

УДК 533.69.01

## О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОБТЕКАНИЯ V-ОБРАЗНОГО КРЫЛА С СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ НА ПЕРЕДНЕЙ КРОМКЕ

В. И. ЛАПЫГИН

(Москва)

Рассмотрено влияние начальных и граничных условий на численное решение задачи обтекания V-образного крыла со сверхзвуковыми передними кромками.

Исследованы режимы обтекания в диапазоне углов атаки, близких к отсоединению ударной волны от передней кромки, и показана осуществимость режима обтекания V-образного крыла с сильной ударной волной.

При обтекании клина сверхзвуковым потоком газа возможны два решения с присоединенным скачком уплотнения. В простейших случаях обтекания конических тел конечного размера — конусов, треугольных крыльев с присоединенными вдоль кромок скачками, всегда осуществляются режимы обтекания с более слабыми скачками уплотнения. Для V-образного крыла получено точное решение с плоской ударной волной, лежащей на передних кромках, которое можно построить таким образом, что в плоскости, перпендикулярной передней кромке, ударная волна является сильной [1]. Возможность реализации такого решения изучалась экспериментально [2, 3]. Из опытов выяснилось, что режим обтекания V-образного крыла, близкий к течению с сильным присоединенным скачком, имеет место в действительности. Какие-либо теоретические исследования этого вопроса отсутствуют.

Для плоских треугольных крыльев с дозвуковыми передними кромками существование режимов с сильной головной ударной волной впервые обнаружено Г. Г. Черным [4].

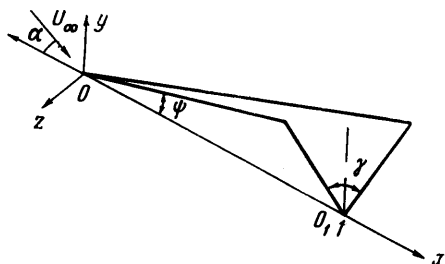
Ниже под первым режимом обтекания будем подразумевать решение со слабой ударной волной на передней кромке, а под вторым режимом — решение с сильной ударной волной. Смысл терминов «слабый» и «сильный» тот же, что и в задаче об обтекании плоского клина.

Ниже с использованием численного метода [5] проведено исследование влияния начальных (нулевого приближение) и граничных условий на численное решение, показана осуществимость второго режима обтекания, выяснен механизм перехода от первого ко второму режиму и дана оценка области изменения определяющих параметров задачи, при которых реализуются первый или второй режимы обтекания.

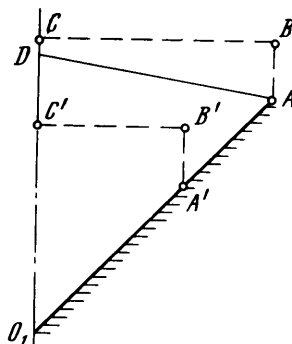
**1. Исследование влияния начальных и граничных условий на численное решение.** Для большинства задач газовой динамики нет ни строгих математических формулировок, ни доказательств существования и единственности. Аналогично обстоит дело и с численными методами их решения: исследования, связанные со сходимостью к искомому решению, устойчивостью, выполнены строго только для линейных уравнений. При использовании численного алгоритма для решения нелинейных уравнений косвенным свидетельством единственности решения является его независимость от выбора нулевого приближения, которое, очевидно, должно соответствовать физическому смыслу задачи. В этом разделе на примере обтекания V-образного крыла выясняется влияние начального поля потока на решение (см. [5]).

Рассмотрим обтекание V-образного крыла с  $\gamma = 100^\circ$ ,  $\psi = 29^\circ 30'$ , под углом атаки  $\alpha = 15^\circ$  потоком с  $M_\infty = 3.95$  (фиг. 1) при трех различных начальных условиях: 1) течение за слабой ударной волной на передней кромке, 2) течение за сильной ударной волной на кромке, 3) невозмущенный поток. Расчетная область  $O_1A'B'C'$  (фиг. 2) для 1) выбиралась таким образом, чтобы область влияния плоскости симметрии находилась внутри нее. В расчетах по 2), 3) в качестве расчетной области выбиралась прямоуголь-

ная трапеция  $O_1ABC$  (фиг. 2), и предполагалось, что для 2) в точке  $A$  параметры потока соответствуют течению за сильной ударной волной, а для 3) — невозмущенному потоку. Во всех остальных точках отрезка  $AB$  параметры соответствовали невозмущенному потоку. Отрезок  $BC$  располагался



Фиг. 1

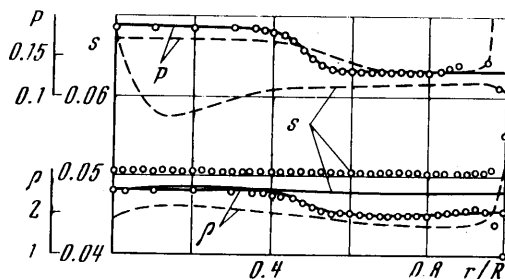


Фиг. 2

таким образом, чтобы след  $AD$  сильной ударной волны лежал ниже  $BC$ . В процессе счета значения параметров потока на отрезках  $AB$  и  $BC$  не менялись.

Результаты расчетов приведены на фиг. 3, 4, где сплошная линия соответствует 1), штриховая — 2), а светлые точки — 3). На графиках  $p$  — давление, отнесенное к удвоенному скоростному напору невозмущенного потока,  $\rho$  — плотность, отнесенная к плотности невозмущенного потока,  $s = p/\rho^2$ , где  $\kappa = c_p/c_v = 1,4$ ,  $r$  — расстояние от точки на поверхности крыла до плоскости симметрии,  $R$  — расстояние от передней кромки до плоскости симметрии,  $y$  — расстояние от точки  $O_1$  до точки на оси симметрии  $O_1C$ ,  $h = O_1A \cos(\gamma/2)$ .

Из приведенных графиков видно, что результаты расчетов 1) и 3) хорошо совпадают друг с другом во всем поле потока,



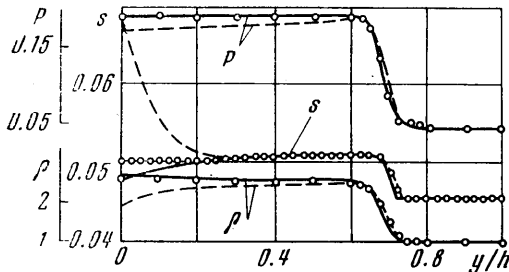
Фиг. 3

причем для 1) точность определения параметров потока выше по сравнению с 3). На графиках фиг. 3 отчетливо видно резкое повышение  $p$ ,  $\rho$ ,  $s$  в окрестности  $r/R = 1$  для 3), что соответствует слабой ударной волне, образующейся на передней кромке.

Кривые, соответствующие 2), показывают, что в этом случае получено решение, отличное от решения по 1) и 3), при этом отметим следующие его особенности:

- 1) положение головной ударной волны близко для всех рассчитанных вариантов, в особенности в окрестности оси симметрии;
- 2) на головной ударной волне и в некоторой ее окрестности значения  $p$ ,  $\rho$ ,  $s$  близки друг к другу во всех трех вариантах;
- 3) значения  $p$  в области равномерного потока на крыле близки во всех вариантах;
- 4) вблизи поверхности крыла существует узкая зона больших градиентов  $s$  (энтропийный слой).

Фактически при расчете 2) получено решение следующей задачи: предположим, что при обтекании передней кромки образовалась отошедшая ударная волна, причем такая, что параметры потока за ней на поверхности крыла в точке  $A$  равны соответствующим параметрам потока за сильной ударной волной, присоединенной к передней кромке; предположим далее, что толщина ударного слоя в окрестности точки  $A$  мала и меньше вели-



Фиг. 4

ны сеточного интервала в направлении оси  $y$ . В этих предположениях решение, полученное для 2), есть решение задачи обтекания  $V$ -образного крыла со слабо затупленными передними кромками.

Действительно, в точке, соответствующей передней кромке, в течение всего процесса установления сохраняются условия, соответствующие сильному скачку. Поэтому при всех итерациях

на кромке имеется возмущение постоянной интенсивности, вследствие чего вблизи поверхности крыла образуется область типа энтропийного слоя, вызванная несоответствием решения в целом граничным условиям на передней кромке. Становятся понятными и отмеченные выше особенности решения (ср., например, с результатами [9]). Таким образом, 2) в какой-то мере моделирует обтекание  $V$ -образного крыла с затупленными передними кромками и позволяет сделать качественные выводы о картине течения.

Заметим, что решение, полученное в 2), не есть обтекание с образованием на кромке сильной ударной волны, на что указывает резкое изменение параметров потока в окрестности передней кромки.

Проведенный анализ зависимости решения от начальных и граничных условий показывает, что, если отвлечься от искусственно вводимых в решение возмущений (вследствие определенного способа задания граничных условий), решение единственно, причем для рассмотренных значений  $\gamma$ ,  $\psi$ ,  $M_\infty$ ,  $\alpha$  осуществляется первый режим обтекания.

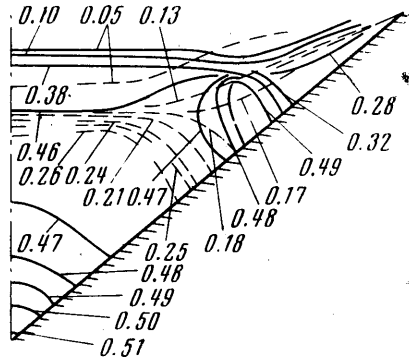
Подчеркнем важную для последующего анализа особенность поведения решения в окрестности правой границы: если значения параметров потока на правой границе не соответствуют тому решению, которое реализуется в целом, то это несоответствие проявляется в форме резкого изменения величин параметров вблизи правой границы расчетной области и всегда можно определить, какой из возможных режимов реализуется.

**2. Переход от первого режима обтекания ко второму.** В качестве объекта исследования выберем  $V$ -образное крыло с углом  $\gamma = 100^\circ$ ,  $\psi = 29^\circ 30'$  и рассмотрим его обтекание при  $M_\infty = 3.95$  на всех углах атаки вплоть до отсоединения головной ударной волны ( $\alpha_0$ ). Обозначим угол атаки, который соответствует обтеканию крыла с плоской сильной волной, лежащей на передних кромках, через  $\alpha_m$ . В этом случае поток за ударной волной равномерный. Для рассматриваемого крыла  $\alpha_m = 36^\circ 8'$ ,  $\alpha_0 = 41^\circ$ .

Рассмотрим изобары поля потока около крыла для  $\alpha = 20^\circ$  (пунктирные линии) и  $\alpha = 31^\circ$  (сплошные линии, фиг. 5) и формы ударных волн для различных значений  $\alpha$  (фиг. 6), полученных как геометрическое место точек максимального градиента давления. Из приведенных фигур видно, что при  $\alpha < \alpha_m$  обтекание происходит с образованием головной ударной волны маховского типа и внутренней ударной волны. С увеличением угла атаки

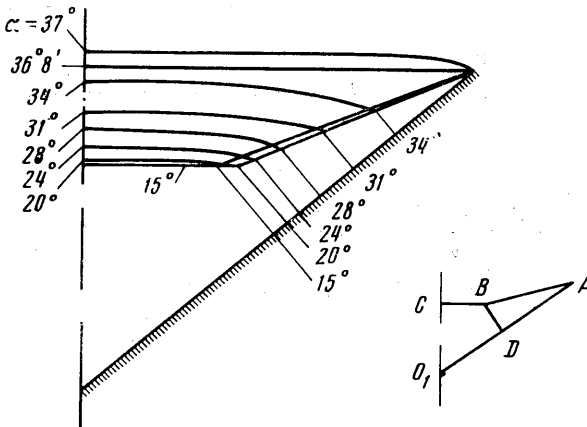
центральная область потока, ограниченная центральным скачком  $BC$ , плоскостью симметрии  $O_1C$  и внутренним скачком  $BD$  увеличивается (фиг. 6), так что внутренняя ударная волна перемещается к передней кромке, а центральный скачок перемещается вверх.

Для определения режимов обтекания, основываясь на выводах п. 1, расчет обтекания проводился с использованием в качестве начального поля потока как за сильным скачком на кромке, так и за слабым. Результаты представлены на фиг. 7 в виде эпюр распределения коэффициента давления по размаху крыла ( $C_p = 2(p - p_\infty) / \rho_\infty V_\infty^2$ ). На приведенных графиках видно, что при счете от параметров сильного скачка (пунктирные кривые) для углов атаки  $\alpha < \alpha_m$  наблюдается характерное резкое уменьшение  $C_p$  вблизи передней кромки (ср. с фиг. 3), а при  $\alpha > \alpha_m$  поведение кривой отлично от поведения кривой при  $\alpha < \alpha_m$  и характеризуется колебаниями значений  $C_p$  вблизи правой границы. Эти колебания объясняются малым числом сеточных точек за скачком на правой границе (всего одна точка) и являются численным эффектом, не связанным с физической картиной течения.



Фиг. 5

На фиг. 8 приведены эпюры  $C_p(\bar{r})$ , полученные при использовании в качестве начального поля параметров за сильным скачком, для крыла с  $\gamma = 70^\circ$ ,  $\psi = 20^\circ$ ,  $M_\infty = 6$  для различных  $\alpha$  ( $\alpha_m = 39^\circ 30'$ ). Поведение кривых



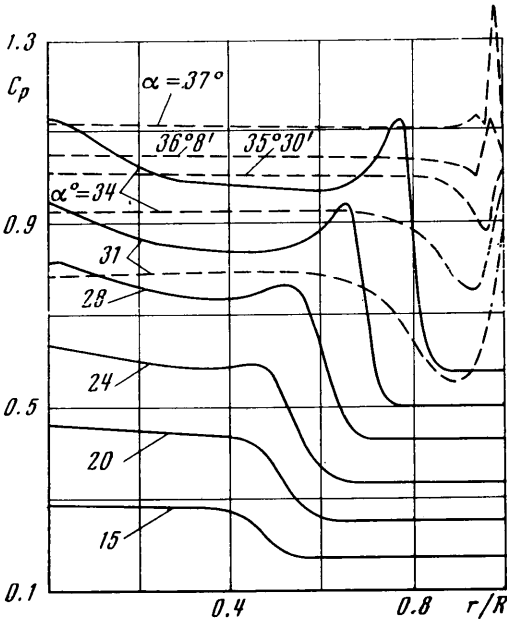
Фиг. 6

аналогично фиг. 7. Следует отметить, что при  $\alpha = \alpha_m$  численное решение с большой точностью совпадает с точным.

Как следует из результатов п.1, поведение кривых  $C_p(\bar{r})$ , приведенных на фиг. 7, 8, указывает на реализацию первого режима обтекания при  $\alpha < \alpha_m$  и второго режима при  $\alpha \geq \alpha_m$ .

Выше было отмечено что при увеличении  $\alpha$  внутренняя ударная волна приближается к передней кромке, что хорошо видно из фиг. 7. Положение фронта скачка  $r_s$  на стенке крыла для  $\gamma = 100^\circ$ ,  $\psi = 29^\circ 30'$ ,  $M_\infty = 3.95$  в за-

висимости от угла атаки иллюстрируется фиг. 9. Видно, что при  $\alpha \rightarrow \alpha_m$  внутренняя ударная волна приближается к передней кромке и при  $\alpha = \alpha_m$ ,  $r_3 = R$ . При дальнейшем увеличении  $\alpha$  первый режим обтекания не реализуется, так как внутренняя ударная волна стремится «уйти» за кромку.



Фиг. 7

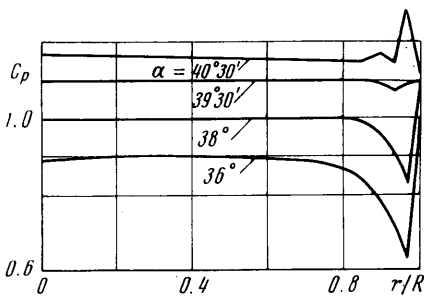
Становится понятным и механизм образования второго режима обтекания: второй режим обтекания есть результат «вытеснения» слабой ударной волны, образующейся на передней кромке, внутренней ударной волной.

Интересно отметить, что при увеличении  $\alpha$  изменяются не только размеры центральной области потока, но и качественный характер как поля изобар, так и эпюр давления (фиг. 5, 7). Если при умеренных углах атаки ( $\alpha < 15-20^\circ$ ) эпюра давления на стенке монотонна, то при увеличении  $\alpha$  монотонность нарушается и непосредственно за фронтом внутренней ударной волны имеет место разрежение, а в окрестности плоскости симметрии снова наблюдается повышение давления.

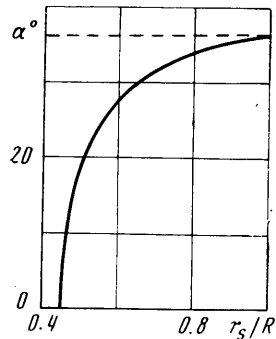
Эффекты, аналогичные отмеченным выше, наблюдались и в эксперименте [3], а именно: при увеличении  $\alpha$  увеличивалось  $r_s$ , для эпюр давле-

ния по размаху характерна резкая немонотонность при  $\alpha < \alpha_m$  за фронтом внутренней ударной волны, а при  $\alpha \geq \alpha_m$  величина  $C_p$  по размаху меняется слабо и близка к постоянной. Это качественное совпадение с экспериментом указывает на то, что резко немонотонный характер поведения  $C_p(\bar{r})$  объясняется не только эффектом взаимодействия внутренней ударной волны с пограничным слоем, но и свойствами невязкой части потока.

Из проведенного анализа следует, что если при  $M_\infty = \text{const}$  в диапазоне не углов атаки  $0 < \alpha < \alpha_0$  существует режим обтекания с плоской сильной



Фиг. 8



Фиг. 9

не углов атаки  $0 < \alpha < \alpha_0$  существует режим обтекания с плоской сильной

ударной волной на передних кромках и при этом в потоке за волной число Маха больше единицы, то обтекание при  $\alpha < \alpha_m$  происходит с образованием слабой ударной волны на кромке. При  $\alpha > \alpha_m$  плоскость сильного скачка, образующегося на кромке, расположена ниже плоскости, опирающейся на передние кромки, поэтому начальное направление ударной волны — внутрь крыла. Однако численный расчет указывает на существование выпуклой волны (фиг. 6). Это говорит о том, что при  $\alpha > \alpha_m$  либо реализуется режим с сильной волной, имеющей перегиб вблизи передней кромки, который ввиду близости к передней кромке в расчете не улавливается, либо режим с отошедшей волной.

Очевидно, такое же положение имеет место и при  $\alpha = \text{const}$ , когда  $M_\infty$  изменяется в окрестности того числа  $M_\infty$ , где реализуется обтекание с одной плоской сильной ударной волной.

Выше рассмотрен переход от первого режима обтекания ко второму, пренебрегая эффектами вязкости. В действительности ввиду наличия отрывной зоны перед внутренним скачком и появления в связи с этим нового скачка внутри потока переход от обтекания с образованием первого режима ко второму произойдет при  $\alpha < \alpha_m$ .

Автор признателен А. Л. Гонору и Н. А. Остапенко за полезное обсуждение работы.

Поступила 29 V 1972

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Майкапар Г. И. О волновом сопротивлении неосесимметричных тел в сверхзвуковом потоке. ПММ, 1959, т. 23, вып. 2.
2. Келдыш В. В. Исследования течения в окрестности V-образных крыльев, образованных поверхностями тока за плоским скачком уплотнения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 4.
3. Зайцев Ю. И., Келдыш В. В. Особые случаи течения вблизи сверхзвуковой кромки и линии пересечения скачков уплотнения. Уч. зап. ЦАГИ, 1970, т. 1, № 1.
4. Черный Г. Г. Крылья в гиперзвуковом потоке. ПММ, 1965, т. 29, вып. 4.
5. Лапыгин В. И. Расчет сверхзвукового обтекания V-образных крыльев методом установления. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 3.
6. Башкин В. А. Экспериментальное исследование обтекания плоских треугольных крыльев при числе  $M_\infty = 5$  в диапазоне углов атаки от 0 до 75°. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.