

УДК 532.5 + 621.822.033

ПЛОСКАЯ ПРЯМОУГОЛЬНАЯ АЭРОСТАТИЧЕСКАЯ ОПОРА С МИКРОКАНАВКОЙ

В. С. БАЛАСАНЬЯН (Москва)

Рассматривается стационарная задача газовой смазки для плоской прямоугольной аэростатической опоры с микроканавкой [1]. Смазочный слой образован двумя параллельными плоскими поверхностями. В одном из элементов опоры (обычно подвижном) в центре прямоугольника, ограничивающего область опоры, выполнено отверстие поддува 1 и проходящая через него микроканавка 2 (фиг. 1, а). Несущая способность опоры создается за счет подвода сжатого воздуха, который через отверстие поддува поступает в микроканавку, откуда через зазор выходит в атмосферу.

В статье излагается метод вычисления расчетных характеристик опоры, основанный на аппроксимации поля давлений в зазоре разностными уравнениями.

Поместим начало декартовой прямоугольной системы координат xu в центр опоры, ось x направим вдоль микроканавки (фиг. 1, а). Контурами опоры будут линии $x = \pm L$, $y = \pm B$, а микроканавка в реальных опорах заканчивается в точке $x = \pm(L - B)$, $y = 0$.

Граничные условия в конце микроканавки и в точке поддува, через которую проходит микроканавка, не получены, поэтому при выводе разностных уравнений используется условие баланса массового расхода газа через элементарный прямоугольник $x_{i-1/2} \leq x \leq x_{i+1/2}$, $y_{j-1/2} \leq y \leq y_{j+1/2}$ с центром в точке (x_i, y_j) (i, j — индексы узлов координатной сетки).

Запишем выражение массового расхода $M_x(M_y)$ вязкого сжимаемого газа через элемент зазора шириной Δy (Δx) в направлении оси x (y) [1]

$$(1) \quad M_x = -\frac{h^3}{12\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial x} \Delta y, \quad M_y = -\frac{h^3}{12\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial y} \Delta x$$

где h — высота зазора, μ — динамический коэффициент вязкости, p — местное давление, ρ — плотность смазки.

Расход газа M_h через микроканавку в предположении ламинарности движения определяется соотношением [2]

$$(2) \quad M_h = -\frac{f}{\mu} \rho \frac{\partial p}{\partial x}$$

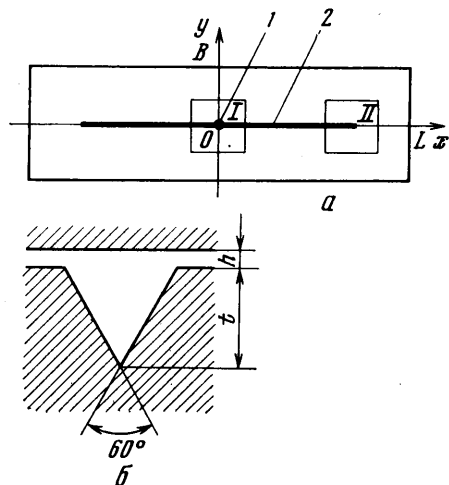
где f — параметр, зависящий от формы поперечного сечения микроканавки, пропорциональный четвертой степени его линейного размера. В частности, для канавок с профилем равностороннего треугольника (фиг. 1, б) $f = \sqrt{3}t^4/180$, где t — высота треугольника.

Выражение для расхода газа M через отверстие поддува может быть представлено в форме [3]

$$(3) \quad M = M_* \Theta \left(\frac{p}{p_0} \right), \quad M_* = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\kappa+1/2(\kappa-1)} \sqrt{\kappa \rho_0 \sigma}$$

где $\kappa = 1.4$ — показатель адиабаты, p_0, ρ_0 — давление и плотность газа перед отверстием поддува, $\sigma = \pi d^2/4$ — площадь поперечного сечения отверстия поддува диаметра d , $\Theta(p/p_0)$ — функция истечения. При расчетах на ЭВМ удобно задавать функцию Θ в виде единой аналитической зависимости

$$\Theta \left(\frac{p}{p_0} \right) = \sqrt{1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa}$$



Фиг. 1

что не более чем на 5% отличается от функции Прандтля, обычно применяемой в теории газовой смазки [3], на всем интервале изменения p/p_0 , причем на концах интервала обе функции совпадают.

Приравнивая входящую массу воздуха через стороны элементарного прямоугольника выходящей (формулы (1)) массе, учтя наличие микроканавки и отверстия поддува (2), (3), предварительно заменив ρ из условия для изотермического течения газа $\rho = \rho_a/p_a$ и аппроксимируя производные конечными разностями, получим уравнения вида

$$(4) \quad a_{ij}P_{ij} - b_{ij}P_{i+1, j} - c_{ij}P_{i-1, j} - d_{ij}P_{i, j+1} - e_{ij}P_{i, j-1} = g_{ij}$$

где $P_{ij} = (p_{ij}/p_a)^2$ — квадрат относительного давления в узлах сетки.

Коэффициенты a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} , d_{ij} , e_{ij} зависят от расположения микроканавок в узлах и определяются следующим образом:

1) для узла типа I (фиг. 1, а), через который проходит микроканавка

$$a_{i0} = 2 \frac{\Delta X}{\Delta Y} + 2 \frac{\Delta Y}{\Delta X} + K \frac{4}{\Delta X}$$

$$b_{i0} = c_{i0} = \frac{\Delta Y}{\Delta X} + K \frac{2}{\Delta X}, \quad d_{i0} = e_{i0} = \frac{\Delta X}{\Delta Y}$$

2) для узла типа II ($i = (L - B) / \Delta x$), в котором заканчивается микроканавка, изменятся коэффициенты a_{i0} и b_{i0}

$$a_{i0} = 2 \frac{\Delta X}{\Delta Y} + 2 \frac{\Delta Y}{\Delta X} + K \frac{2}{\Delta X}, \quad b_{i0} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

3) для узлов, где нет микроканавки, слагаемые вида $2K/\Delta X$, $4K/\Delta X$ в выражениях для коэффициентов отсутствуют. Безразмерная характеристика микроканавки K определяется соотношением

$$K = 6f/Bh^3$$

а ΔX , ΔY — длина и ширина элементарного прямоугольника сетки, отнесенная к половине ширины опоры B .

Один из свободных членов g_{ij} , соответствующий точке поддува, является нелинейной функцией P_{ij} — квадрата относительного давления над отверстием и определяется соотношением

$$(5) \quad g_{00} = 2m\Theta(P_{00}) \quad (m = (12\mu M_*) / (p_a \rho_a h^3)) \quad \Theta(P_{00}) = \sqrt{1 - P_{00}^2 / \beta^4}$$

Здесь m — коэффициент режима, $\beta = p_0/p_a$ — коэффициент поддува, все остальные $g_{ij} = 0$.

Введем новую переменную u_{ij} по формуле

$$(6) \quad P_{ij} = 1 + g_{00}u_{ij}$$

Подставляя это соотношение в (4) и учитывая, что $a_{ij} - b_{ij} - c_{ij} - d_{ij} - e_{ij} = 0$, получим для u_{ij} уравнения с теми же коэффициентами при неизвестных

$$(7) \quad a_{ij}u_{ij} - b_{ij}u_{i+1, j} - c_{ij}u_{i-1, j} - d_{ij}u_{i, j+1} - e_{ij}u_{i, j-1} = \delta_{ij}$$

где $\delta_{00} = 1$, а остальные $\delta_{ij} = 0$.

Очевидно, распределение давления в зазоре должно быть симметричной функцией относительно координатных осей, поэтому u_{ij} будем определять только для положительных значений индексов $0 \leq i \leq k-1$, $0 \leq j \leq n-1$ ($k = L / (B\Delta X)$, $n = 1 / \Delta Y$).

Таким образом, нелинейная система (4) с помощью преобразования (6) сведена к системе линейных уравнений (7) для неизвестных u_{ij} , которую нужно решать с учетом условия симметрии

$$u_{i, -1} = u_{i, +1}, \quad u_{-1, j} = u_{+1, j}$$

и условия равенства давления на контуре атмосферному, которое дает соотношения

$$u_{in} = u_{kj} = 0$$

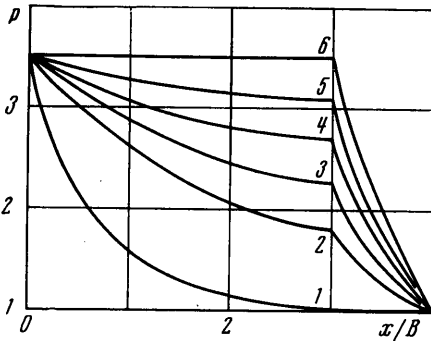
Систему (7) решаем методом релаксации [4]. Согласно этому методу очередное r -е приближение вычисляется по формуле

$$u_{ij}^{(r)} = u_{ij}^{(r-1)} + \omega(u_{ij}^{(r-1/2)} - u_{ij}^{(r-1)})$$

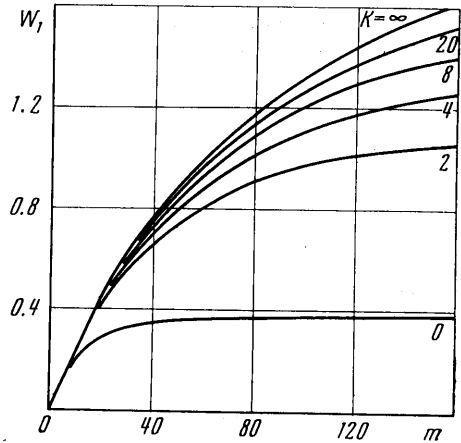
где ω — параметр релаксации, который может принимать значения из интервала (0, 2), $u_{ij}^{(r-1/2)}$ — промежуточное приближение, определяемое из уравнения (7).

На каждом этапе итерации сначала вычислялись все u_{ij} с четной суммой индексов, а затем — с нечетной, с использованием вновь вычисленных значений u_{ij} , что способствовало ускорению сходимости.

Параметр релаксации ω выбирался из условия обеспечения максимальной скорости сходимости. Например, при решении системы (7) для $L/B = 5$ на поле в $8 \times 40 = 320$ точек было достаточно 50—70 итераций при $\omega = 1.88$, а при $\omega = 1$, что соответствует методу последовательных смещений, этот же расчетный случай мог бы потребовать 500—600 шагов. Во всех расчетных случаях оптимальное с точки зрения скорости сходимости значение ω находилось в пределах $1 < \omega < 2$, что соответствует верхней релаксации.



Фиг. 2



Фиг. 3

Вычисления проводились на ЭВМ «Минск-22» для ряда значений L/B , β , K . В качестве нормы сходимости использовалось соотношение

$$\left| \sqrt{\sum_{i,j} (u_{ij}^{(r)})^2} - \sqrt{\sum_{i,j} (u_{ij}^{(r-1)})^2} \right| < 0.0001$$

За начальное приближение для $K = 0$ принималось $u_{ij} = 0$, а для последующих K — значения u_{ij} , вычисленные для предыдущих K .

После решения системы (7) можно определить m для ряда значений β и P_{00} , изменяющегося от 1 до β^2 . Для этого полагаем в (6) $i = j = 0$ и подставляем это равенство в (5), в результате получим

$$m = (P_{00} - 1) [2u_{00}\Theta(P_{00})]^{-1}$$

Теперь с помощью равенства (6) определяем значения P_{ij} в узлах и поле давлений в опоре

$$P_{ij} = p_a \sqrt{1 + 2m\Theta(P_{00})u_{ij}}$$

Удельная подъемная сила $W_1 = W / (Sp_a)$, где W — подъемная сила опоры, а S — ее площадь, вычислялась по формуле

$$W_1 = -1 + \sum_{i=0}^{k-1} \sum_{j=0}^{n-1} \sqrt{\frac{P_{ij} + P_{i+1,j} + P_{i,j+1} + P_{i+1,j+1}}{4}} \Delta x \Delta y \frac{B}{L}$$

На фиг. 2 приведены кривые давления вдоль микроканавки ($y = 0$) для опоры с $L/B = 4$ при $\beta = 5$ ($p_0 = 5$ кгс/см²), $P_{00} = 0.49$ ($p_{00} = 3.5$ кгс/см²). Кривая 1 соответствует случаю $K = 0$, $m = 10.3$; 2 — $K = 2$, $m = 38.16$; 3 — $K = 4$, $m = 50.0$; 4 — $K = 8$, $m = 62.36$; 5 — $K = 20$, $m = 75.41$; 6 — $K = \infty$, $m = 87.0$.

На фиг. 3 приведены кривые зависимости удельной подъемной силы W_1 от коэффициента режима для ряда значений K . Анализ кривых на фиг. 2, 3 позволяет заключить, что W_1 монотонно возрастает с ростом m и K . При увеличении диаметра отверстия поддува ($m \rightarrow \infty$) и глубины микроканавки ($K \rightarrow \infty$) давление над отверстием p_{00} возрастает, стремясь к p_0 , и давление вдоль микроканавки выравнивается, стремясь к p_{00} , а W_1 достигает максимального значения. Однако чрезмерное увеличение диаметра отверстия поддува ведет к уменьшению жесткости dW/dh , так как

в этом случае при изменении нагрузки p_{00} практически не меняется, оставаясь близким к p_0 , а подъемная сила изменяется только за счет изменения K . Использование микроканалов в аэростатических опорах позволяет добиться существенного увеличения подъемной силы опор. Например, для рассмотренной прямоугольной опоры с $L/B = 4$ при $m = 100$ подъемная сила при $K = \infty$ примерно в 3,5 раза больше, чем при $K = 0$.

В заключение отметим, что используемый итерационный метод решения линейной системы (7) сходится для любых ω , $0 < \omega < 2$, так как матрица коэффициентов имеет диагональное преобладание, т. е. имеет место соотношение

$$|a_{ij}| \geq |b_{ij}| + |c_{ij}| + |d_{ij}| + |e_{ij}|$$

со строгим неравенством для соседних с границей узлов, и неразложима [4].

Поступила 6 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Шейнберг С. А., Жедь В. П., Шишеев М. Д. Опоры скольжения с газовой смазкой. М., «Машиностроение», 1969.
2. Богачева А. В. Пневматические элементы систем автоматического управления. М., «Машиностроение», 1966.
3. Степаняц Л. Г. Некоторые методы газодинамической теории смазки. Аэротермодинамика. Л., «Машиностроение», 1967. (Тр. Ленингр. политехн. ин-та, № 280.)
4. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., Изд-во иностр. лит., 1963.

УДК 532. 528

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ КАВИТАЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ КРЫЛЬЕВ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ

И. И. ЕФРЕМОВ, Р. А. СОРОКА

(Киев)

Рассмотрена линеаризованная задача о полностью кавитирующем крыле малого удлинения λ . Система сингулярных интегральных уравнений кавитирующей несущей поверхности приводится к одномерным уравнениям путем применения аппроксимации Лоуренса. Для численного решения этой системы использован метод дискретных особенностей. Приведены зависимости коэффициента подъемной силы и длины каверны от числа кавитации для прямоугольных крыльев при $0.25 \leq \lambda \leq 4$.

1. Для вывода интегральных уравнений теории кавитирующей несущей поверхности воспользуемся методом особенностей. Для этого определим скорость, возмущенную элементарным П-образным вихрем интенсивности $\gamma(\xi, \eta)$. Составляющую скорости по оси z в точке (x, y, z) от несущего вихря, лежащего в плоскости xu и параллельного оси y , определим из закона Био — Савара

$$dw_1 = \frac{\gamma(\xi, \eta) d\xi d\eta}{4\pi} \frac{x - \xi}{r^3}, \quad r = [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2]^{1/2}$$

Вертикальные составляющие скорости dw_2 от полубесконечной вихревой нити с началом в точке $(\xi, \eta, 0)$ и точке $(\xi, \eta + d\eta, 0)$ соответственно будут

$$dw_2' = \frac{\gamma(\xi, \eta) d\xi}{4\pi} \frac{y - \eta}{(y - \eta)^2 + z^2} \left(1 + \frac{x - \xi}{r} \right)$$

$$dw_2'' = - \frac{\gamma(\xi, \eta) d\xi}{4\pi} \frac{y - \eta - d\eta}{(y - \eta - d\eta)^2 + z^2} \times$$

$$\times \left(1 + \frac{x - \xi}{\gamma(x - \xi)^2 + (y - \eta - d\eta)^2 + z^2} \right)$$

Легко видеть, что

$$dw_2' + dw_2'' = - \frac{\gamma(\xi, \eta) d\xi d\eta}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{y - \eta}{(y - \eta)^2 + z^2} \left(1 + \frac{x - \xi}{r} \right) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} = - \frac{\partial}{\partial y}, \quad \frac{x - \xi}{r^3} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{(x - \xi)(y - \eta)}{[(x - \xi)^2 + z^2]r} \right\}$$