972. Ю. Е. Аниконов (Новосибирск). *О частных решениях обратной кинематической задачи.*

Сообщаются способы получения частных решений обратной кинематической задачи в случае многих переменных.

13 IX, 27 IX 1972. Н. Х. Ибрагимов (Новосибирск). *Законы сохранения в гидродинамике.*

Рассматриваются уравнения движения идеальной жидкости, которые инвариантны относительно более широкой непрерывной группы преобразований, чем уравнения движения произвольной сплошной среды. Показано, что это дает возможность найти законы сохранения, отличные от классических законов сохранения энергии, количества движения и момента количества движения.