

УДК 532.593:551.465

## О МЕАНДРИРОВАНИИ ЭКВАТОРИАЛЬНЫХ ТЕЧЕНИЙ

А. С. МОНИН

(Москва)

С помощью уравнений инерционного движения на бета-плоскости и на сфере рассчитываются периоды, длины волн и амплитуды меандров в экваториальных течениях и траектории частиц в них. Приводятся данные пятого рейса нис «Дмитрий Менделеев», свидетельствующие об асимметрии течения Кромвелла относительно экватора и об его возможном меандрировании.

Обращение в нуль вертикальной проекции вектора угловой скорости вращения Земли на экваторе может играть тройную роль в динамике экваториальных океанских течений.

Во-первых, направление вращения течений с глубиной в экмановском пограничном слое точно на экваторе меняет знак. В дрейфовых пассатных течениях, имеющих западную составляющую, этот эффект создает в экмановском слое на экваторе дивергенцию и, как следствие, компенсирующий ее апвеллинг.

Во-вторых, на экваторе горизонтальные градиенты давления не уравновешиваются силой Кориолиса (ее там нет), и рост давления с востока на запад, создаваемый нагоном в пассатных течениях, должен порождать глубинное противотечение, направленное на восток. В этом течении ускорение из-за перепада давления должно, как в трубах, компенсироваться сопротивлением на границах течения, создаваемым процессами перемешивания вод.

В-третьих, при отклонении такого течения от направления строго на восток и его отходе от экватора на расстояние, на котором уже становится заметным действие силы Кориолиса, последняя будет отклонять течение обратно в сторону экватора, т. е. будет играть роль возвращающей силы, способной порождать колебания (меандры). Их параметры можно рассчитать при помощи лагранжевых уравнений инерционного движения, в приближении бета-плоскости имеющих вид

$$\dot{x} - \beta y v = 0, \quad \dot{y} + \beta y u = 0 \quad (1)$$

Здесь  $u = \dot{x}$  и  $v = \dot{y}$  — компоненты скорости движущейся в течении жидкой частицы ( $x$  — координата вдоль экватора, растущая на восток;  $y$  — координата вдоль меридиана, отсчитываемая от экватора и растущая на север; точкой обозначается производная по времени);  $\beta = 2\omega / a$ , где  $\omega$  — угловая скорость вращения,  $a$  — радиус Земли.

Эти уравнения имеют два первых интеграла

$$u^2 + v^2 = U^2 = \text{const}, \quad u = u_0 + 1/2 \beta y^2, \quad (u_0 = U \cos \alpha) \quad (2)$$

где  $U$  — модуль скорости частицы, а  $u_0$  — значение  $u$  у частицы на экваторе ( $\alpha$  — угол между направлением на восток и направлением движения частицы на экваторе). У малых колебаний  $y$  и  $u$  малы, и первое из уравнений (2) в линейном приближении принимает вид:  $u \approx \text{const}$ , а второе уравнение (2) приводится к виду

$$\ddot{y} + \frac{2\omega u}{a} y = 0 \quad (3)$$

Для течений, направленных на восток ( $u > 0$ ), оно описывает гармонические колебания с периодом  $\tau$  и, следовательно, синусоидальные меандры с длиной волны  $l = u\tau$ , определяемые формулами

$$\tau = 2\pi \left( \frac{a}{2\omega u} \right)^{1/2}, \quad l = \pi \left( \frac{2au}{\omega} \right)^{1/2} \quad (4)$$

При  $u$  порядка 1 м/сек получается  $l$  порядка 1000 км, т. е. меандры оказываются очень длинными (у течений, направленных на запад, отклонения от экватора в рамках линейной теории приводят к аперриодическому движению). Амплитуду меандров можно определить, конечно, только из нелинейных уравнений; она получается из второго уравнения (2) при условии  $u = U$  и имеет вид

$$|y|_{\max} = (2aU/\omega)^{1/2} |\sin(\alpha/2)| \quad (5)$$

так что при малых колебаниях она оказывается в  $\pi/|\sin \alpha/2|$  раз меньше длины волны меандров. Выражение (5) пригодно и для течений, направленных на запад ( $|\alpha| > \pi/2$ ), так что в нелинейной теории их отклонения от экватора оказываются все же ограниченными.

Траектории частиц  $x(t)$ ,  $y(t)$  нетрудно определить из уравнений (2), которые интегрируются в эллиптических функциях, но здесь не создает осложнений переход от приближения бета-плоскости к точной сферической геометрии, в которой уравнения инерционного движения имеют вид

$$\dot{u} - \frac{uv \operatorname{tg} \varphi}{a} - 2\omega v \sin \varphi = 0, \quad \dot{v} + \frac{u^2 \operatorname{tg} \varphi}{a} + 2\omega u \sin \varphi = 0 \quad (6)$$

где теперь  $u = a\dot{\lambda} \cos \varphi$  и  $v = a\dot{\varphi}$  ( $\varphi$ ,  $\lambda$  — широта и долгота). Эти уравнения имеют аналогичные (2) первые интегралы

$$u^2 + v^2 = U^2, \quad u = \frac{u_0 + a\omega \sin^2 \varphi}{\cos \varphi} \quad (7)$$

Максимальное удаление  $\varphi_m$  частицы от экватора определяется из второго уравнения (7) при условии  $u = U$  и дается формулой

$$\cos \varphi_m = (1 + 2\varepsilon^2 \cos \alpha + \varepsilon^4)^{1/2} - \varepsilon^2, \quad \varepsilon = (U/2a\omega)^{1/2} \quad (8)$$

При  $U = 1$  м/сек получается  $\varepsilon \approx 1/30$ , и формула (8) приводится к виду

$$|\sin \varphi_m / 2| \approx \varepsilon |\sin \alpha / 2|$$

Наибольшее возможное удаление получается для течений, мало уклоняющихся от направления на запад;  $|\varphi_m| \approx 3^\circ 48'$  при  $U = 1$  м/сек. Для течений с восточной составляющей наибольшее возможное удаление от экватора получается при  $\alpha \leq 90^\circ$  и  $|\varphi_m| \approx 2^\circ 44'$  при  $U = 1$  м/сек. Траектории частиц, движущихся на экваторе с восточной составляющей, оказываются гладкими, у частиц же с западной составляющей движения на экваторе при  $\alpha > 130^\circ$  траектории образуют петли, в которых  $u$  меняет знак на широтах  $\varphi_0$ , определяемых из формулы

$$\sin^2 \varphi_0 = 2\varepsilon^2 \sin(\alpha - \pi/2)$$

(непрерывные течения, конечно, не могут образовывать петель, и этот результат, по-видимому, указывает на тенденцию к вихреобразованию или по меньшей мере к генерации инерционных колебаний в пассатных тече-

ниях). Уравнения (7) интегрируются в эллиптических функциях, зависимость  $\mu = \sin \varphi$  от времени  $t$  имеет вид

$$\frac{\mu^2}{\mu_1^2} = \frac{k^2 \operatorname{sn}^2 \theta}{1 - k^2 \operatorname{sn}^2 \theta}, \quad k^2 = \frac{\mu_2^2}{\mu_1^2 + \mu_2^2}, \quad \theta = \omega t \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2}$$

$$\mu_{1,2}^2 = 2\varepsilon^2 [(1 + 2\varepsilon^2 \cos \alpha + \varepsilon^4)^{1/2} \pm (\cos \alpha + \varepsilon^2)] \quad (9)$$

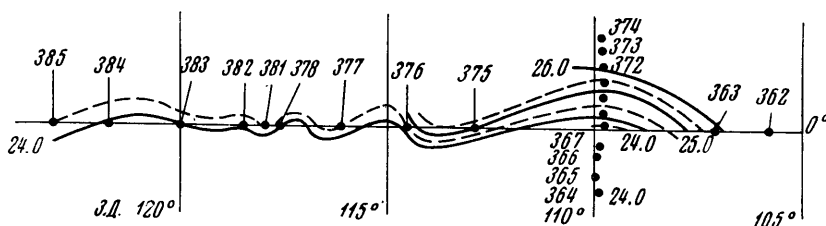
где  $\operatorname{sn}$  — эллиптический синус с модулем  $k$ ; при малых  $\varepsilon$

$$\mu_1^2 \approx 4\varepsilon^2 \cos^2(\alpha/2), \quad \mu_2^2 \approx 4\varepsilon^2 \sin^2(\alpha/2), \quad k^2 \approx \sin^2(\alpha/2)$$

Точное выражение для периода колебаний имеет вид

$$\tau = \frac{4K}{\omega(\mu_1^2 + \mu_2^2)^{1/2}} \quad (10)$$

где  $K$  — полный эллиптический интеграл первого рода с модулем  $k$ ; при малых  $\alpha$  (а потому и  $k$ ) он обращается в  $\pi/2$ , а (10) превращается



Фиг. 1

в формулу (4) для  $\tau$ ; с ростом  $\alpha$  из-за нелинейности период увеличивается. Для зависимости долготы  $\lambda$  от безразмерного времени  $\theta$  хорошее приближение, пригодное при  $\cos \alpha \approx 1$  и при малых  $\varepsilon$ , дается формулой

$$\lambda \approx \varepsilon \theta \cos \alpha + 2\varepsilon \left[ E(\operatorname{am} \theta, k) - \theta \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \frac{\operatorname{sn} \theta \operatorname{cn} \theta}{\operatorname{dn} \theta} \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right] \quad (11)$$

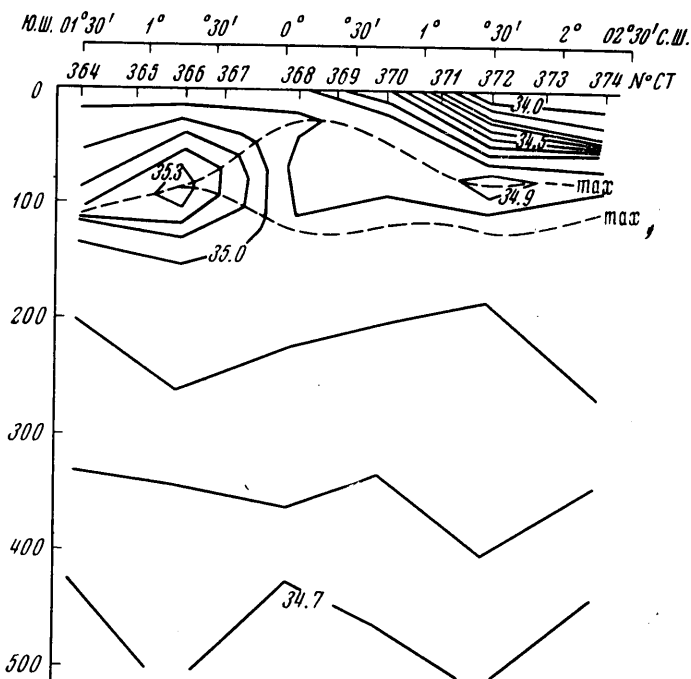
где  $E(\varphi, k)$  — эллиптический интеграл второго рода, а  $\operatorname{am} \theta$ ,  $\operatorname{cn} \theta$ ,  $\operatorname{dn} \theta$  — эллиптические функции Якоби. Используя их свойства, при  $\theta = 4K$  получаем следующее выражение для периода по долготе:

$$\Lambda \approx 4\varepsilon(2E - K) \quad (12)$$

где  $E$  — полный эллиптический интеграл второго рода с модулем  $k$ . Величина (12) является функцией от  $\alpha$ . При малых  $\alpha$  она близка к  $\Lambda(0) = 2\varepsilon l$  (чему соответствует формула (4) для  $l = a\Lambda$ , а с ростом  $\alpha$  убывает, причем  $\Lambda(90^\circ) \approx 0.56 \Lambda(0)$ , обращается в нуль при  $\alpha \approx 130^\circ$ , а затем становится отрицательной и при  $\alpha \rightarrow 180^\circ$  стремится к  $-\infty$ .

Изложенная теория, конечно, не претендует на выяснение происхождения экваториальных глубинных противотечений и меандров на них: в инерционной модели они задаются начальными условиями  $U$  и  $\alpha$  и имеют вид стационарных изгибающихся струй, параметры которых рассчитаны выше. Такие меандры имеют малые амплитуды и большие длины волн при  $\alpha \leq 90^\circ$ , так что обнаружить их нелегко. До сих пор исследователи, наоборот, подчеркивали кажущуюся симметрию упомянутых противотечений относительно экватора. Исходя из того что создающий меандрирование бета-эффект на экваторе максимален, в пятом рейсе судна АН

СССР «Дмитрий Менделеев» весной 1971 г. были предприняты поиски указаний на меандрирование течения Кромвелла в Тихом океане. Были проделаны меридиональные гидрологические разрезы через экватор на  $110^\circ$  з. д.,  $159^\circ 25'$  з. д. и  $164^\circ 20'$  в. д. (на двух последних — с буйковыми постановками измерителей течений на экваторе) и разрез вдоль экватора на участке  $112^\circ 58' - 123^\circ 12'$  з. д. с 7—11 гидрологическими станциями на каждом из этих четырех разрезах.



Фиг. 2

Результаты показали, прежде всего, что течение Кромвелла хотя бы иногда бывает явно асимметричным относительно экватора. В качестве примера на фиг. 1 показаны изотермы на поверхности океана вдоль экватора в зависимости от глубины (№ СТ — номер станции). На фиг. 2 показано поле солёности вод (изохалины в промилле) в меридиональном разрезе на  $110^\circ$  з. д. Воды с солёностью более  $35\text{‰}$  здесь, по-видимому, можно отождествлять с ядром течения Кромвелла, так что оно находилось около  $1^\circ$  ю. ш. (аналогичный вид в этом разрезе имели поля концентрации кислорода и фосфатов).

На упомянутом выше разрезе вдоль экватора на глубинах 50—100 м в течении Кромвелла были обнаружены протяженные слои с инверсиями температуры, создаваемые, возможно, послойным меандрированием течения. На  $159^\circ 25'$  з. д. на экваторе в ядре течения Кромвелла зарегистрирована южная составляющая скорости  $\sim 30$  м/сек при восточной составляющей немного больше 1 м/сек. Наконец, на  $164^\circ 20'$  в. д. на экваторе наблюдалась многослойная структура глубинных течений со скоростями 20—40 см/сек и направлением от SE (в слое 75—150 м) до NE. Замеченные отклонения направления течения Кромвелла от восточного румба, вероятно, меняются со временем.